Ю. Х. ВЕРМИШЕВ

ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТАМИ

ВОЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ОБОРОНЫ СССР
МОСКВА — 1968

355.9
В 34

УДК 623.451.8—519

Вермишев Ю. Х.

В34 Основы управления ракетами, 1968.

320 с. 17 000 экз. 1 р. 11 к.

В книге на основе материалов, опубликованных в отечественной и зарубежной литературе, рассматриваются принципы построения системы управления, а также математические основы расчета этих систем. Излагаются современные инженерные методы расчета сложных систем автоматического регулирования, основные методы и физическая сущность линеаризации нелинейных систем. Подробно освещаются физические принципы управления ракетами различных аэродинамических схем, выводятся основные математические соотношения, описывающие движение ракет. Приводятся основные структурные схемы для некоторых видов командного управления и самонаведения, рассматривается вопрос ошибок системы управления.

Примеры приведены в книге в качестве иллюстраций. Исходные данные, использованные в этих примерах, произвольные.

Книга предназначена для слушателей военных академий и студентов высших учебных заведений, а также для инженерно-технического состава, занимающихся непосредственно вопросами эксплуатации и испытаний систем управления либо смежными вопросами. Отдельные разделы книги, являющиеся законченным описанием физических процессов, могут быть рекомендованы для читателей, имеющих среднее техническое образование.

Иллюстраций 245.

1-12-4
96-67

355.9

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время вопросы теории управляемых ракет широко освещаются как в отечественной, так и в иностранной литературе. Однако эта тема, несомненно, еще далеко не исчерпана, что объясняется сложностью задачи и многообразием вопросов, возникающих при проектировании подобных систем.

В предлагаемой вниманию читателя книге вопросы управления рассматриваются с позиции теории автоматического регулирования. При этом автор ставил перед собой задачу, связанную в конечном итоге с математическим описанием процессов управления, понимая под этим как описание элементов системы управления, так и совокупности действующих на нее возмущений. Общие вопросы синтеза подобных систем уже рассмотрены рядом авторов [6], [2], вопросы же конкретного синтеза могут быть решены только применительно к конкретной задаче.

Вместе с тем математическая модель системы является центральным элементом в цепи любых исследований. Для инженера, занимающегося вопросами эксплуатации систем управления, предлагаемый методический материал поможет перейти к реальным структурным схемам и использовать их для анализа боевых и эксплуатационных качеств систем управления. Для разработчика математическая модель является основой синтеза системы управления.

Для решения поставленной задачи автором выбрана такая последовательность изложения.

В I гл. описаны системы различных классов на уровне блок-схем и функциональных структурных схем.

Во II гл. приводятся методы математического описания систем, излагается классификация систем уравнений, символика их структурного отображения, некоторые вопросы структурного анализа и вопросы линеаризации исходных систем уравнений. В § 9 гл. II кратко излагаются, применительно к системам управления, вопросы аналитических решений с использованием метода передаточных функций.

В III гл. рассматриваются методы наведения.

В гл. IV, V и VI приводится математическое описание элементов системы управления. В V гл. дается описание контура стаби-

лизации ракеты, которое практически одинаково для любых систем; в данной главе рассматриваются структурные схемы для анализа ряда основных показателей, свойственных любой системе управления.

Описание элементов систем управления дано в такой последовательности: физическое описание процесса, исходная система уравнений и ее структурное отображение, линеаризация системы и линейная структурная схема, соответствующая этой системе уравнений.

Гл. VII и VIII рассматривают системы командного управления и самонаведения. В гл. VII приведена классификация наиболее характерных возмущающих факторов и рассмотрена методика расчета реакции системы на эти возмущения.

Ввиду того что ряд методических вопросов является общим для VII и VIII гл., в последней рассмотрены лишь некоторые особенности методики описания и анализа системы самонаведения.

При наличии структурных схем элементов описание систем в этих главах свелось по сути дела к комплексной стыковке отдельных схем по входным и выходным сигналам и составлению полной математической структурной схемы системы.

Получаемые таким образом структурные схемы являются математическими моделями системы управления. В зависимости от типа решаемых задач могут использоваться либо исходная нелинейная модель, либо линеаризованная модель.

При выполнении условий стационарности из последней достаточно просто могут быть получены передаточные функции, связывающие входные возмущения с любыми точками системы.

Автор выражает искреннюю благодарность научному редактору книги кандидату технических наук Елистратову М. Р., а также всем другим товарищам, принимавшим участие в обсуждении рукописи и ее оформлении.

Глава I

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

§ 1. ЗАДАЧИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Система управления боевой ракетой представляет собой комплекс средств, предназначенных для автоматического наведения ракеты на поражаемые цели.

Иногда под системой управления понимают совокупность средств, входящих в «контур управления», назначение которого состоит в удержании ракеты вблизи задаваемой траектории полета. Однако это понятие не совсем полно.

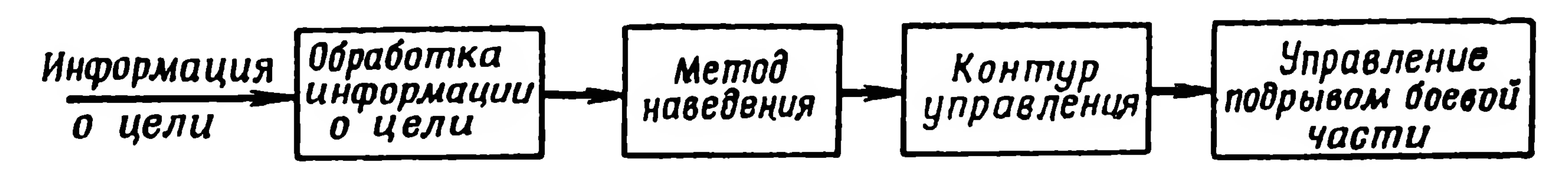


Рис. 1.1. Общая схема системы управления

Существенную роль в процессе управления ракетой играют схема обработки исходной информации о цели и метод наведения. Оба эти элемента структурной схемы системы управления не входят непосредственно в контур управления ракетой.

Если говорить о военном применении ракеты, то конечной задачей системы управления является поражение цели. Эффективность поражения цели поэтому во многом зависит также и от метода управления подрывом боевой части.

Совокупность элементов — схема обработки информации о цели, метод наведения, контур управления ракетой, схема управления подрывом боевой части — составляют полную структурную схему системы управления.

Таким образом, в наиболее общем виде система управления может быть схематически изображена так, как она представлена на рис. 1.1.

Предметом теории автоматического управления ракетами является исследование всех элементов системы управления, для чего необходимо дать их математическое описание и построить математическую модель рассматриваемой системы.

Исследование звеньев можно вести на комплексной модели, которая охватывала бы все звенья, а можно рассматривать каждый элемент в отдельности.

В первом случае задача решается более строго, поскольку все элементы взаимосвязаны и совместно влияют на конечный результат. Однако система уравнений становится весьма громоздкой и решать ее сложно.

Путь поэлементного рассмотрения хотя и является менее строгим, но реализуется значительно проще.

Можно использовать комбинированный метод, когда наиболее трудоемкая часть работы, связанная с первоначальным выбором рациональных параметров, производится на частных моделях. На комплексной же модели может проводиться только проверка правильности выбранных параметров для нескольких частных случаев.

В данной книге большое внимание уделяется исследованию собственно системы автоматического управления ракетой, или контура управления.

Методы наведения рассматриваются главным образом с точки зрения характера входных возмущений, а также некоторых дополнительных связей, возникающих в контуре управления в результате использования этих методов, а обработка информации о цели — только с точки зрения вида входных координат о цели и состава ошибок, вносимых в систему управления.

Различают следующие основные типы системы автоматического управления ракетами по способам управления:

— автономные системы управления;

— командные системы управления;

— системы самонаведения и комбинированные системы наведения.

Под автономной системой управления понимается система, в которой программа управления вырабатывается непосредственно на борту ракеты в соответствии с предварительно заданным законом движения. Таким законом движения может быть движение с постоянным курсом, под некоторым углом к горизонту, на постоянной высоте и т. д. Автономное управление может использоваться на всей траектории от места старта до цели либо на отдельных участках траектории.

В системах автономного управления отсутствует элемент, осуществляющий обработку текущей информации о цели. Метод наведения заменяется заданной программой движения.

В астронавигационных системах, которые также относятся к автономным системам, имеет место изменение программы движения в процессе полета в результате уточнения местоположения ракеты в неподвижной системе координат.

Таким образом, отличительной особенностью системы автономного управления является отсутствие текущей информации о координатах цели. Это обстоятельство ограничивает использование автономных систем только для стрельбы по неподвижным целям

либо по целям, движение которых можно достаточно точно предугадать на все время от момента установки программы и до момента встречи ракеты с целью.

Под командными, или дистанционными, методами управления понимаются методы, при которых закон движения ракеты определяется на пункте управления, находящемся вне управляемой ракеты.

При дистанционном управлении блок обработки текущих координат цели может отсутствовать. Например, в случае движения вдоль определенного заданного луча при наведении по неподвижной цели. В общем же случае блок обработки текущих координат цели имеется. По данным о цели вырабатывается траектория движения ракеты в соответствии с выбранным методом наведения. Характерной особенностью дистанционного управления является выработка закона управления в пункте, находящемся вне ракеты.

При самонаведении прием и обработка информации о цели и формирование команд управления производится аппаратурой, установленной на борту самой ракеты.

Самонаведение может быть единственным способом управления ракетой или использоваться только на конечном этапе наведения. В последнем случае способ управления называется комбинированным. Вследствие того что координаты цели определяются на борту самой ракеты, точность самонаведения практически не зависит от дальности полета ракеты. Это является основным преимуществом систем самонаведения по сравнению с командными системами управления.

В зависимости от места расположения первичного источника излучения системы самонаведения разделяются на пассивные, активные и полуактивные.

В первом случае источником излучения теплового или радиосигнала является сама цель.

При активном и полуактивном методах цель является вторичным источником излучения. «Подсветка» цели осуществляется либо с ракеты (активный метод), либо со специального пункта подсветки (полуактивный метод).

Рассмотренные системы самонаведения отличаются лишь конструктивным выполнением аппаратуры ракеты, однако математическая формулировка системы управления при этом остается неизменной. Поэтому в дальнейшем при рассмотрении систем самонаведения вопрос о методах «подсвета» цели опускается.

§ 2. ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Системы автоматического регулирования характеризуются наличием следующих основных звеньев:

1. Объекта управления, т. е. устройства, подлежащего управлению. Для системы управления ракетой таким элементом является сама ракета.

2. Измерительного устройства, необходимого для измерения положения объекта.

3. Чувствительного элемента, необходимого для сравнения входного и выходного параметров системы и выявления знака и величины отклонения объекта от требуемого положения.

4. Системы корректирующих элементов, необходимых для обеспечения определенного качества процесса управления.

Характерным для систем управления ракетами является наличие в них кинематических звеньев связи.

Для анализа систем управления широко используется ее графическое изображение в виде структурных схем, которые могут быть доведены до различной степени подробности.

Обычно используется три основных типа схем:

— блок-схемы, отображающие совокупность физических, реальных звеньев системы;

— функциональные структурные схемы, отображающие как физические звенья, так и функциональные связи между ними;

— математические структурные схемы, отображающие системы дифференциальных уравнений, описывающих процессы управления в системе.

Построение блок-схемы требует лишь знания состава аппаратуры и общих принципов взаимодействия элементов системы.

Для построения функциональных структурных схем необходимо соблюдение ряда правил, связанных с согласованием элементов по входным и выходным сигналам, которые будут рассмотрены ниже.

Для построения математической структурной схемы необходимо математическое описание процесса управления.

Вся система управления находится под воздействием входных сигналов, прикладываемых к различным точкам (элементам) структурной схемы. Эти сигналы могут являться носителями информации о цели (координаты цели) либо случайными возмущениями, возникающими в радиотрактах, воздушной среде, в элементах аппаратуры, двигательной установке и т. д.

Выявление этих входных возмущений и их математическое описание (математическая формализация) являются также одной из задач теории управления ракетами.

Отличие входных сигналов системы от сигналов внутренних связей заключается в том, что все внутренние связи выходят из соответствующих элементов структурной схемы систем управления, а входные сигналы появляются от внешних источников, а потому на структурных схемах они представляются как независимые, изменяющиеся во времени процессы.

Следует отметить, что система управления ракетами отличается весьма разветвленными внутренними связями и многообразием входных возмущений. В особенности это касается структурных схем, описывающих пространственное управление. Поэтому любая схема всегда отображает реальный процесс с какой-то степенью

точности. Степень этого приближения зависит от принятой рабочей гипотезы.

Основные правила, положенные в основу построения функциональных структурных схем, сводятся к следующему:

1. В структурную схему включаются все физические звенья, определяющие процесс регулирования.

2. Для каждого звена находятся все входные и выходные сигналы.

3. Находится функциональная связь между звеньями. При этом каждый входной сигнал звена должен иметь источник, т. е. выход из другого звена. Отсутствие внутреннего источника указывает либо на то, что схема построена неправильно, либо на независимость входного сигнала.

4. Должно обязательно соблюдаться условие, при котором каждый выходной сигнал одного звена, являющийся входным для другого звена, должен иметь одно и то же математическое описание. Если это условие не соблюдается, то схема дополняется необходимыми преобразующими звеньями. В частности, структурные схемы систем управления обязательно дополняются кинематическими звеньями, отображающими процесс преобразования линейных и угловых координат.

5. Все независимые входные сигналы должны иметь описание и размерность, свойственную данной точке структурной схемы.

Выполнение указанных требований при построении структурных схем облегчает понимание процесса регулирования и во многом исключает ошибки при последующем развитии функциональной структурной схемы в математическую структурную схему.

Рассмотрим в качестве примера типовую систему дистанционного управления в одной плоскости при наведении по методу «трех точек».

На рис. 1.2 представлена общая блок-схема системы управления.

Для рассматриваемого случая трехточечного управления ракета должна удерживаться на линии «пункт управления — цель»; пункт управления совмещен с радиолокаторами ракеты и цели.

Поясним работу системы управления на основании приведенной блок-схемы и развернем ее в функциональную структурную схему.

Угловая координата цели $\varphi'_ц$, измеряемая радиолокатором цели, поступает на вход счетно-решающего прибора (СРП) и является входным сигналом системы. Сюда же поступает координата ракеты $\varphi'_р$, измеренная ее радиолокатором.

Входным сигналом радиолокатора цели является истинная координата цели $\varphi_ц$, выходным сигналом — измеренная координата $\varphi'_ц$, равная

$$\varphi'_ц = \varphi_ц + \Delta\varphi_ц,$$

где $\Delta\varphi_ц$ — ошибка в измерении координат цели.

В простейшей структурной схеме радиолокатор цели может быть представлен в виде звена, изображенного на рис. 1.3.

Другим физическим звеном в рассматриваемой системе управления является радиолокатор ракеты.

Как элемент системы управления радиолокатор является измерителем угловой координаты, вносящим некоторые ошибки в эти

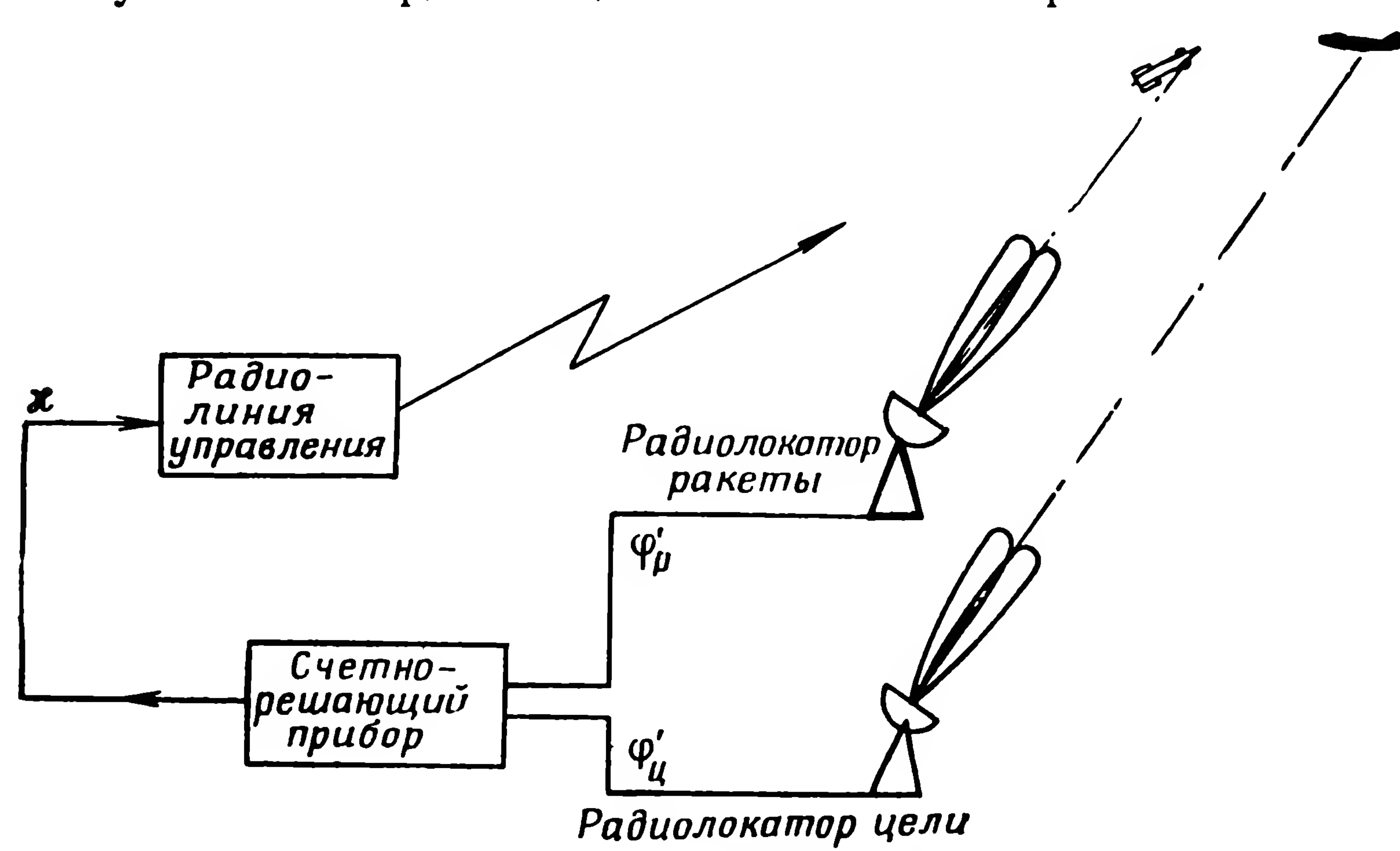


Рис. 1.2. Блок-схема системы управления

измерения. Кроме того, он вносит определенное запаздывание в измерение координаты, что соответственно ухудшает общую динамику управления ракетой.

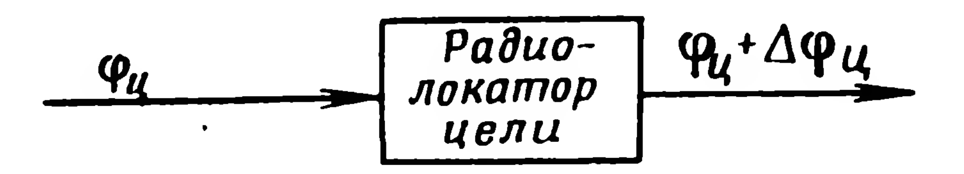


Рис. 1.3. Звено структурной схемы — «радиолокатор цели»

Входным сигналом радиолокатора является истинная координата ракеты $\varphi_р$, выходным — измеренная координата $\varphi'_р$, равная

$$\varphi'_р = \varphi_р + \Delta\varphi_р.$$

В структурной схеме системы управления радиолокатор ракеты представляется в виде элемента, аналогичного изображенному на рис. 1.3.

В результате сравнения сигналов $\varphi'_ц$ и $\varphi'_р$ в СРП вырабатывается сигнал рассогласования системы управления

$$\delta\varphi = \varphi'_ц - \varphi'_р.$$

На основе сигнала рассогласования $\delta\varphi$ вырабатывается команда управления. Формирование команды управления осуществляет-

ся в корректирующем устройстве, объединенном конструктивно с СРП.

Одна из основных задач корректирующих блоков заключается во введении в состав команды, кроме сигнала рассогласования $\delta\varphi$, его производных, характеризующих скорость его изменения $\delta\dot{\varphi}$, ускорение $\delta\ddot{\varphi}$ и т. д., т. е. команда может, например, формироваться в виде

$$\varkappa = k_0\delta\varphi + k_1\delta\dot{\varphi} + k_2\delta\ddot{\varphi},$$

где значения коэффициентов k_0, k_1, k_2 определяют долю каждой составляющей в общей команде.

Выбор вида этих корректирующих элементов является одной из основных задач формирования систем управления.

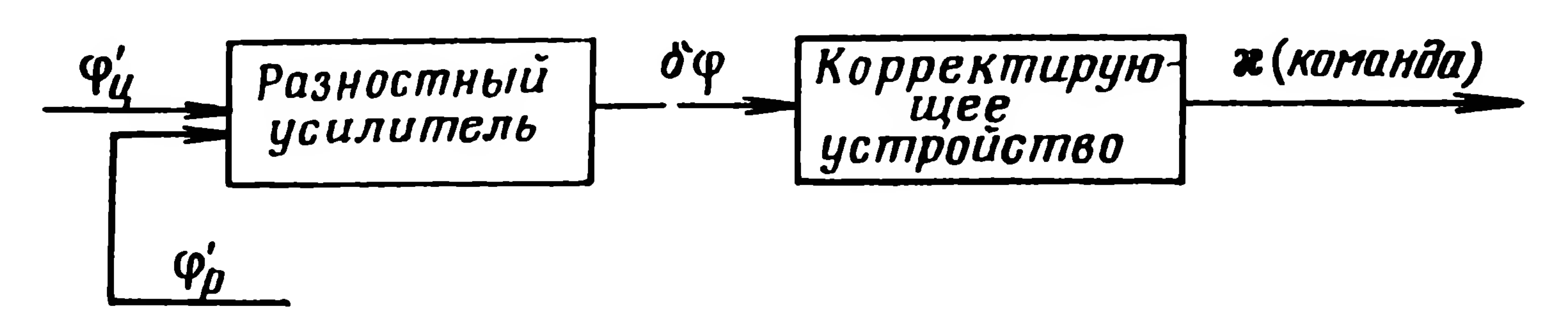


Рис. 1.4. Звено структурной схемы — «счетно-решающий прибор» для трехточечного метода наведения

Физически достаточно просто может быть показано преимущество команды типа

$$\varkappa = k_0\delta\varphi + k_1\delta\dot{\varphi}$$

перед командой

$$\varkappa = k_0\delta\varphi.$$

Сама ракета имеет большую инерционность. Если бы мы формировали команды на основании сигнала рассогласования без его производных, то до перехода ракеты через линию «трехточки» ($\delta\varphi=0$) команда оставалась бы все время одного и того же знака и ракета прошла бы точку равновесия $\delta\varphi=0$ на большой скорости. Система такого «пропорционального» управления могла бы оказаться просто неустойчивой. Поэтому необходимо с упреждением изменить знак команды на обратный с учетом скорости изменения $\delta\dot{\varphi}$. Измеряя $\delta\dot{\varphi}$ и вводя ее в состав команды, мы и осуществляем подобное управление с упреждением.

В рассматриваемом простейшем случае СРП может быть представлен в структурной схеме в виде двух последовательно соединенных звеньев: разностного усилителя и корректирующей ячейки (рис. 1.4). На вход СРП поступают два сигнала $\varphi'_ц$ и $\varphi'_р$, с выхода снимается команда $\varkappa$, поступающая через линию управления на борт ракеты. Заметим, что для более сложных случаев, чем рассмотренный, функция СРП будет сводиться к определению закона движения луча, а функции корректирующих элементов могут выполняться специальными блоками формирования команд.

Линия управления предназначена для передачи команд управления на борт ракеты. Она не является обязательным звеном любой системы управления и в ряде случаев может отсутствовать. Центральный элемент системы управления — сама ракета.

Подробное описание ракеты будет дано ниже. Здесь сформулируем понятие о ракете как элементе системы управления.

В системе автоматического регулирования ракета является некоторым звеном, определяющим связь между входным сигналом — командой и выходным параметром ракеты.

В качестве выходного параметра может приниматься такой параметр, как направление вектора скорости ракеты, величина нор-

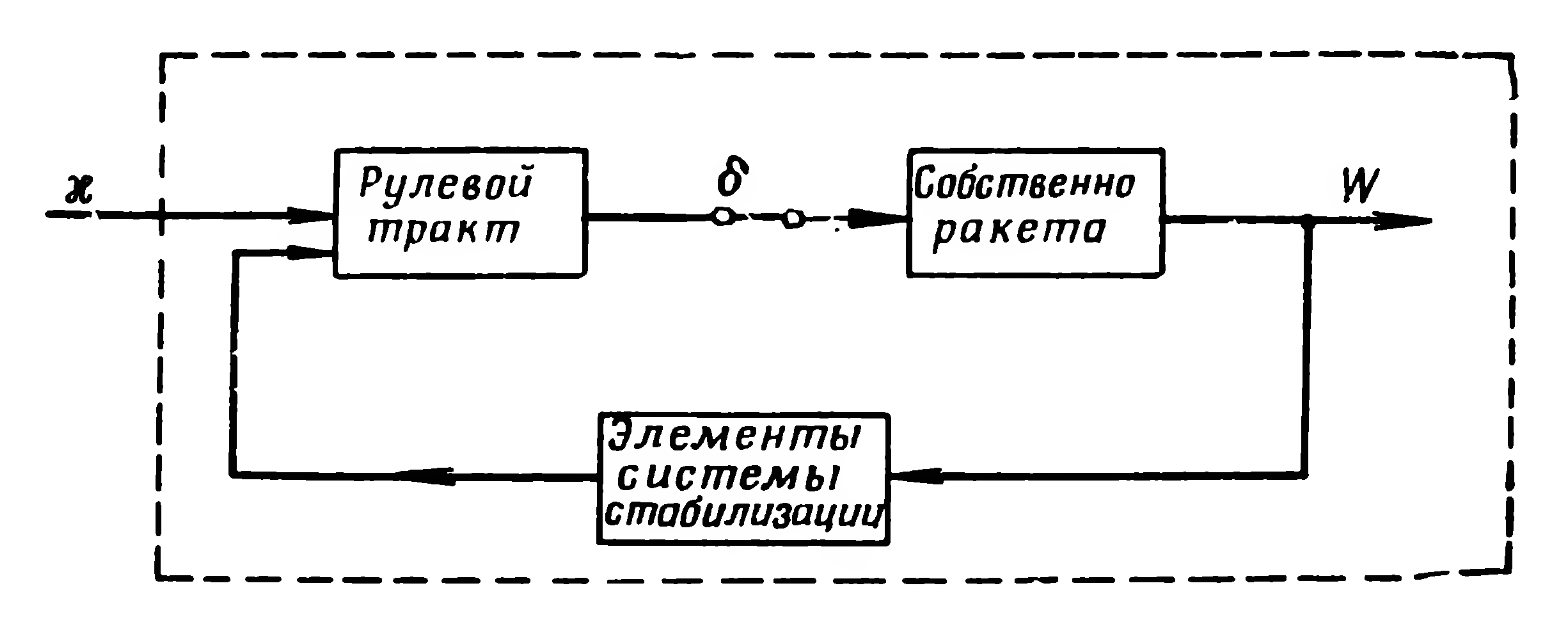


Рис. 1.5. Звено структурной схемы — «управляемая ракета»

мального ускорения (подъемной силы, перегрузки) или какой-либо другой параметр, характеризующий угловое положение ракеты или линейное перемещение ее центра тяжести.

Выбор того или иного параметра в качестве выходного является условным и производится исходя из удобства построения всего контура регулирования.

Ракета, являясь элементом системы управления, в свою очередь представляет собой замкнутую систему регулирования, поскольку она охвачена обратными связями системы стабилизации.

Назначением элементов системы стабилизации является стабилизация динамических характеристик ракеты, изменяющихся в процессе полета, и обеспечение необходимой устойчивости полета ракеты. Последняя функция аналогична функции корректирующих ячеек, рассмотренных ранее. Причем эти элементы могут образовывать несколько контуров обратной связи в зависимости от того, какие параметры ракеты стабилизируются. Например, одновременно могут стабилизироваться курсовой угол, угловая скорость, нормальное ускорение или другие параметры ракеты.

Кроме того, звено «ракета» включает в себя исполнительные элементы — рулевые тракты, собственно рули и элероны.

С учетом сказанного сама ракета как звено системы регулирования может быть представлена в виде структурной схемы, изображенной на рис. 1.5.

Все обратные связи на схеме условно приведены к выходной точке. В качестве выходного параметра принято W — нормальное ускорение, развиваемое ракетой.

На рис. 1.5 отдельно выделено звено «собственно ракета». Входом этого звена является отклонение руля δ и выходом — W. Это звено определяется в основном аэродинамическими характеристиками ракеты.

Как указывалось ранее, согласно условиям построения структурных схем выходной сигнал предыдущего звена должен иметь описание, соответствующее входному сигналу последующего.

Если просмотреть последовательно все звенья рассмотренной схемы, то нетрудно убедиться, что это условие везде выполнялось, за исключением одного случая. В качестве выходного сигнала ракеты было принято ускорение W, измеренное в осях ракеты, а входным сигналом радиолокатора ракеты является угол места ракеты $\varphi_р$, измеренный в земной системе координат.

Для ликвидации этого несоответствия должны быть найдены математические (в данном случае кинематические) соотношения, связывающие эти два параметра. Звено связи между выходным параметром ракеты и входным параметром измерительной системы радиолокатора носит название кинематического звена связи или просто кинематического звена.

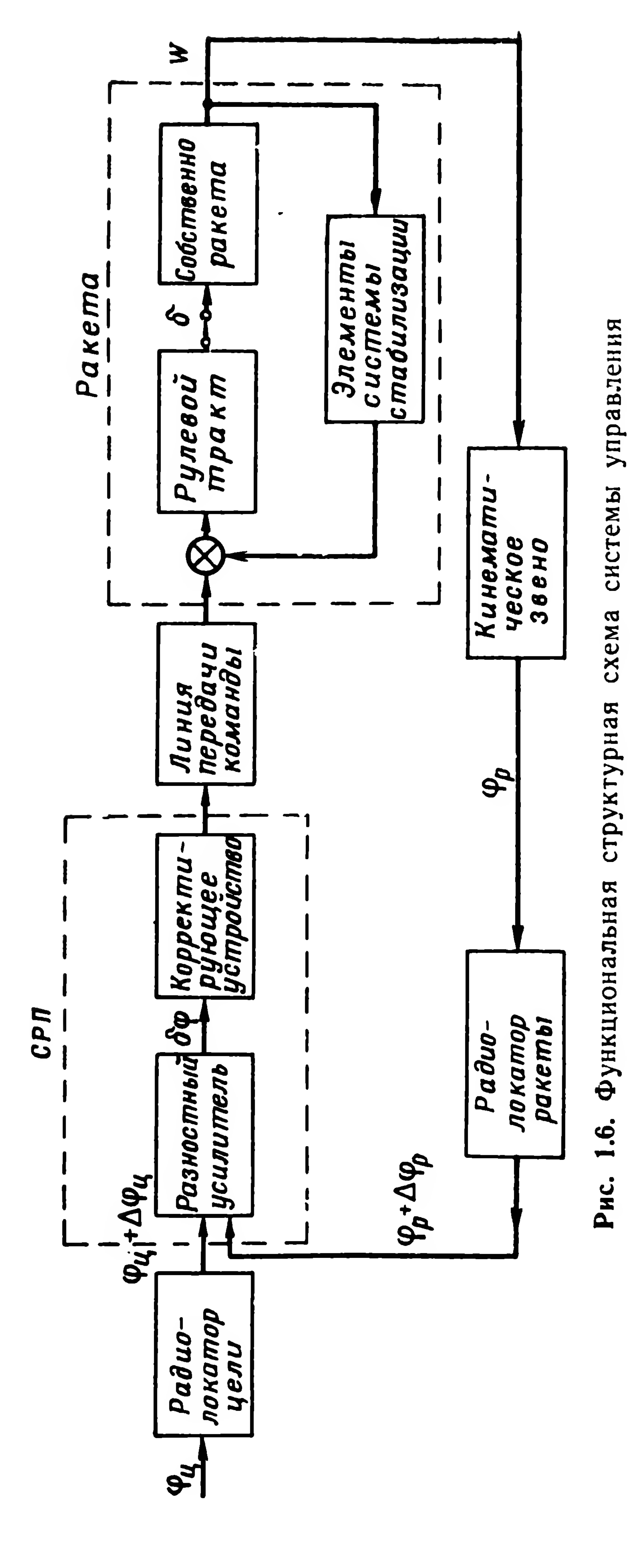


Рис. 1.6. Функциональная структурная схема системы управления

Это звено в системах управления имеет принципиальное значение. Оно в основном отражает специфику различных методов наведения.

С учетом всех рассмотренных элементов исходная структурная схема системы управления будет выглядеть в виде совокупности звеньев, представленных на рис. 1.6.

Итак, на примере системы командного управления ракетой при наведении по методу «трех точек» нами рассмотрен принцип построения функциональной структурной схемы системы управления. Перейдем к рассмотрению типовых функциональных структурных схем различных систем управления.

§ 3. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим в качестве примера автономную систему управления баллистической ракетой. После вертикального старта ракета поворачивается в вертикальной плоскости (по тангажу) на некоторый угол θ_0, затем, двигаясь под постоянным углом к горизонту, набирает скорость. При достижении заданной величины скорости происходит выключение двигателя.

Одновременно система управления по курсу удерживает ось ракеты в заданном направлении. В силу того что при подобных траекториях полета угол атаки ракеты (угол между вектором скорости и продольной осью ракеты) практически равен нулю, вектор скорости также совпадает с заданным курсовым направлением.

Под воздействием внешних причин (ветер, аэродинамическая асимметрия ракеты и т. д.) возможен параллельный снос ракеты, не учитываемый бортовой курсовой системой, поскольку такие системы управления реагируют только на повороты осей ракеты. Поэтому на борту имеется также система определения бокового сноса или боковой коррекции.

Кроме рассмотренных элементов, на борту имеется система управления ракетой по крену, которая решает задачу стабилизации поперечных осей ракеты. Принцип управления такой ракетой сводится к обеспечению начальных условий баллистического неуправляемого полета, при которых ракета попадает в нужную точку. Начальными условиями являются координаты центра тяжести ракеты x_0, y_0, z_0 и составляющие вектора скорости ракеты V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}, в момент выключения реактивного двигателя (конец активного участка полета ракеты).

Параметры траектории X, Y, Z и V_X, V_Y, V_Z связаны между собой системой дифференциальных уравнений. Таким образом, задача заключается в удовлетворении определенных взаимосвязанных условий.

В простейшем случае, если пренебречь отклонениями в работе

двигателя ракеты и полагать, что скорость ракеты меняется по требуемой программе, задача упрощается и сводится:

— к удержанию ракеты и ее вектора скорости в определенной плоскости (плоскости стрельбы);

— к выдерживанию в этой плоскости требуемого угла наклона вектора скорости ракеты ($\theta_р$);

— к выключению двигателя при достижении ракетой заданной скорости $V_р = V_0$.

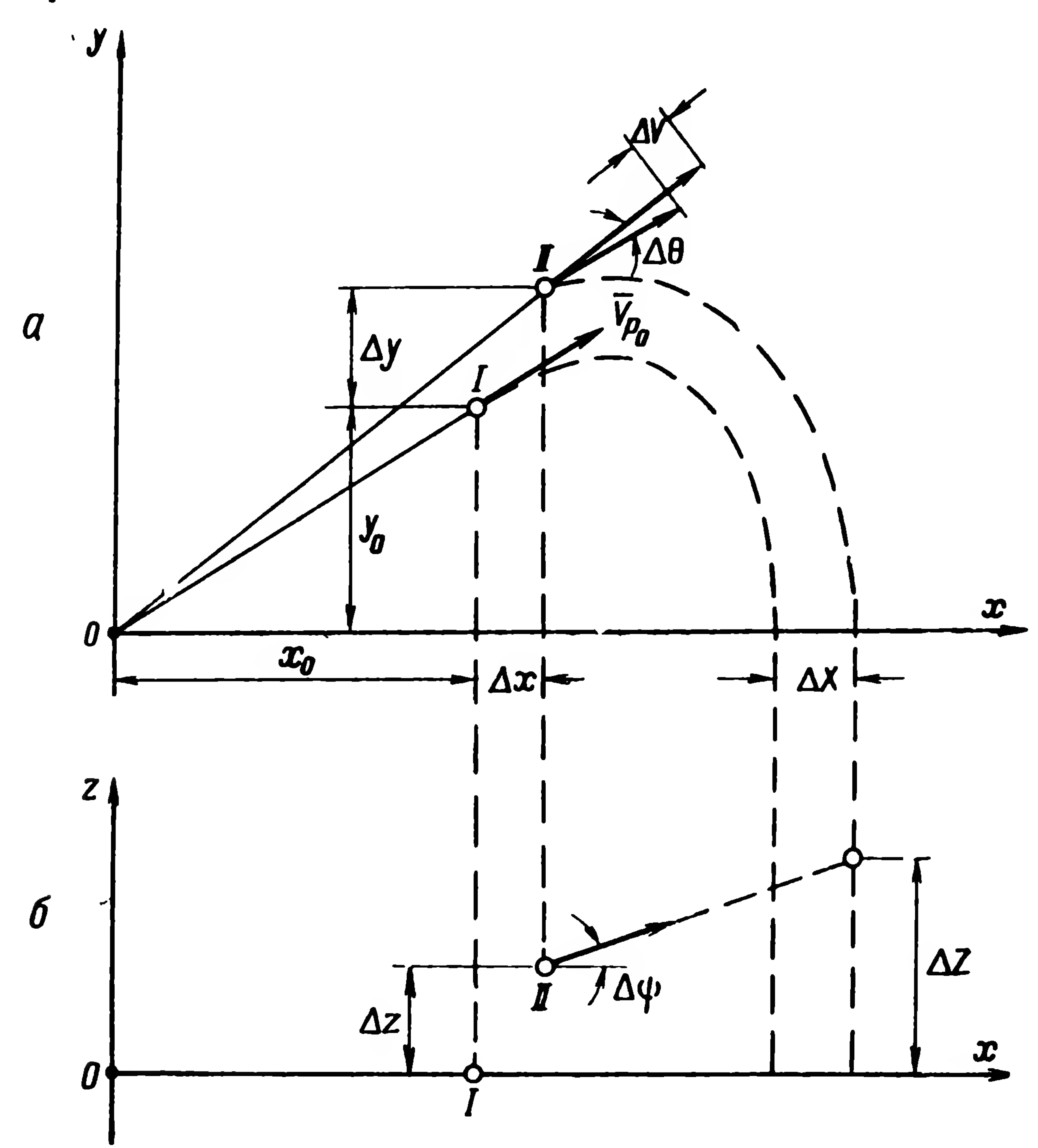


Рис. 1.7. Составляющие ошибок стрельбы:

а — в вертикальной плоскости; *б* — в горизонтальной плоскости;
I — расчетная точка выключения двигателя
II — реальная точка выключения двигателя

По такому принципу работала автономная система управления баллистической ракетой ближнего действия типа V-2.

Для лучшего понимания работы системы управления рассмотрим составляющие ошибки стрельбы, связанные с инструментальными погрешностями системы управления.

Точность стрельбы по дальности ΔX (рис. 1.7, *а*) зависит от ошибки, с которой в момент выключения двигателя выдерживается требуемое значение угла вектора скорости в вертикальной плоскости ($\Delta\theta$), от ошибки в значении модуля скорости (ΔV), от отклонения точки, в которой произошло выключение двигателя, от заданной по высоте (Δy) и дальности (Δx).

Величина бокового отклонения (ΔZ) стрельбы (рис. 1.7, *б*) определяется ошибкой курса ($\Delta\phi$) в момент выключения двигателя и величиной параллельного сноса (Δz).

Весь комплекс системы управления ракетой включает в себя:

— систему управления по тангажу;

— систему управления по курсу с боковой коррекцией;

— систему управления моментом выключения двигателя;

— систему стабилизации по крену.

Все эти системы вследствие наличия между ними кинематических и аэродинамических связей являются взаимосвязанными. При точной математической формулировке задачи можно найти эти

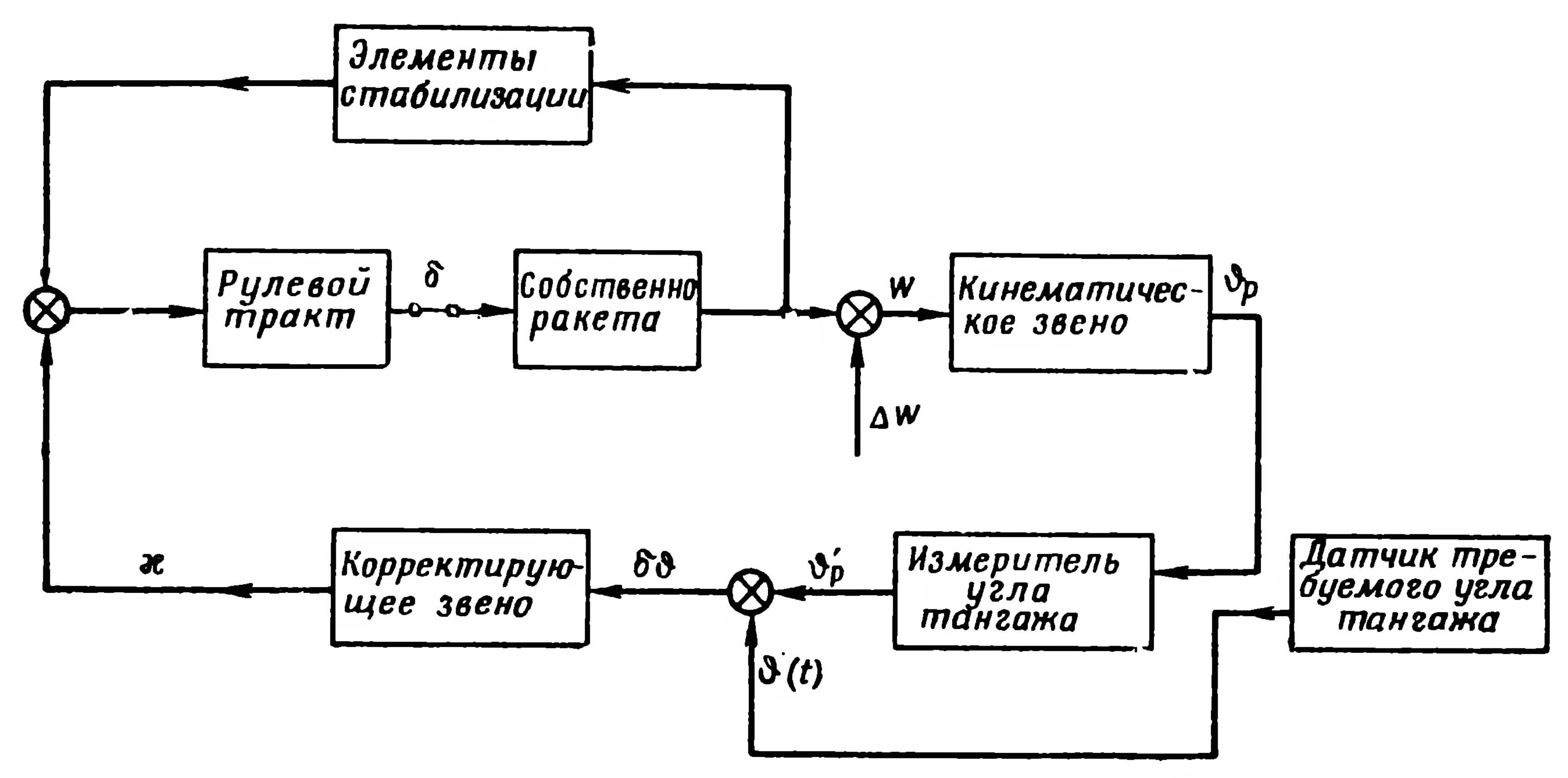


Рис. 1.8. Функциональная структурная схема системы автономного управления по тангажу

связи, однако для решения ряда практических задач можно рассматривать эти системы изолированно одна от другой.

Структурная схема системы управления по тангажу изображена на рис. 1.8.

Под собственно ракетой понимается, как и раньше, звено, определяющее связь между отклонением руля δ и нормальным ускорением W.

Звено «ракета» охвачено двумя обратными связями: стабилизации и управления по тангажу. Конструктивно они могут быть объединены в один блок.

Задачей первой обратной связи является обеспечение необходимой устойчивости относительно центра тяжести. Задача второй — сформировать сигнал управления по тангажу. Элементами системы стабилизации могут являться гироскопические устройства, датчики ускорения и т. д. Элементами системы управления — измеритель угла тангажа $\vartheta_р$ (трехстепенной гироскоп) и программное устройство — датчик требуемого угла тангажа ракеты $\vartheta(t)$.

Структурная схема (рис. 1.8) дополнена кинематическим звеном связи между выходным параметром ракеты W и углом $\vartheta_р$.

Сигналом рассогласования $\delta\vartheta$ системы является разность

$$\delta\vartheta = \vartheta(t) - \vartheta'_{\text{р}},$$

где $\vartheta'_{\text{р}}$ — угол тангажа, измеренный гиродатчиком.

Для выработки команды управления $\varkappa$ сигнал рассогласования до рулевого тракта предварительно проходит через корректирующие звенья.

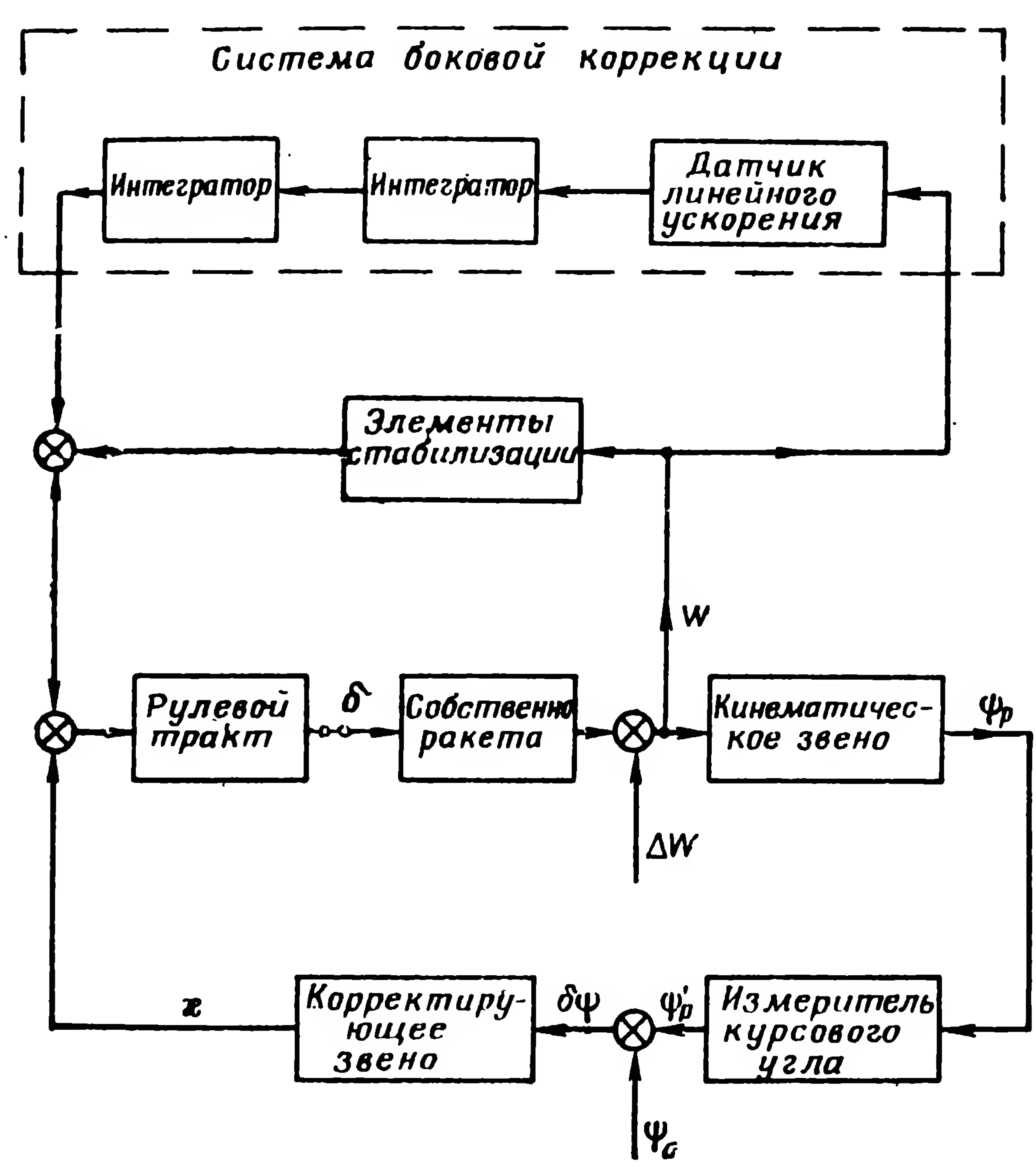


Рис. 1.9. Функциональная структурная схема системы автономного управления по курсу с боковой коррекцией

Случайными возмущениями для автономной системы могут явиться аэродинамические факторы, асимметрия двигателя, отклонения рулей в результате уходов параметров системы стабилизации и рулевых трактов.

Все эти возмущения могут быть приведены к одной точке структурной схемы и условно показаны на схеме в виде эквивалентного возмущения ΔW.

Структурная схема системы управления по курсу с боковой коррекцией изображена на рис. 1.9. Предполагается, что система боковой коррекции является автономной и располагается на борту ракеты.

Поясним работу структурной схемы. Структурная схема системы управления по курсу аналогична по своему составу и входным возмущениям системе управления по тангажу (рис. 1.8) с той лишь разницей, что входным сигналом системы является в рассматриваемом случае не программное значение курсового угла, а некоторое постоянное значение ψ_0 — курсового угла, определяющего направление плоскости стрельбы, в которой должна лежать продольная ось ракеты.

Любое отклонение оси ракеты от постоянного значения угла ψ_0 фиксируется системой управления как сигнал рассогласования $\delta\psi = \psi_p' - \psi_0$, и путем выработки курсовой команды система управления возвращает ракету к заданному курсу.

Система, чувствительная к боковому сносу, изображена на структурной схеме (рис. 1.9) в виде дополнительной ветви обратной связи — системы боковой коррекции (обведена пунктиром).

Основой автономной системы боковой коррекции является датчик, который измеряет величину линейного ускорения, нормального к плоскости стрельбы. Путем двойного интегрирования этого ускорения находится величина линейного отклонения ракеты от плоскости стрельбы.

Таким образом, сигналом рассогласования в этой системе является величина полного линейного перемещения. Команда, выработанная на базе этого сигнала рассогласования, будет воздействовать до тех пор, пока величина линейного смещения не будет скомпенсирована.

Для обеспечения требуемой дальности стрельбы необходимо определить момент выключения двигателя, при котором скорость ракеты станет равна заданной.

Система эта разового действия и срабатывает только однажды — в момент, когда измеренная скорость достигнет заданного значения.

Измерение скорости осуществляется способом, аналогичным определению бокового отклонения. Исходным параметром для нахождения скорости является продольное ускорение ракеты W_x, величина которого измеряется прецезионным акселерометром. Путем интегрирования находится величина продольной скорости ракеты. Сигнал с выхода интегратора подается на блок сравнения.

При достижении программной скорости подается команда на выключение (отсечку) двигателя.

Структурная схема системы стабилизации ракеты по крену изображена на рис. 1.10.

Под «ракетой» понимается в данном случае звено, определяющее связь между углом отклонения элеронов $\delta_{эл}$ или газовых рулей крена и углом крена ракеты γ. Ракета охвачена двумя обратными связями: через измеритель угловой скорости $\dot{\gamma}$ (демпфирующий гироскоп) и измеритель угла крена (гироскоп крена).

Входным сигналом демпфирующего гироскопа является угловая скорость $\dot{\gamma}$, а потому между выходом ракеты γ и демпфирующим гироскопом включено кинематическое звено связи.

Цепь обратной связи через гироскоп крена обеспечивает выполнение основной функции системы управления по крену — удержание поперечных осей в заданном положении. Это осуществляется путем сравнения крена ракеты с заданным значением γ_0, в результате чего возникает сигнал рассогласования $\delta\gamma$, который, пройдя через корректирующую цепочку, воздействует в виде команды управления $\varkappa_1$ на рулевые устройства. Аппаратурно сравнение происходит непосредственно в самом гироскопе крена.

Вторая цепь обратной связи через демпфирующий гироскоп выполняет функции, аналогичные корректирующей цепочке.

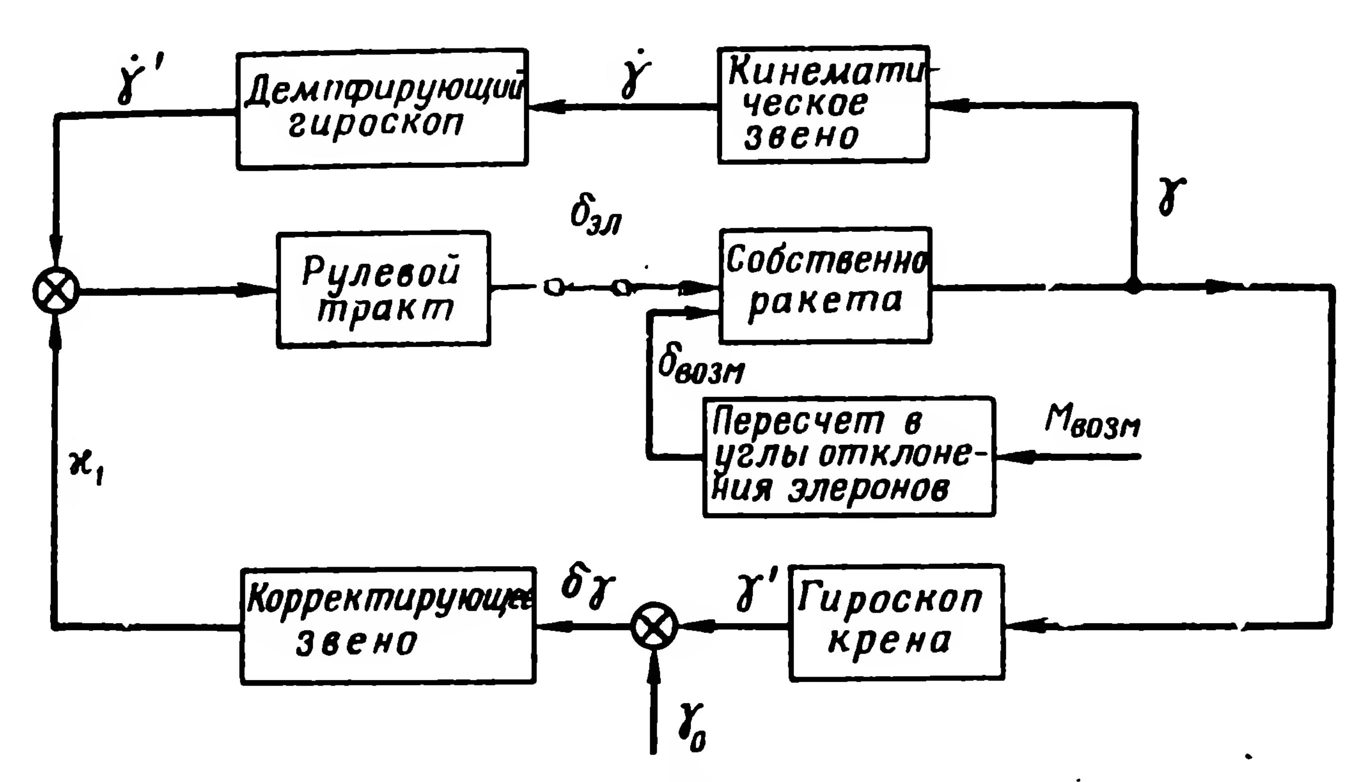


Рис. 1.10. Функциональная структурная схема стабилизации ракеты по крену

Входными возмущениями (сигналами) рассматриваемой системы, помимо сигнала γ_0, который введен условно в цепь регулирования, являются случайные возмущения, возникающие главным образом в процессе управления ракетой по тангажу и курсу. Условно все случайные возмущения могут быть приведены ко входу ракеты, т. е. заменены эквивалентными моментами $M_{возм}$ или выражены в эквивалентных углах отклонения элеронов $\delta_{возм}$ (рис. 1.10).

§ 4. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМ КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ

При командных методах управления ракетами (телеуправление или дистанционное управление) закон движения ракеты определяется на пункте управления, находящемся вне управляемой ракеты.

Пункт управления может находиться на земле (для ракет классов «земля — воздух», «земля — земля»), на самолете (для ракет классов «воздух — воздух», «воздух — земля»), на корабле и т. д.

Командное наведение может использоваться в течение всего полета ракеты или на начальном участке траектории с последующим переходом на самонаведение, когда необходима повышенная точность наведения на последнем участке сближения ракеты с целью (комбинированная СУ) либо отсутствует прямая геометрическая видимость с пункта управления.

Состав структурных схем систем управления практически не зависит от места нахождения пункта управления.

Существенно меняются лишь траектории наведения и соответственно величина и характер изменения во времени входных возмущений, действующих на систему в процессе наведения.

Это обстоятельство позволяет рассматривать структурные схемы безотносительно к месту расположения пункта управления, отнеся особенности каждого случая к методам наведения.

В зависимости от способа и места выработки сигнала рассогласования системы командного управления принципиально можно разделить на следующие виды: управление методом радиовизирования ракеты, управление по радиолучу и управление методом двух следящих радиолокаторов. Структурные схемы трех указанных типов имеют некоторое различие.

1. Метод радиовизирования ракеты

При этом методе ось радиовизира направляется в требуемую точку наведения. В частном случае ось радиовизира может совмещаться с целью, в общем случае (цель подвижна) это может быть упрежденная точка и совмещение с целью произойдет только в точке встречи.

Ракета после старта «встреливается» в луч радиолокатора — визира и дальше удерживается в луче с помощью команд, которые вырабатываются на пункте управления и передаются на борт ракеты. Сигналом рассогласования системы является величина отклонения (углового или линейного) ракеты от оси радиовизира.

Таким образом, в рассматриваемом случае радиолокатор не следит за ракетой по угловым координатам, а только создает визирную линию, ракета же визируется в зоне наблюдения радиолокатора, т. е. определяется отклонение ракеты от оси антенны радиолокатора (отсюда название «визирование» по аналогии с оптическим визиром, в котором оценивается отклонение от перекрестия).

Функциональная структурная схема системы командного управления при радиовизировании ракеты для управления в одной плоскости приведена на рис. 1.11.

Данные о цели в виде угловой координаты $\varphi'_ц$ и дальности $R'_ц$ поступают от радиолокатора цели на счетно-решающий прибор (СРП). Сюда же поступает через дальномерное устройство радиовизира дальность до ракеты $R'_р$. По входным данным $\varphi'_ц$, $R'_ц$

и $R'_р$ СРП вырабатывает упрежденное значение угла линии визирования

$$\varphi_{тр} = \varphi_{ц} + \varepsilon,$$

где ε — угол упреждения, стремящийся к нулю в момент сближения, т. е.

$$\varepsilon = (\varphi_{тр} - \varphi_{ц}) \to 0,$$

когда

$$(R_{ц} - R_{р}) \to 0.$$

Из последнего выражения вытекает необходимость ввода в СРП для определения ε координат $R_р$ и $R_ц$, поскольку для определения момента сближения, т. е. момента, когда упреждение должно обратиться в нуль, необходимы значения обеих дальностей (или их разность).

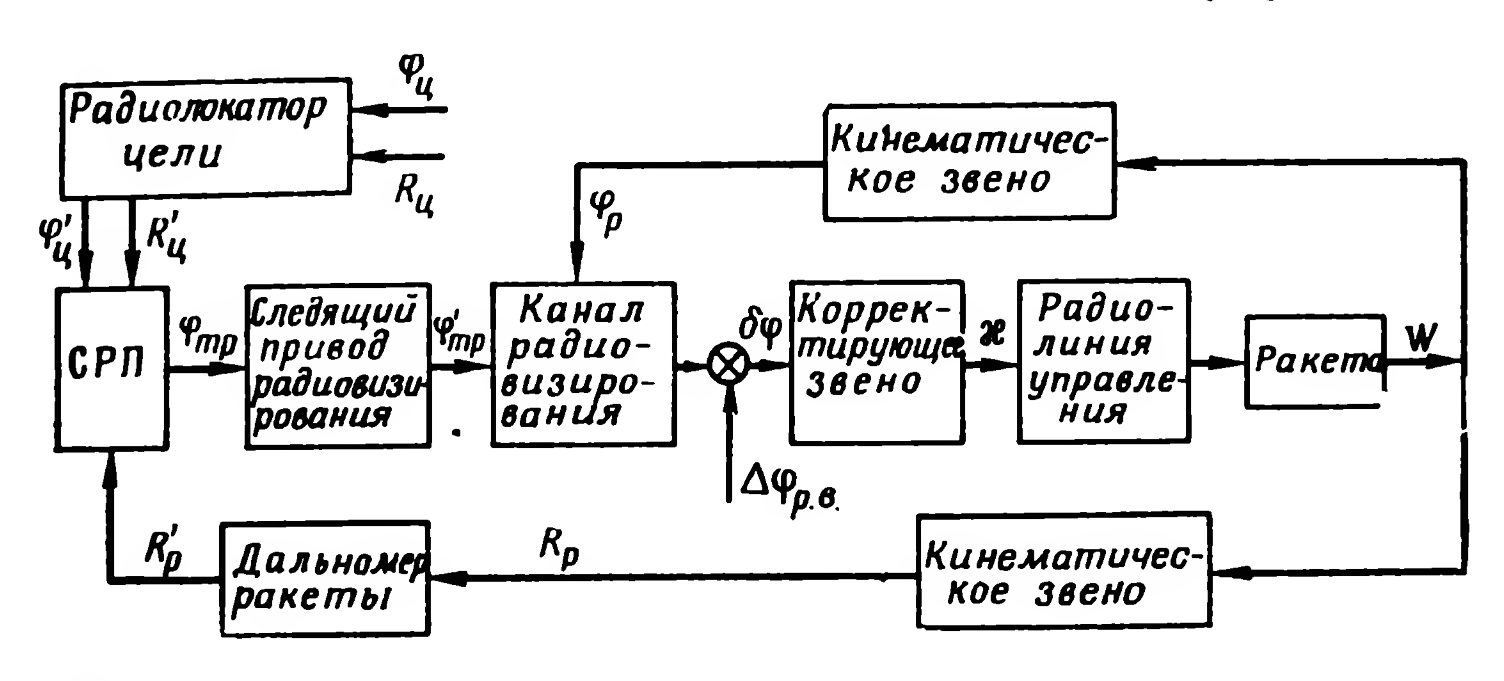


Рис. 1.11. Функциональная структурная схема системы командного управления при радиовизировании ракеты

Следящий привод радиовизира по значениям $\varphi_{тр}$, выдаваемым СРП, направляет ось радиовизира в точку

$$\varphi'_{тр} = \varphi_{тр} + \Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi$ — ошибка следящего привода радиовизира.

С выхода канала визирования снимается значение $\delta\varphi = \varphi'_{тр} - \varphi_р$ — разность между осью радиовизира $\varphi'_{тр}$ и истинным положением ракеты. Поэтому канал визирования в структурной схеме представляет собой разностный усилитель с коэффициентом усиления, равным 1.

Величина $\delta\varphi$ является сигналом рассогласования системы управления ракетой. Пройдя через корректирующие цепочки, сигнал $\delta\varphi$ преобразуется в команду управления $\varkappa$, которая через линию управления передается на борт ракеты.

Звено «ракета» принципиально включает те же элементы, что и в разобранном выше случае (рис. 1.5). В качестве выходного

параметра звена «ракета» принимаем значение нормального ускорения W. Для завершения построения структурной схемы системы управления необходимо ее замкнуть.

В систему управления поступают четыре сигнала, два из них $\varphi_ц$ и $R_ц$ — координаты цели — являются независимыми входными параметрами. Два других параметра $\varphi_р$ и $R_р$ — координаты ракеты. Связь между выходным параметром ракеты W и ее геометрическими координатами $\varphi_р$ и $R_р$ определяется двумя кинематическими звеньями.

Следует заметить, что степень связи через звенья $W \to \varphi_р$ и $W \to R_р$ различна. Связь через звено $W \to R_р$ может оказаться настолько малой, что ею пренебрегают. В случае управления по «трехточке» координата дальности не используется и необходимость в этой связи вообще отпадает.

В том случае когда координата дальности ракеты в СРП используется, а связью через кинематическое звено $W \to R_р$ пренебрегают, $R_р$ становится независимой функцией времени и наряду с координатами цели $\varphi_ц$ и $R_ц$ является входным возмущением системы управления (рис. 1.12).

Одним из основных источников случайных возмущений системы являются измерители координат цели. На схеме эти возмущения не указаны, поскольку имеется в виду, что они входят в состав $R'_ц$ и $\varphi'_ц$ (аналогично и $R'_р$). Угловые ошибки радиовизира отмечены на схеме в виде дополнительного случайного возмущения $\Delta\varphi_{рв}$.

Кроме того, возможны случайные возмущения, свойственные автономным системам, описанным ранее.

Рассмотрим теперь структурную схему одной из разновидностей метода радиовизирования, использующего схему радиовизира (рис. 1.13), совмещенного с радиолокатором цели.

Радиолокатор по отраженным от цели сигналам непрерывно следит за целью, т. е. ось радиолокатора направлена на цель. Радиолокатор имеет, кроме основного канала слежения за целью, канал визирования ракеты.

Ракета «встреливается» в луч радиолокатора. Сигнал, приходящий от ракеты по каналу визирования, позволяет определить отклонение $\delta\varphi$ ракеты от оси радиолокатора — радиовизира.

Указанный сигнал $\delta\varphi$ является сигналом рассогласования системы управления ракетой, который после преобразования в корректирующих ячейках поступает через линию управления на борт ракеты.

Ввиду того что данная схема предполагает использование только трехточечного метода наведения, дальномерные устройства цели и ракеты из структурной схемы исключены. Кроме того, из структурной схемы по сравнению со схемой, изображенной на рис. 1.12, выпали следящий привод радиолокатора визирования и счетно-решающий прибор, решающий задачу упреждения, т. е. определяющий угол $\varphi_{тр}$.

Рис. 1.12. Функциональная структурная схема системы командного управления при радиовизировании ракеты (кинематическая связь по дальности исключена)

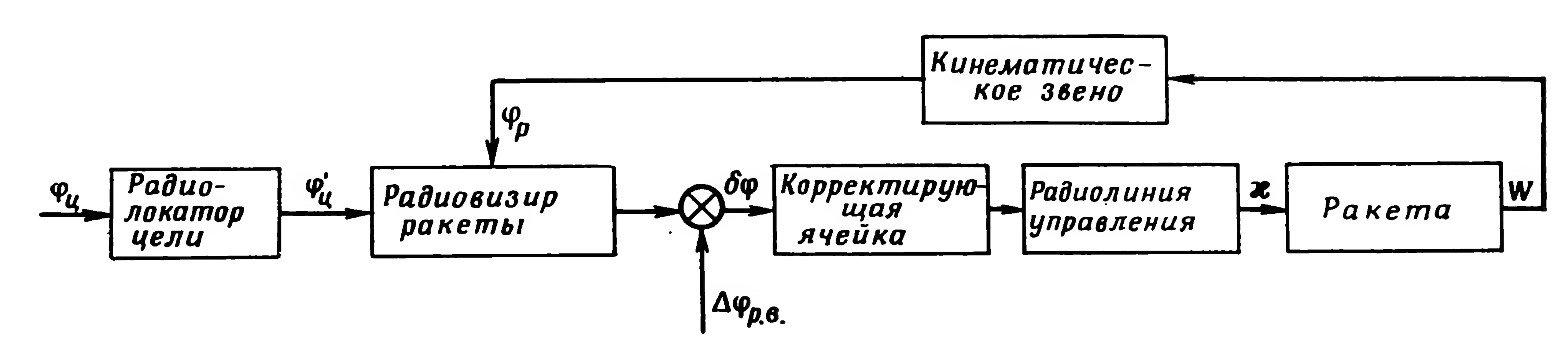


Рис. 1.13. Функциональная структурная схема системы командного управления для случая совмещения радиовизира с радиолокатором цели

2. Метод управления по радиолучу (радиотропа)

Данный метод отличается от метода наведения с помощью радиовизира тем, что сигналы рассогласования формируются не в радиовизире, а на борту самой ракеты, поэтому отпадает необходимость в командной линии управления. В связи с этим структурные схемы, изображенные на рис. 1.11—1.13, полностью будут соответствовать схеме управления по радиолучу, если из них исключить звено радиолинии управления.

Следует отметить одну особенность работы бортовой аппаратуры и связанное с ней возможное конструктивное решение.

Речь идет о формировании сигнала рассогласования при пространственном управлении, а точнее о методе создания опорной системы координат на борту ракеты. Поясним это на примере, когда радиотропа создается с помощью вращающегося луча, описывающего в пространстве узкий конус. Если не принять специальных мер, то в случае отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны на борту будет зафиксирован только модуль этого отклонения в виде коэффициента модуляции сигнала на выходе приемного устройства, настроенного на частоту канала радиотропы.

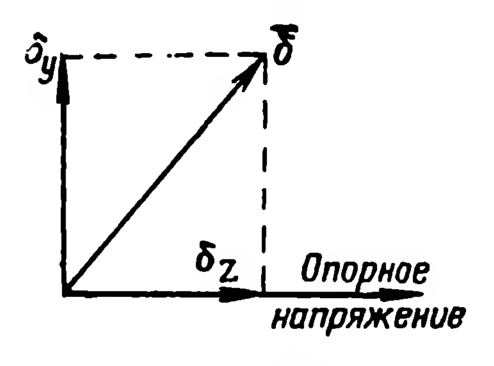


Рис. 1.14. Разложение вектора отклонения ракеты $\bar{\delta}$ (сигнала рассогласования) на вертикальную δ_y и горизонтальную δ_z составляющие

Для управления по двум каналам: курса и тангажа необходимо знать также и направление этого отклонения, или, что то же самое, разложить вектор отклонения на две составляющие, которые будем условно называть горизонтальной и вертикальной.

Для этой цели на борт ракеты передается по специальному радиоканалу опорное напряжение, фаза которого точно «привязана» к текущему положению сканирующего луча. Частота модуляции сигнала рассогласования и опорного сигнала одинаковы, фазы же отличаются в зависимости от направления отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны.

По относительной фазе сигнала рассогласования $\Delta\varphi$ и его модулю δ в фазовом дискриминаторе определяются его вертикальная δ_y и горизонтальная δ_z составляющие (рис. 1.14).

Заметим, что подобное формирование составляющих сигнала рассогласования происходит во всех случаях использования равносигнальной зоны (формирование сигнала ошибки слежения радиолокатора, сигнала управления в системе радиовизирования и т. д.).

Специфика радиотропы состоит в том, что в данном случае требуется специальный радиоканал для передачи этого напряжения на борт ракеты. В замкнутую петлю системы регулирования радиоканал непосредственно не входит, а потому в структурных схемах он не отображается. Однако качество его работы может оказать существенное влияние на пространственное управление,

главным образом за счет ошибки в определении фазы сигнала рассогласования. Это обстоятельство приводит к усилению явления взаимосвязи каналов управления (которое иногда называют явлением «скручивания» координат), что при определенных условиях может привести к резкому ухудшению качества управления ракетой.

3. Метод двух следящих радиолокаторов

При этом методе управления один радиолокатор следит за целью, а другой за ракетой (рис. 1.15). Каждый из радиолокаторов определяет угол φ' и дальность R', которые поступают в счетно-решающий прибор.

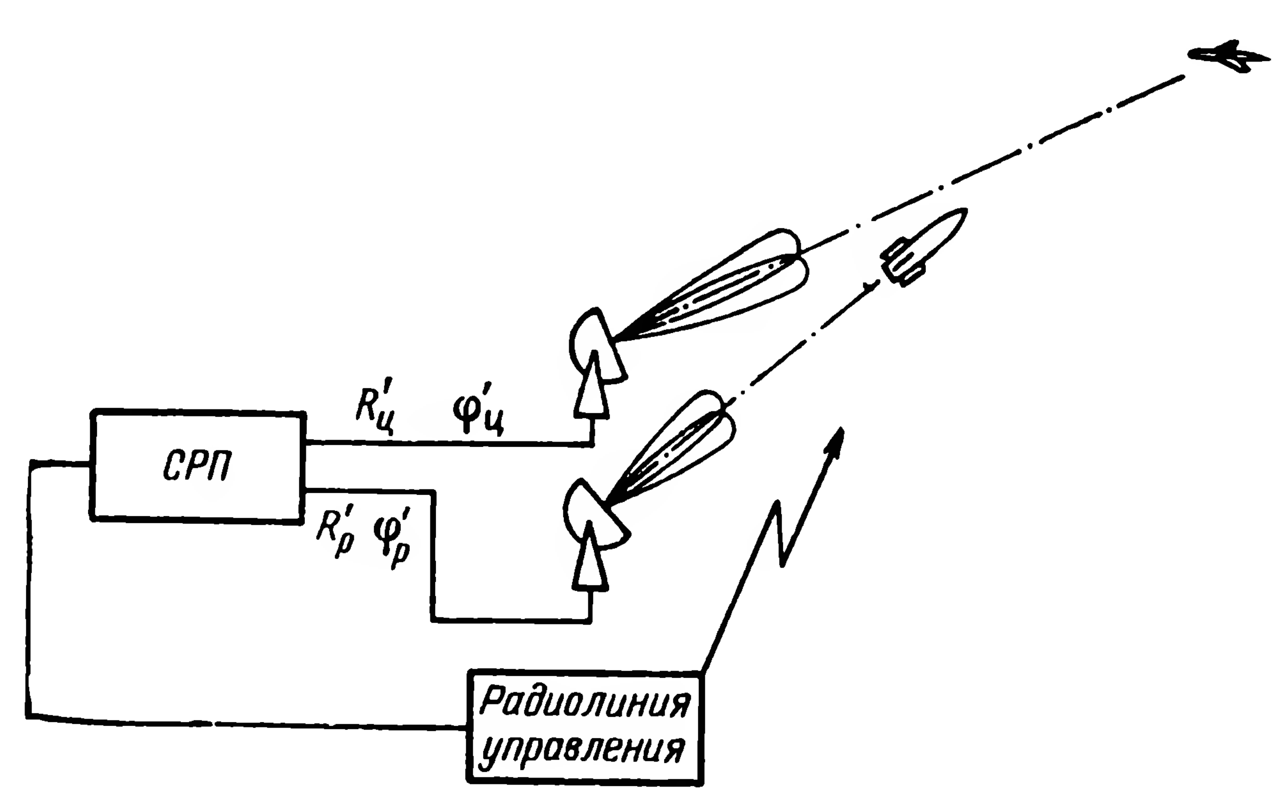


Рис. 1.15. Блок-схема системы командного управления для случая двух следящих радиолокаторов

На основании этих данных вырабатываются сигнал рассогласования и соответствующая команда управления, передаваемые на борт ракеты по радиолинии управления.

Рассмотрим некоторые особенности этого метода управления по сравнению с рассмотренными выше методами радиовизирования и радиотропы.

При использовании методов радиовизирования и радиотропы управление осуществляется по принципу удержания ракеты в зоне луча, направляемого либо на цель, либо в упрежденную точку. Отклонение центра тяжести ракеты от оси луча фиксируется системой управления как сигнал рассогласования, и система стремится свести его к нулю.

Такой способ управления может быть назван лучевым. Он является, по-видимому, единственно возможным для этих методов.

При управлении с помощью двух следящих радиолокаторов возможно наведение не только по лучу, но и курсовое управление, которое строится следующим образом. По данным радиолокатора слежения за ракетой можно построить ее траекторию и сравнить

в СРП курсовой угол ракеты с требуемым направлением движения.

В простейшем случае требуемым курсом является направление на цель, а сигналом рассогласования величина отклонения вектора скорости ракеты от направления на цель.

Подобное наведение ракеты называется методом погони.

В общем случае требуемый курс ракеты может быть направлен в упрежденную точку.

Подобным «упрежденным» методом является, например, метод параллельного сближения, при котором линия цель — ракета остается параллельной самой себе. Этот метод обеспечивает значительное спрямление траектории полета ракеты *.

Рассмотрим структурные схемы управления с помощью двух радиолокаторов для обоих случаев — лучевого и курсового управления. Построение структурных схем проведем, как и ранее, для плоской задачи.

На рис. 1.16 приведена упрощенная структурная схема лучевого управления, которая мало отличается от структурной схемы системы управления с помощью радиовизира, изображенной на рис. 1.11.

По координатам цели $\varphi'_ц$ и $R'_ц$, поступающих с выхода радиолокатора цели, и координате $R'_р$ дальномера радиолокатора ракеты в СРП определяется требуемое упрежденное значение угла луча $\varphi_{тр}$. Путем сравнения $\varphi_{тр}$ и $\varphi'_р$ — измеренной угловой координаты ракеты — определяется сигнал рассогласования $\delta\varphi$, который воздействует далее через корректирующую ячейку и линию передачи команд на ракету.

Выходная координата ракеты W через кинематические звенья связана с координатами $\varphi_р$ и $R_р$.

Кинематическое звено связи $W \to R_р$ показано пунктиром. В случае малости этой связи цепь обратной связи разрывается и координата $R'_р$ становится независимой входной координатой, аналогичной $R'_ц$ и $\varphi'_ц$.

Для случая наведения по методу «трехточки» схема, представленная на рис. 1.16, трансформируется в схему, изображенную на рис. 1.17.

Рассмотрим структурную схему системы курсового управления, изображенную на рис. 1.18.

Сравнение структурных схем для лучевого управления (рис. 1.16) и курсового управления (рис. 1.18) показывает, что различие их заключается в структуре счетно-решающего прибора. Замыкание связей системы курсового управления по $\varphi'_р$ и $R'_р$ происходит в СРП через два устройства — устройство определения требуемого курса ракеты и устройство определения текущего курса ракеты.

---

* Подробно о методах наведения будет изложено в гл. III.

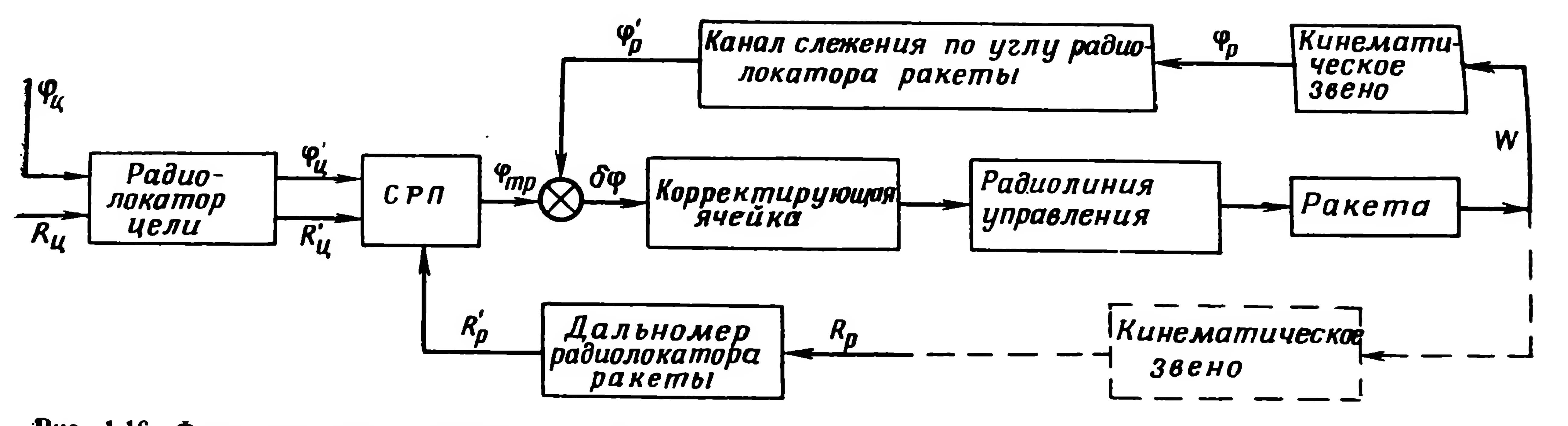


Рис. 1.16. Функциональная структурная схема системы лучевого командного управления для случая двух следящих радиолокаторов

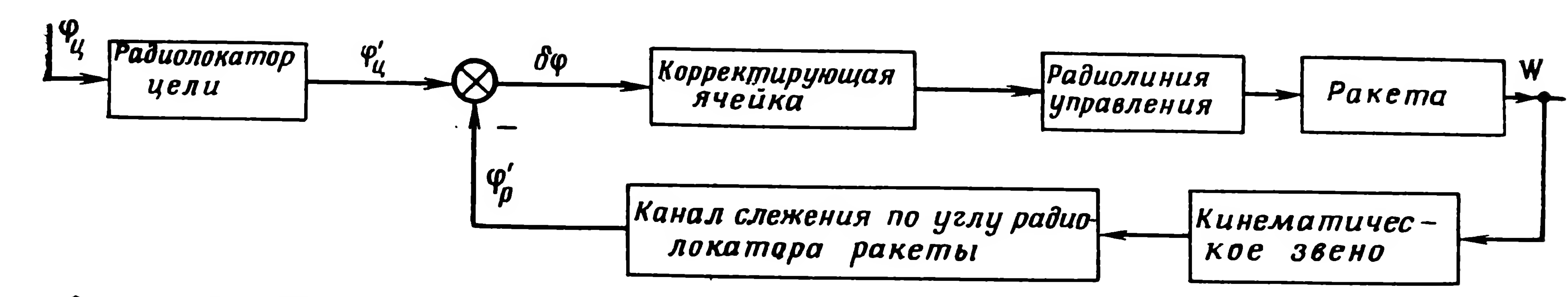


Рис. 1.17. Функциональная структурная схема системы командного управления для случая двух следящих радиолокаторов при наведении по методу «трехточки»

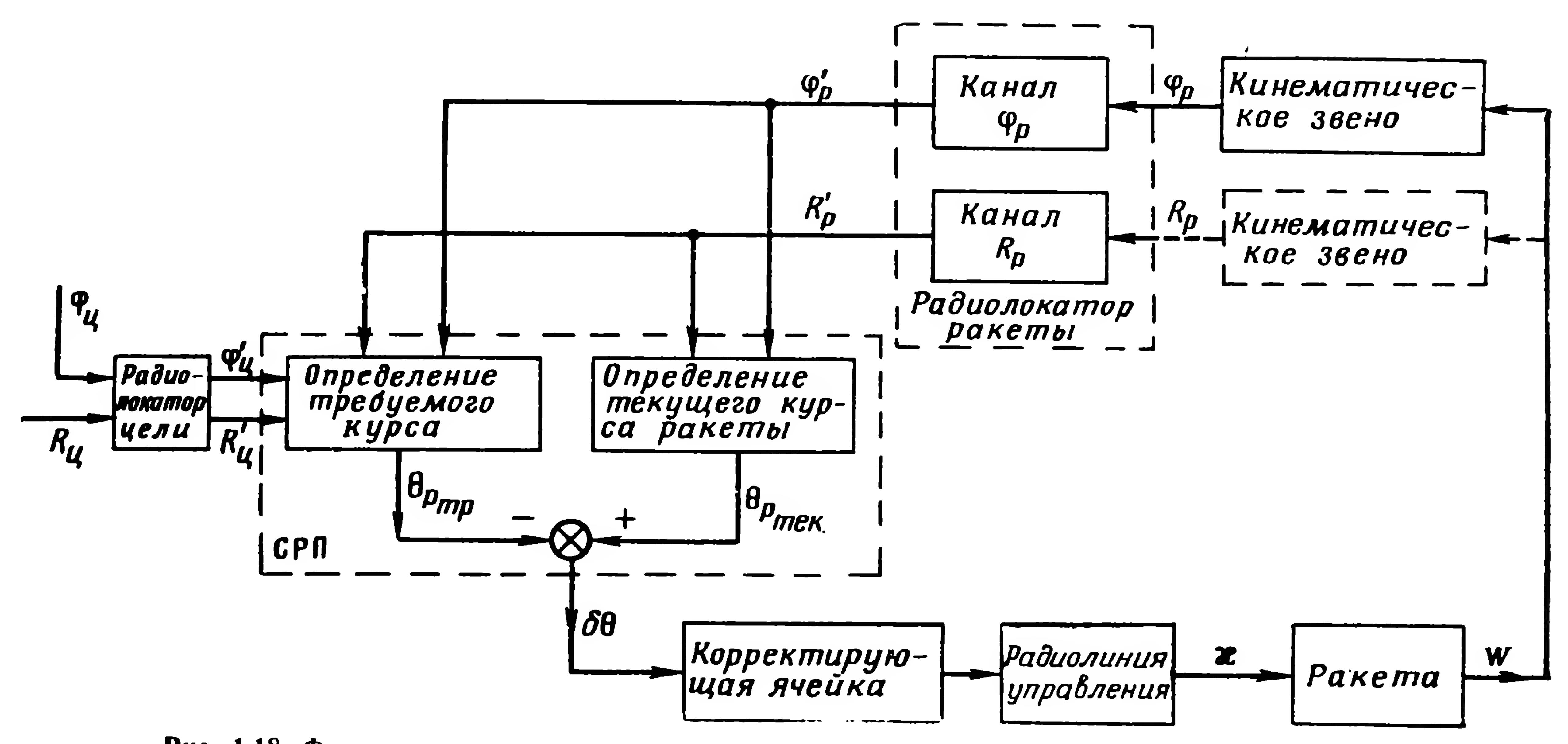


Рис. 1.18. Функциональная структурная схема системы курсового командного управления

Входными сигналами первого устройства являются координаты цели $\varphi'_ц$ и $R'_ц$, измеренные радиолокатором цели, и координаты ракеты $\varphi'_р$ и $R'_р$, измеренные радиолокатором ракеты, а выходным сигналом — требуемый курс ракеты $\theta_{р_{тр}}$.

Входными сигналами второго устройства являются координаты $\varphi'_р$ и $R'_р$, а выходным сигналом — текущий курс ракеты $\theta_{р_{тек}}$. В результате сравнения $\theta_{р_{тр}}$ и $\theta_{р_{тек}}$ вырабатывается сигнал рассогласования системы управления $\delta\theta$, который и используется для управления ракетой.

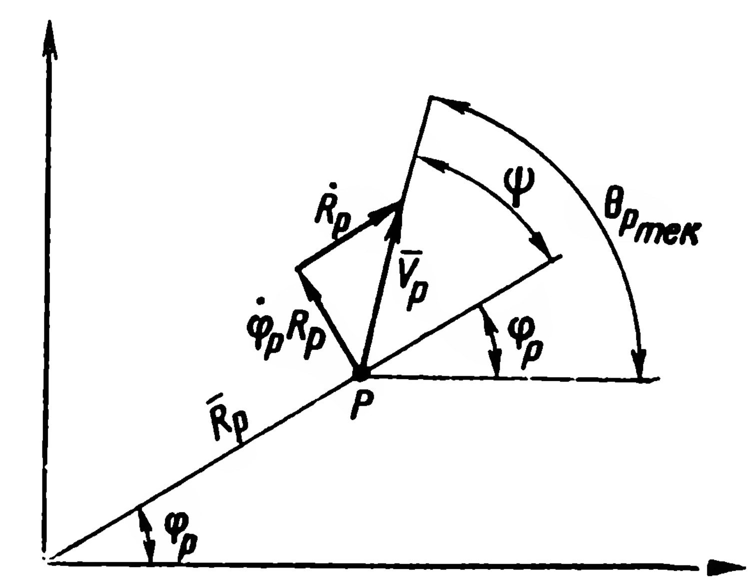


Рис. 1.19. Кинематическая схема, поясняющая работу блока определения текущего курса ракеты

Упрощенная структура системы не отображает специфики различных методов наведения при курсовом управлении. Рассмотрим поэтому более тонкую структуру элементов счетно-решающего прибора.

Начнем с блока определения текущего курса ракеты как более простого. Схема преобразования входных координат $\varphi'_р$ и $R'_р$ вытекает непосредственно из рис. 1.19. Курс ракеты может быть получен при непрерывном или дискретном наблюдении за приращением координат ракеты.

Зная тангенциальную скорость перемещения ракеты $V_\tau = R_р\dot{\varphi}'_р$ и скорость перемещения ракеты вдоль радиуса вектора $R_р$: $V_R = \dot{R}_р$, нетрудно найти угол ψ и соответственно курсовой угол $\theta_{р_{тек}} = \psi + \varphi_р$.

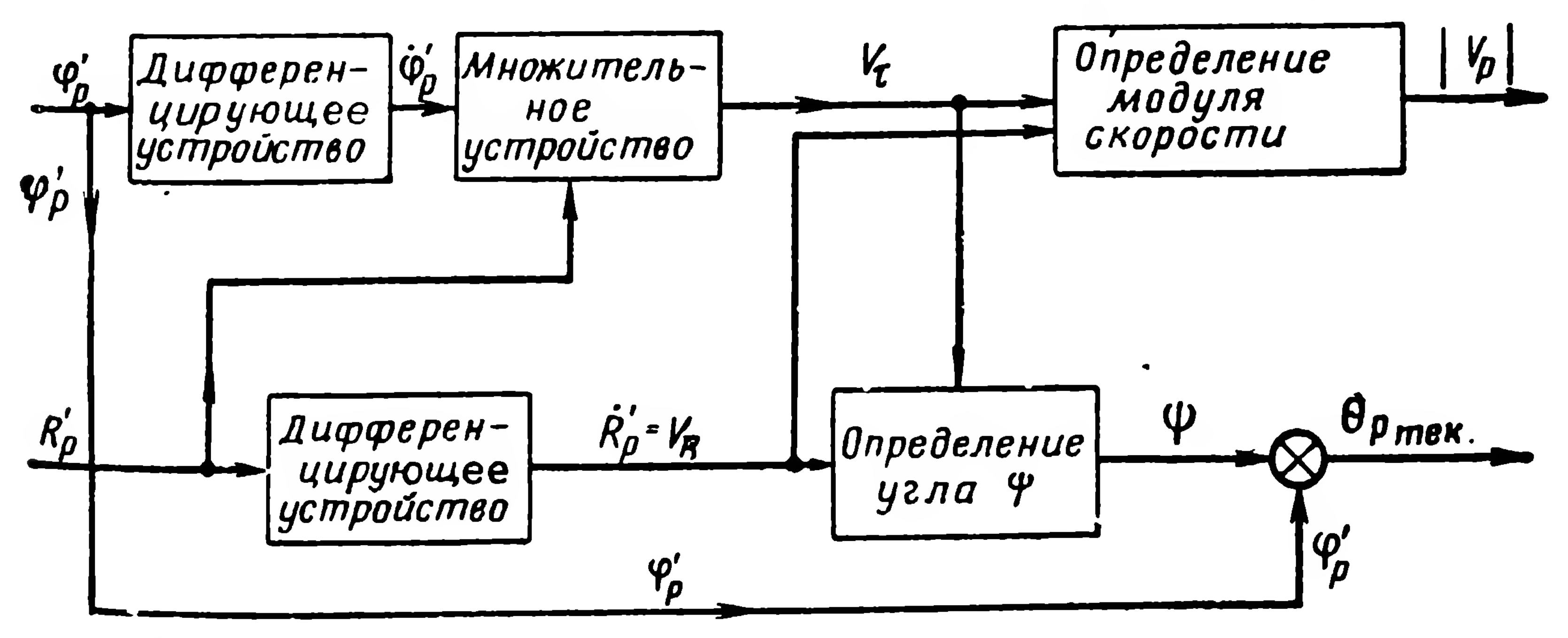


Рис. 1.20. Функциональная схема устройства выработки текущего курсового угла и скорости ракеты

Одновременно по составляющим скорости (V_τ и V_R) в блоке вырабатывается значение модуля скорости $|V_р| = \sqrt{V_\tau^2 + V_R^2}$.

Структурная схема устройства выработки текущего курсового угла и скорости ракеты представлена на рис. 1.20.

Для пояснения работы блока выработки требуемого курса ракеты обратимся к рис. 1.21. По заданным координатам цели $R'_ц$ и $\varphi'_ц$ определяются курс и скорость цели в устройстве, аналогичном описанному выше (рис. 1.20). Зная взаимное положение цели и ракеты и их скорости, можно найти на продолжении курса цели упрежденную точку встречи C (рис. 1.21). Для этого необходимо решить треугольник ABC, имея в виду, что полетное время ракеты и цели до точки C должно быть одинаковым.

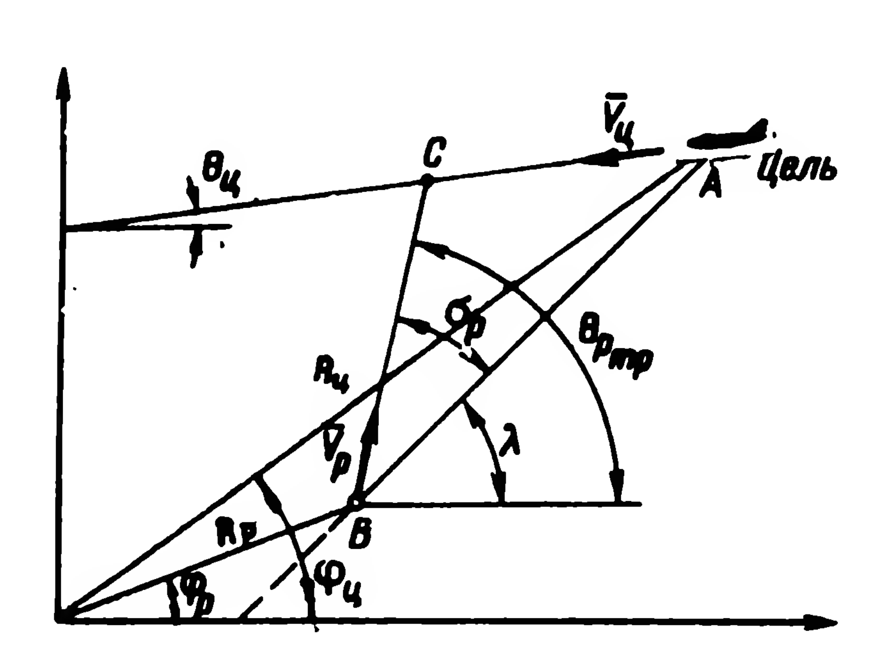


Рис. 1.21. Кинематическая схема, поясняющая работу блока определения требуемого курса ракеты

Из треугольника ABC находим угол упреждения $\sigma_р$.

По координатам $\varphi'_р$, $R'_р$ и $\varphi'_ц$, $R'_ц$ — угол λ, определяющий направление линии «ракета — цель». Тогда требуемый курс ракеты найдется так:

$$\theta_{р_{тр}} = \lambda + \sigma_р.$$

В соответствии с приведенными рассуждениями структурная схема блока выработки требуемого курса может быть представлена в виде, изображенном на рис. 1.22.

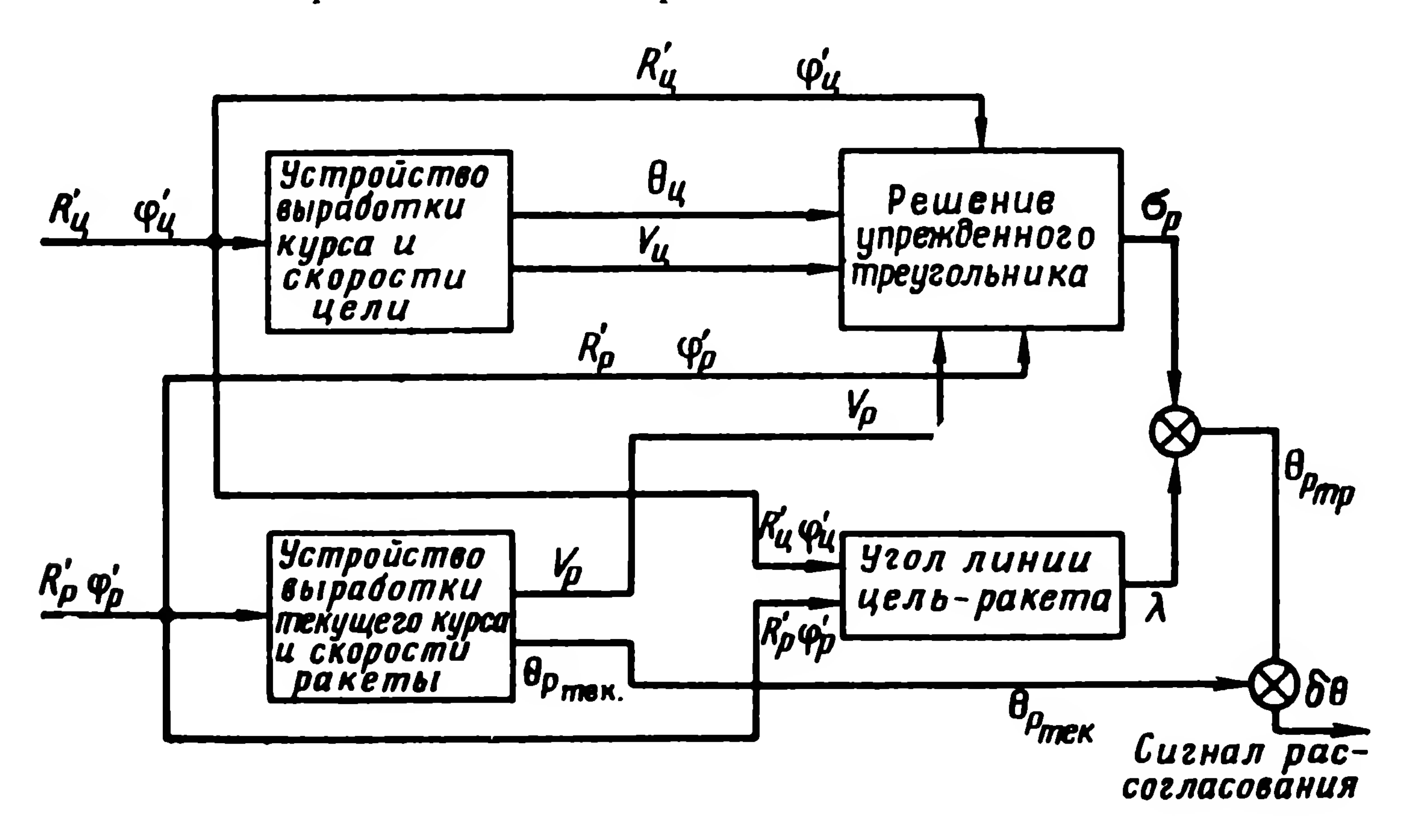


Рис. 1.22. Функциональная структурная схема счетно-решающего прибора системы курсового командного управления

Из полученной структурной схемы счетно-решающего прибора, решающего задачу выработки сигнала рассогласования для случая наведения в упрежденную точку, нетрудно получить структурную схему СРП для простейшего случая наведения по методу погони. Поскольку угол упреждения $\sigma_р$ обращается в нуль, то

$\theta_{р_{тр}} = \lambda$ и структурная схема преобразуется к виду, изображенному на рис. 1.23.

Блок выработки текущего курсового угла ракеты остается тем же. Блок же выработки требуемого курса ракеты резко упростился. Таким образом, специфика управления по тому или иному методу курсового наведения нашла отражение только в структурной схеме СРП.

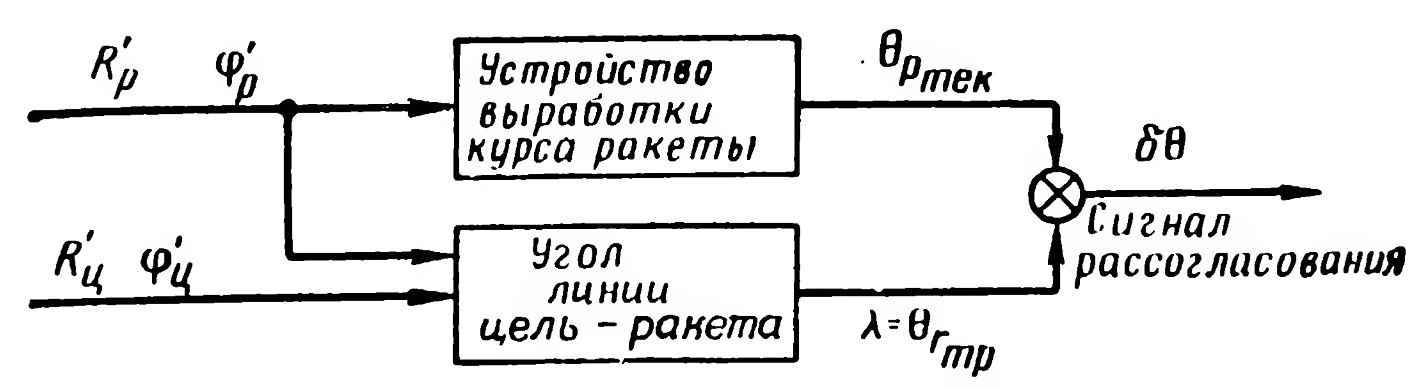


Рис. 1.23. Функциональная структурная схема счетно-решающего прибора системы курсового командного управления при случае наведения по методу погони

Рассмотрим еще один из возможных вариантов курсового управления с замыканием системы управления на борту. В этом случае система управления строится по следующему принципу.

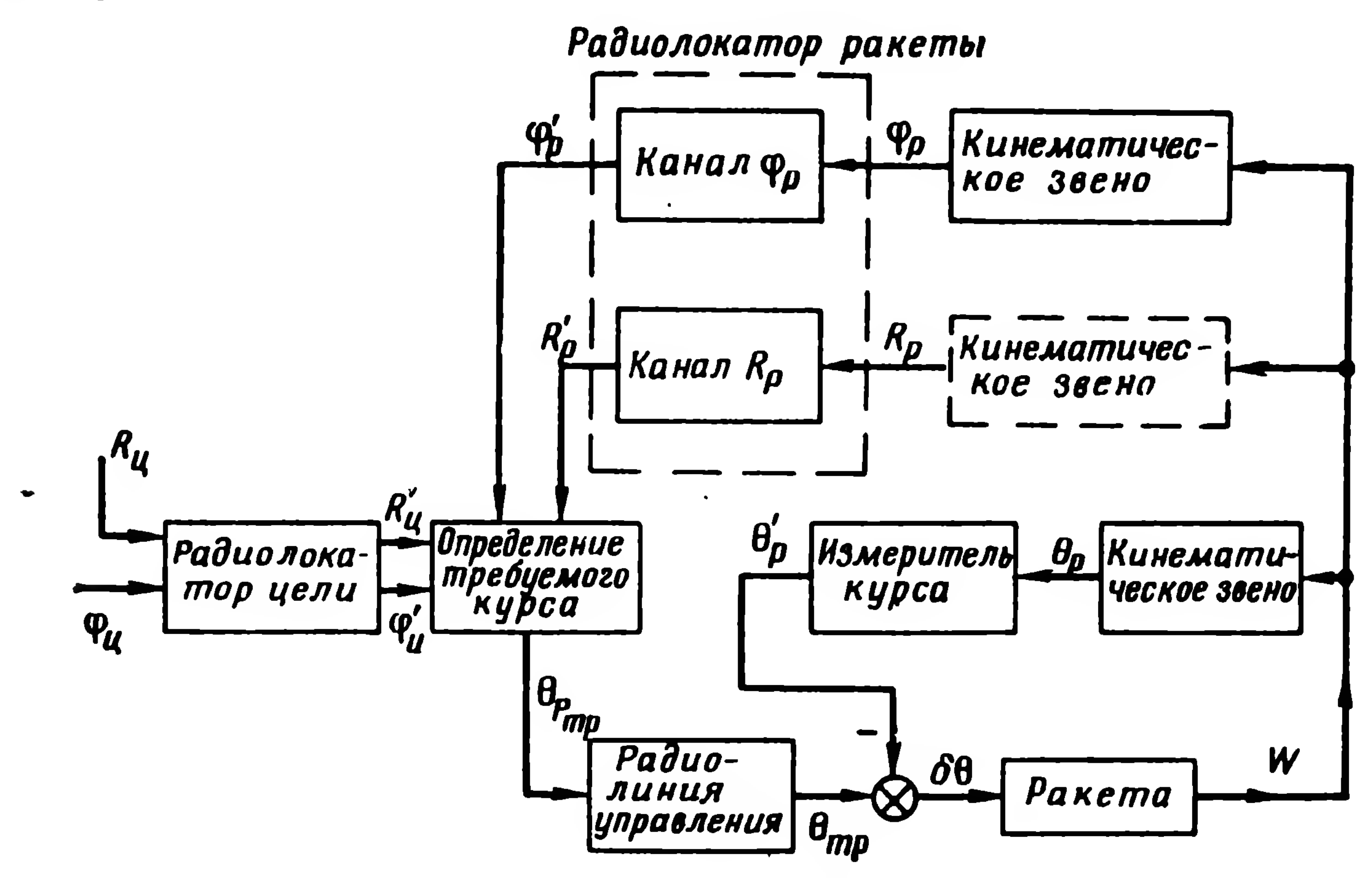


Рис. 1.24. Функциональная структурная схема системы курсового командного управления при замыкании системы на борту

По координатам цели и ракеты, получаемым с радиолокатора цели и ракеты $\varphi'_ц$, $R'_ц$, $\varphi'_р$, $R'_р$, в СРП определяется требуемый курс ракеты $\theta_{р_{тр}}$, который подается на борт ракеты. На борту ракеты имеется измеритель ее текущего курса. В результате сравнения его показаний с $\theta_{р_{тр}}$ вырабатывается сигнал рассогласования системы, определяющий процесс управления.

Структурная схема системы управления приведена на рис. 1.24. Она значительно отличается от схемы, приведенной на рис. 1.18.

В СРП отсутствует определитель истинного курса ракеты. Ракета оказалась охваченной дополнительной обратной связью через кинематическое звено $W \to \theta_р$ и измеритель курса, а вся система — двойной обратной связью: на борту через указанную обратную связь и через кинематические звенья $W \to \varphi_р$, $W \to R_р$ и радиолокатор ракеты. Как будет показано ниже (гл. VI), при определенных условиях внешними связями можно пренебречь. Тогда сигналы $\varphi_р'$ и $R_р'$ наряду с сигналами $R_ц'$ и $\varphi_ц'$ можно рассматривать как независимые входные возмущения системы управления. Структурная схема при этом будет преобразована к виду, изображенному на рис. 1.25.

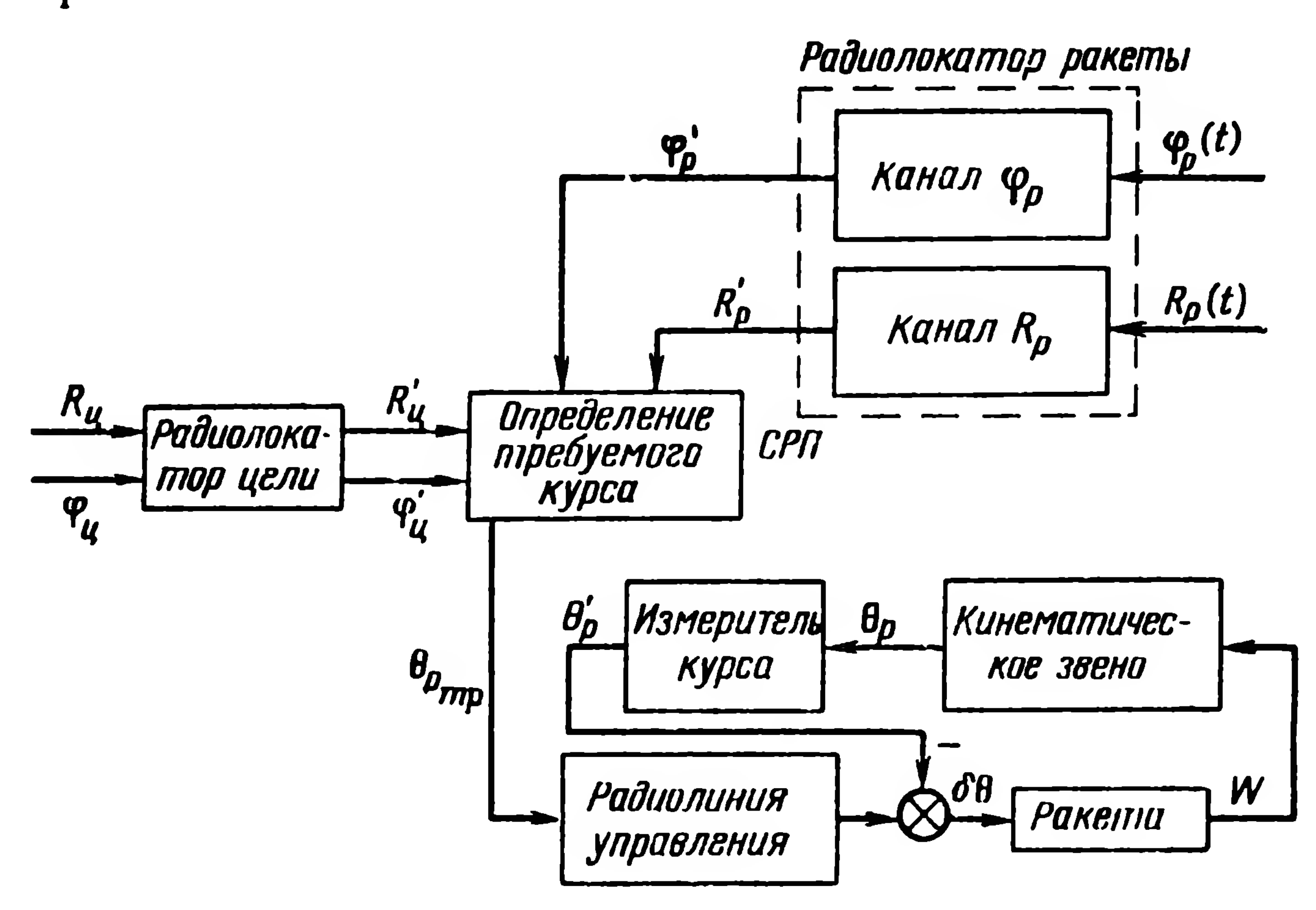


Рис. 1.25. Функциональная структурная схема системы курсового командного управления при замыкании системы на борту (внешняя кинематическая связь исключена)

В заключение отметим, что на систему управления с двумя радиолокаторами действуют случайные возмущения за счет ошибок радиолокационных трактов цели и ракеты, входящие в состав сигналов $\varphi_ц'$, $R_ц'$, $\varphi_р'$, $R_р'$. Кроме того, системе свойственны и все внутренние (приборные) и внешние (аэродинамические и газодинамические) возмущения, отмеченные нами для ранее рассмотренных систем управления.

§ 5. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

По принципу управления ракетой устройства самонаведения могут быть разделены на две основные группы. К первой относятся системы самонаведения, в которых координаторы цели (головки самонаведения) измеряют положение линии «цель — ракета» относительно осей, связанных с ракетой. Такие системы могут

быть названы связанными системами самонаведения. Ко второй группе относятся устройства, в которых головки самонаведения измеряют положение линии «цель — ракета» относительно неподвижных осей. Они могут быть названы развязанными системами с опорной системой координат.

Обе группы систем самонаведения определяют возможные классы траекторий самонаведения и имеют специфические особенности в структурной схеме системы управления.

1. Связанные системы самонаведения

Простейшая схема связанной системы самонаведения выглядит следующим образом (рис. 1.26).

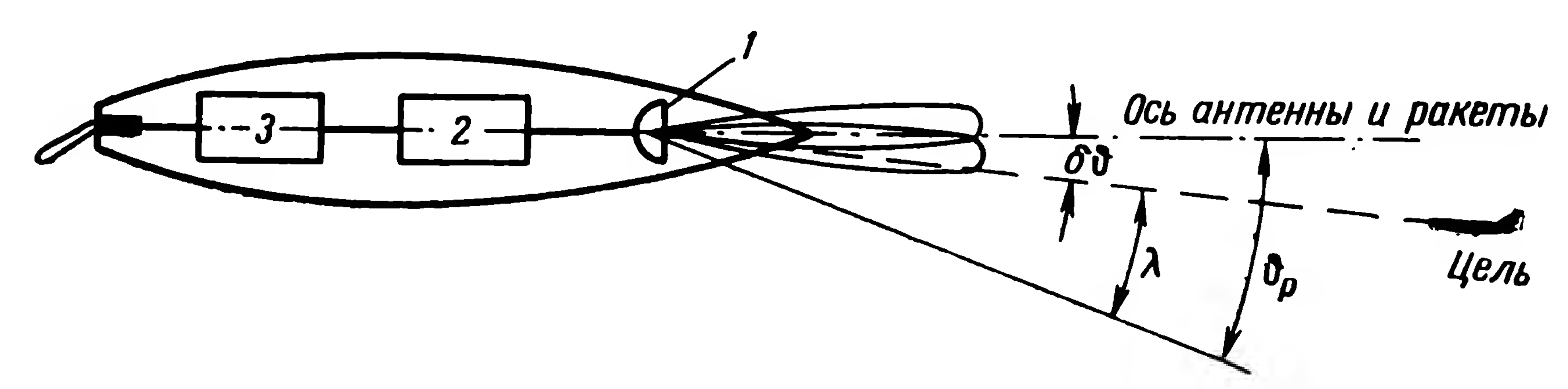


Рис. 1.26. Блок-схема связанной системы самонаведения:
1 — головка самонаведения; *2* — блок выработки сигнала ошибки; *3* — рулевое устройство

В носовой части ракеты за обтекателем находится антенна головки самонаведения. Ось антенны жестко связана с продольной осью ракеты.

При отклонении продольной оси ракеты и соответственно оси антенны от направления на цель вырабатывается сигнал рассогла-

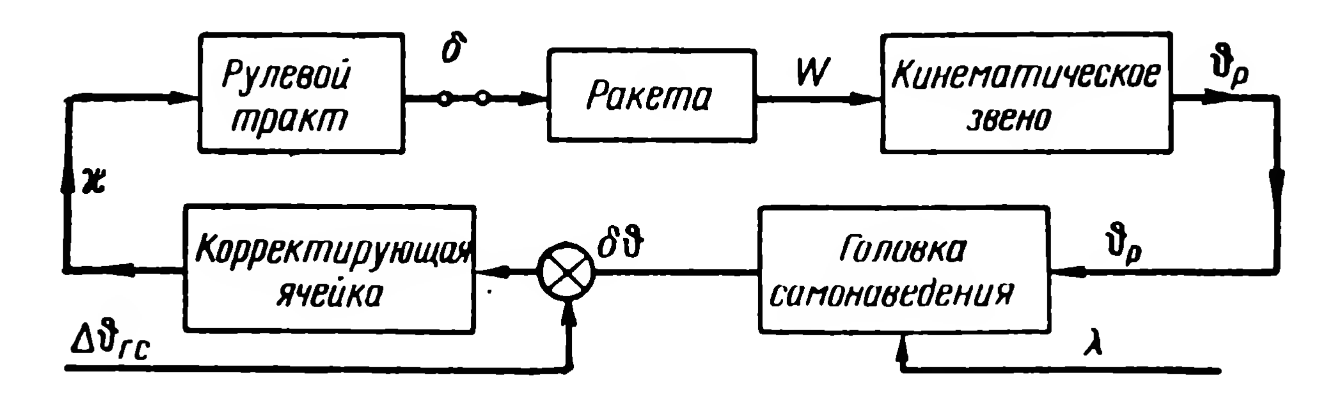


Рис. 1.27. Функциональная структурная схема связанной системы самонаведения

сования $\delta\vartheta=\lambda-\vartheta_p$, где λ — направление линии «цель — ракета», а ϑ_p — угол оси ракеты (курса или тангажа).

Сигнал рассогласования, воздействуя на систему управления, удерживает ось ракеты в направлении линии «цель — ракета».

Приведенная схема (по аналогии со схемами телеуправления) может быть названа схемой визирования цели головкой самонаведения. Структурная схема такой системы самонаведения представлена на рис. 1.27.

Входным сигналом системы управления является λ — угол линии «ракета — цель», а выходным параметром угол оси ракеты $\vartheta_р$. В результате сравнения $\vartheta_р$ и λ вырабатывается сигнал рассогласования $\delta\vartheta$. Возмущения, связанные с ошибками радиовизира в определении разности координат, отражены в виде дополнительного входного сигнала $\Delta\vartheta_{гс}$.

Полученный полный сигнал рассогласования

$$\delta\vartheta' = \delta\vartheta + \Delta\vartheta_{гс}$$

через корректирующую цепочку воздействует через рулевой тракт на ракету, вызывая соответствующую подъемную силу и нормаль-

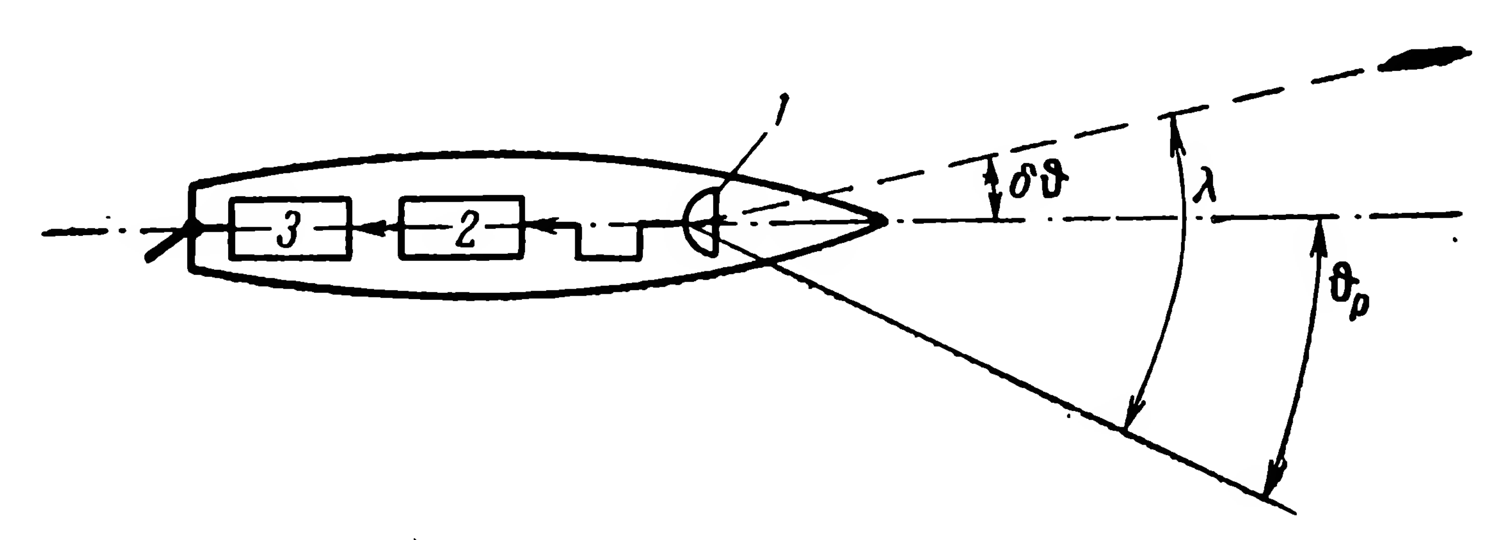


Рис. 1.28. Блок-схема связанной системы самонаведения со следящим локатором:

1 — головка самонаведения; *2* — блок выработки сигнала ошибки; *3* — рулевое устройство

ное ускорение W. Связь между нормальным ускорением W и углом оси ракеты $\vartheta_р$ определена кинематическим звеном.

Разновидностью рассмотренной схемы может быть схема, в которой головка-локатор следит за целью, поворачиваясь относи-

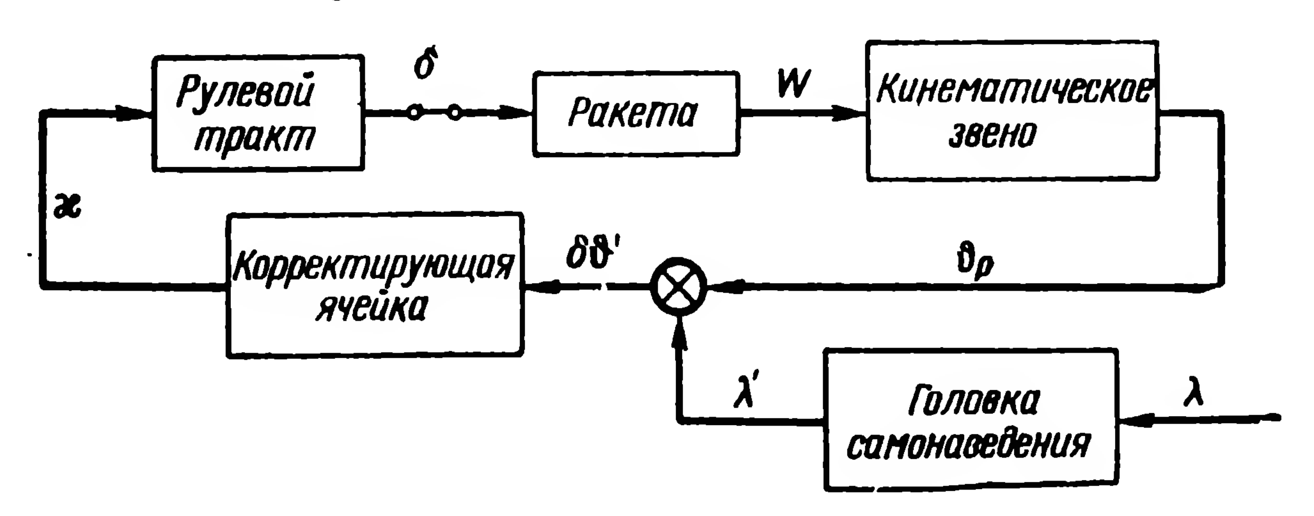


Рис. 1.29. Функциональная структурная схема связанной системы самонаведения со следящим радиолокатором

тельно осей ракеты в кардановом подвесе (рис. 1.28). В этом случае угловое отклонение оси локатора, следящего за целью, от оси ракеты измеряется с помощью потенциометра. Величина отклонения и определяет сигнал рассогласования системы управления.

Структурная схема такой системы (рис. 1.29) отличается от схемы, рассмотренной выше (рис. 1.27), лишь тем, что во входную

цепь системы управления включен радиолокатор. Входным сигналом системы управления при этом является угол линии «ракета — цель» λ', полученный с учетом ошибок радиолокатора.

Для обоих рассматриваемых случаев при точном выполнении требуемого закона движения ось ракеты будет всегда совпадать с направлением на цель. Траектория при этом будет не точно соответствовать методу погони, поскольку он требует совпадения с направлением «ракета — цель» не продольной оси ракеты, а траекторного угла полета ракеты, т. е. вектора скорости ракеты. Это направление отличается от направления оси ракеты на величину угла атаки.

При необходимости может быть внесена поправка на угол атаки с помощью обычного флюгерного устройства.

Упрощенные структурные схемы, изображенные на рис. 1.27 и 1.29, при этом останутся теми же самыми, но с той лишь разницей, что выходным параметром кинематического звена в последнем случае явится не угол оси ракеты $\vartheta_р$, а курсовой угол ракеты $\theta_р$, и соответственно кинематическое звено будет показывать связь параметров $W \to \theta_р$.

Отметим, что структурные схемы систем самонаведения, изображенные на рис. 1.27 и 1.29, не совсем точно отражают характер входных связей.

Строго говоря, сигнал λ, изображенный на схеме, нельзя представлять в виде независимой входной величины, поскольку радиолокатор установлен на самой ракете, а потому характер изменения $\lambda(t)$ зависит от процессов управления в системе самонаведения. Математически строго это будет показано в гл. VIII.

2. Развязанные системы самонаведения

В развязанных системах самонаведения координатор цели измеряет положение своей оси, а соответственно и направление на цель не в системе координат, связанной с ракетой, а относительно неподвижных осей пространства.

При рассмотрении структурной схемы будем полагать для простоты рассуждения, что опорная система координат аппаратурно реализуется с помощью гиростабилизированной платформы, оси которой неподвижны в пространстве и создают опорную систему координат. Антенна головки самонаведения следит за целью, положение осей антенны измеряется не относительно осей ракеты, а относительно неподвижных осей гироплатформы (рис. 1.30).

В рассматриваемой системе возможны несколько разновидностей схем управления, обеспечивающих различные траектории наведения.

Одним из наиболее известных методов наведения, который может быть использован в подобных системах самонаведения, является метод параллельного сближения. Как уже указывалось, сущность его заключается в том, что линия «цель — ракета»

(линия визирования) должна оставаться все время параллельно самой себе.

Параллельное сближение обеспечивается следующим образом (рис. 1.31). Головка-радиолокатор следит за целью, измеряя ее угловое положение λ относительно неподвижной системы коорди-

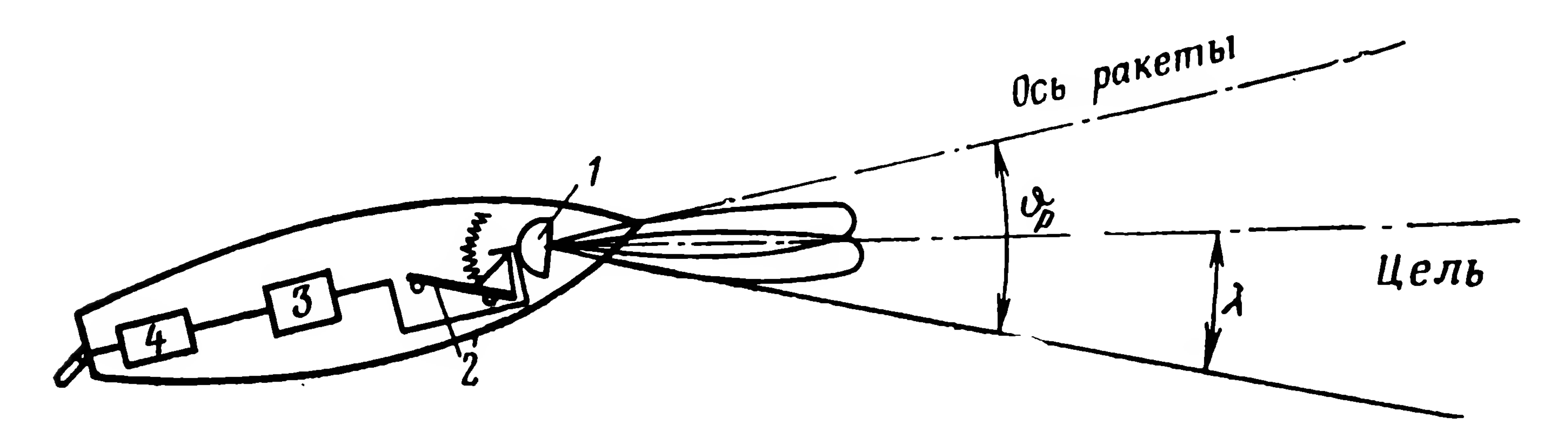


Рис. 1.30. Блок-схема развязанной системы самонаведения:
1 — головка самонаведения; *2* — гиростабилизированная платформа; *3* — блок выработки сигнала ошибки; *4* — рулевое устройство

нат, которое сравнивается с некоторым исходным значением угла λ_0. Величина угла λ_0 определяет требуемое положение линии параллельного сближения. Разница $\lambda - \lambda_0 = \delta\lambda$ является сигналом рассогласования системы управления ракетой. Воздействие сиг-

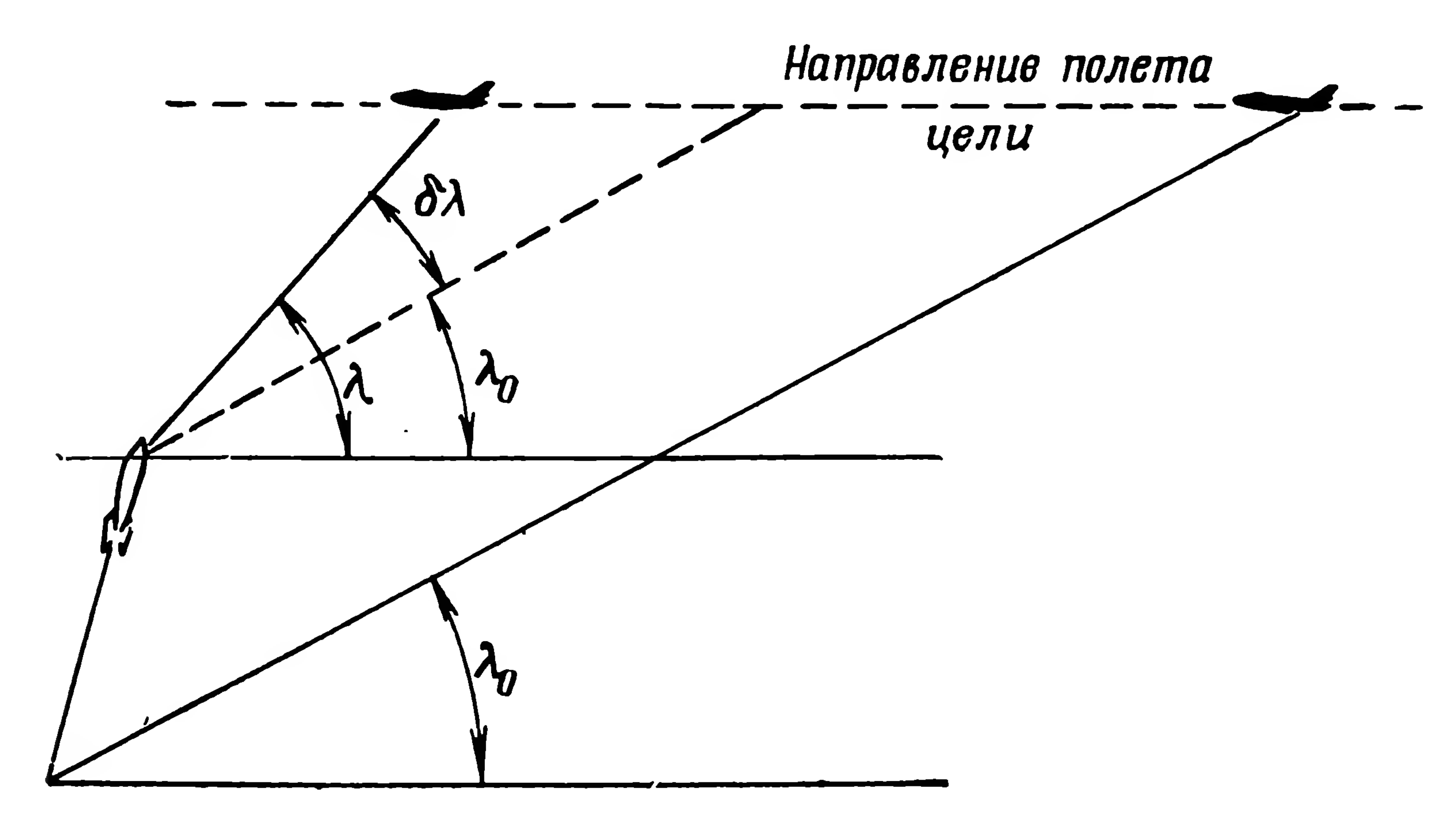


Рис. 1.31. Кинематическая схема, поясняющая выработку сигнала ошибки при наведении по методу параллельного сближения

нала рассогласования будет происходить до тех пор, пока линия «цель — ракета» не станет параллельной исходной — базовой линии.

Однако сигналом рассогласования может быть не только величина $\delta\lambda$, но и величина угловой скорости вращения линии «цель — ракета», измеренная с помощью головки самонаведения.

Этот метод в литературе [2] называется методом пропорциональной навигации.

Принципиально эти два метода близки. Во втором случае в момент начала самонаведения имеется некоторое положение линии «цель — ракета», определенное углом λ_0.

В процессе дальнейшего управления сигнал рассогласования формируется на основе измерения угловой скорости перемещения

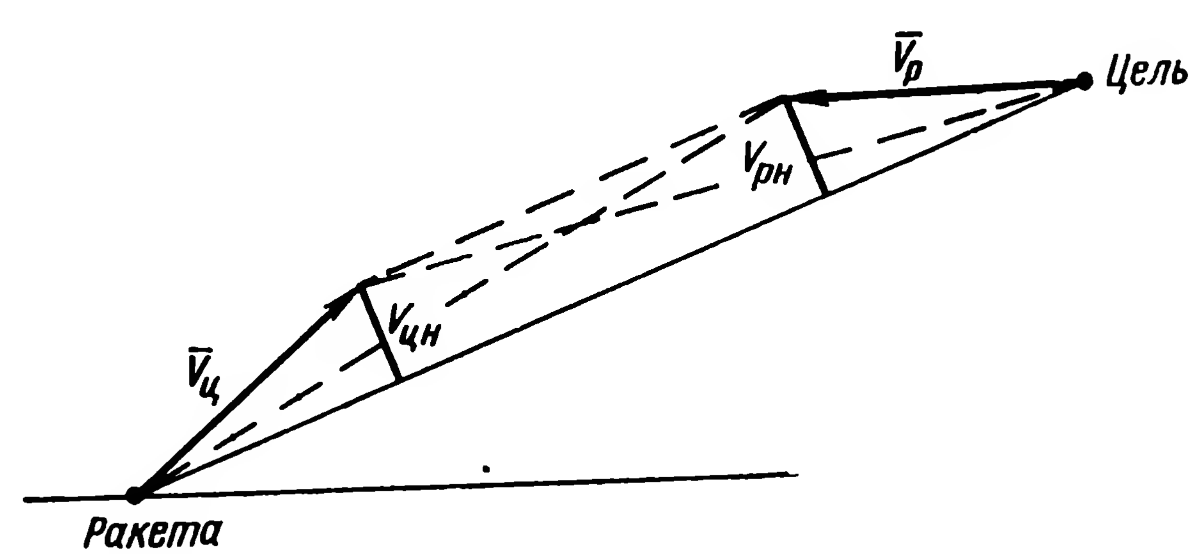


Рис. 1.32. Кинематическая схема, поясняющая выработку сигнала ошибки при измерении угловой скорости линии визирования

линии «цель — ракета». Он воздействует на ракету, изменяя ее курс до тех пор, пока скорость перемещения луча «цель — ракета» не станет равной нулю. Это произойдет, очевидно, в том случае, когда проекции вектора скорости цели и ракеты на нормаль к линии визирования ($V_{рн}$ и $V_{цн}$) не станут равными друг другу (рис. 1.32).

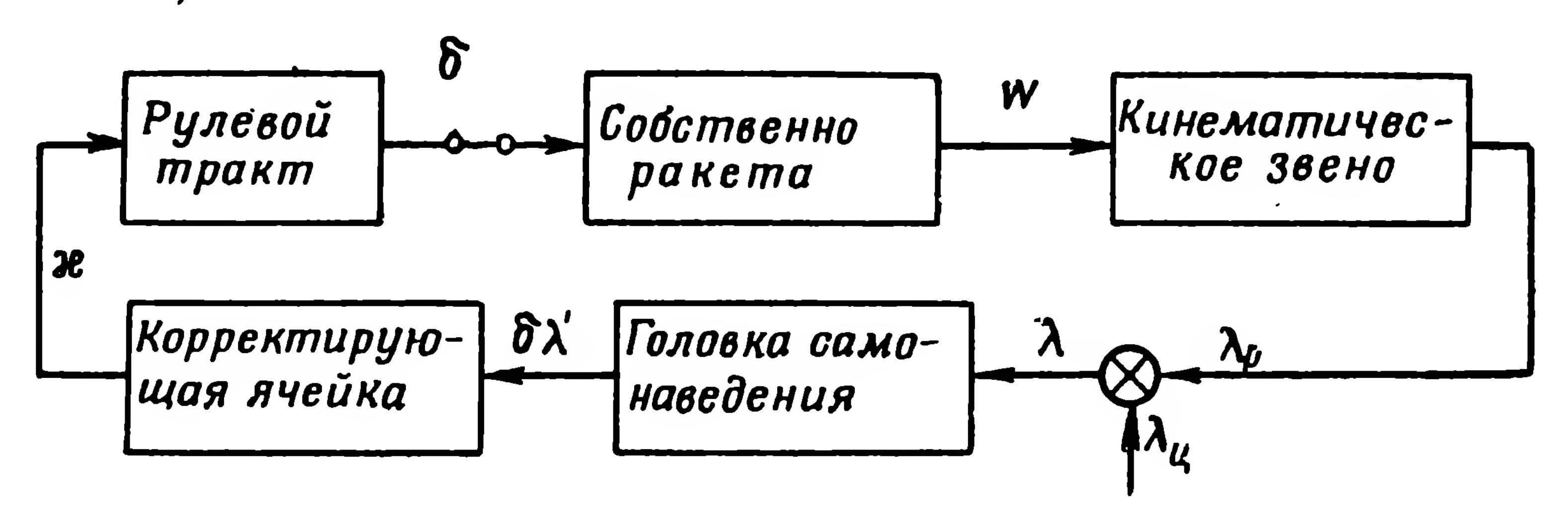


Рис. 1.33. Функциональная структурная схема системы самонаведения для случая параллельного сближения

Рассмотрим структурные схемы для двух методов самонаведения.

На рис. 1.33 изображена упрощенная структурная схема для первого из рассмотренных методов самонаведения. Головка самонаведения измеряет непосредственно сигнал рассогласования $\delta\lambda$. Выходной сигнал головки самонаведения $\delta\lambda'$ содержит соответственно ошибки в определении $\delta\lambda$. Вся дальнейшая цепочка от $\delta\lambda'$ и до выходного параметра ракеты W не имеет принципиальных отличий от рассмотренных ранее схем. Специального пояснения

требует физическое толкование кинематического звена $W \to \lambda_р$, как и само определение угла $\lambda_р$, а также входной сигнал $\lambda_ц$.

Сигнал рассогласования $\delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ является функцией закона перемещения ракеты, а также функцией движения цели.

Та часть сигнала λ, которая зависит от движения ракеты, обозначена нами через $\lambda_р$, а независимая часть сигнала, определяемая движением цели, через $\lambda_ц$.

Зависимость между выходным параметром ракеты W и $\lambda_р$ определяет кинематическое звено, замыкающее систему регулиро-

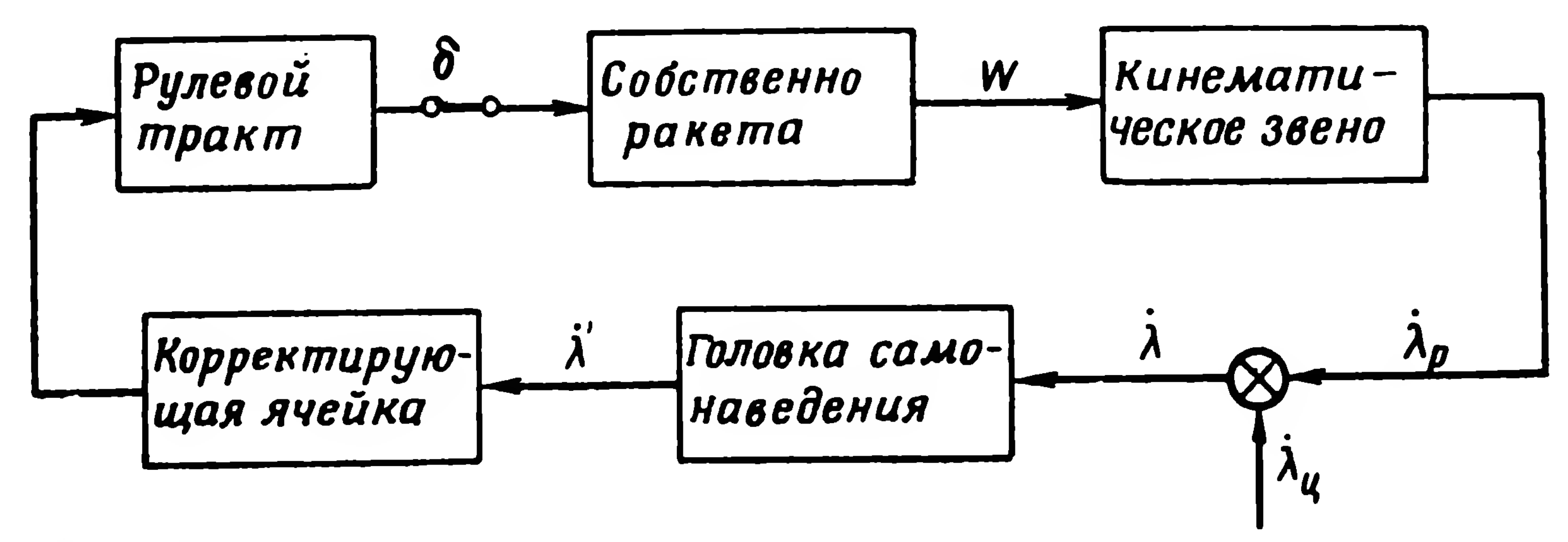


Рис. 1.34. Функциональная структурная схема развязанной системы самонаведения для случая пропорциональной навигации

вания. Сигнал $\lambda_ц$ является входным (т. е. независимым) возмущением системы регулирования.

Математически строгое определение этих параметров будет дано в гл. VIII при рассмотрении кинематических связей.

На рис. 1.34 приведена структурная схема для самонаведения по методу пропорциональной навигации.

Все рассуждения, приведенные выше, справедливы и для рассматриваемого случая.

Параметры $\dot{\lambda}_р$ и $\dot{\lambda}_ц$ также могут быть истолкованы как зависимая и независимая части сигнала рассогласования $\delta\dot{\lambda}$.

Глава II

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ЭЛЕМЕНТЫ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА

В предыдущей главе мы познакомились с физической картиной процесса управления и как результат представили в виде взаимосвязанных физических звеньев структурные схемы различных систем управления. Последние отображают только качественную картину управления. Для перехода к задаче математического анализа необходимо математическое описание физических звеньев системы управления и связей между этими звеньями. Для этой цели необходимо предварительно рассмотреть некоторые общие понятия по методам математического описания систем подобного класса и их анализа.

§ 1. КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

Системы автоматического управления и их звенья описываются дифференциальными уравнениями. Любое дифференциальное уравнение или система их может быть в свою очередь представлено в виде совокупности взаимосвязанных элементарных звеньев, которая составляет математическую структурную схему системы управления. Для широкого класса задач управления эта совокупность включает в себя следующие элементарные звенья:

— интегрирующие, соответствующие операции интегрирования по отношению к входному сигналу;

— дифференцирующие, соответствующие операции дифференцирования по отношению к входному сигналу;

— функциональные, соответствующие определенной функциональной зависимости (линейной или нелинейной) между входным и выходным сигналами.

Интегрирующие и дифференцирующие звенья являются специфическими для систем, описываемых дифференциальными уравнениями, и определяют динамику системы управления, т. е. ее «инерционные» свойства.

Функциональное звено включает самый разнообразный класс функциональных зависимостей между входным и выходным сигналами за исключением операции интегрирования и дифференцирования. Это звено является безынерционным и определяет классификацию систем, речь о которой будет идти ниже.

Правомочность подобного разделения систем дифференциальных уравнений на простейшие звенья будет продемонстрирована в ходе математического описания систем управления в последующих главах.

Системы управления и их элементы в зависимости от типов функциональных звеньев могут быть линейными или нелинейными, стационарными или нестационарными.

Каждый из этих признаков характеризует только одну сторону процесса регулирования. Каждая система классифицируется обоими признаками в различных комбинациях, т. е.:

— нелинейная нестационарная;
— нелинейная стационарная;
— линейная нестационарная;
— линейная стационарная.

Остановимся на физическом толковании каждого из рассмотренных признаков.

Линейная система характеризуется наличием функциональных звеньев, входной (x) и выходной (y) сигналы которых связаны только линейной зависимостью

$$y = Kx. \tag{2.1}$$

Подобные звенья называются усилительными. Если на вход такой системы действует несколько сигналов (x_1, x_2, x_3, ...), то можно рассматривать их прохождение независимо:

$$y = Kx_1 + Kx_2 + Kx_3 + \ldots, \tag{2.2}$$

что является отличительным признаком линейных систем (принцип суперпозиции).

Нелинейная система имеет в своем составе функциональные звенья, вход и выход которых связаны между собой нелинейной функциональной связью. Эта зависимость обычно может быть выражена в виде

$$y = F(x_1, x_2, x_3, \ldots). \tag{2.3}$$

Например,

$$\lambda = F(\varphi_ц, \varphi_р, R_ц, R_р) = \frac{R_ц \sin \varphi_ц - R_р \sin \varphi_р}{R_ц \cos \varphi_ц - R_р \cos \varphi_р}.$$

Естественно, что в таком случае нет смысла говорить о независимом прохождении каждого из сигналов.

Стационарная система характерна неизменностью во времени функциональных звеньев. Для линейного звена это означает, что коэффициент K (2.1) во времени постоянен. Для нелинейного

звена (2.3) это означает, что функция $F(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ не зависит от времени.

Нестационарная система имеет в своем составе функциональные звенья, функциональная зависимость которых изменяется во времени. Для линейных систем это означает, что коэффициент усиления является функцией времени. Физически такое звено очевидно. Достаточно для этого представить, например, обычный усилитель постоянного тока, коэффициент усиления которого нестабилен. В качестве примера нелинейного нестационарного функционального звена может быть рассмотрено звено, описывающее поведение подъемной силы (Y) ракеты как функции угла атаки (α). Зависимость подъемной силы Y от угла α представляет собой некоторую нелинейную функцию.

При полете по определенной траектории в результате изменения скоростного напора и других причин зависимость может изменяться во времени t и описывается в виде семейства кривых (рис. 2.1):

Рис. 2.1. Зависимость подъемной силы от угла атаки для различных моментов времени

Рис. 2.2. Изображение на схемах интегрирующего (*а*) и дифференцирующего (*б*) звеньев

$$Y = F(\alpha, t). \qquad (2.4)$$

Таким образом, это функциональное звено, связывающее входной сигнал α с выходным сигналом Y, является нестационарным и нелинейным звеном.

Системы управления могут классифицироваться еще в зависимости от того, являются они системами непрерывного или дискретного типа. В системах непрерывного регулирования процесс управления протекает непрерывно. Для систем дискретного регулирования характерным является наличие импульсного элемента, замыкающего систему только в определенные моменты времени.

Исходные системы дифференциальных уравнений, описывающие физические звенья и связи между ними, для непрерывных и дискретных систем в основном аналогичны и только при рассмотрении всей системы возникает необходимость учитывать наличие импульсного элемента в цепи регулирования.

Для дискретных систем характерны задержки информации при прохождении ее через тракты управления.

Эти преобразования информации не могут быть описаны рассмотренными выше звеньями и требуют ввода специального запаздывающего звена. Поданный на выход такого звена сигнал $x(t)$ претерпевает изменение (сдвиг) только аргумента, т. е. выходной сигнал $y(t)$ будет равен

$$y(t)=x(t-\tau),$$

где τ — интервал задержки.

При построении структурных схем принимается следующая символика обозначения элементарных звеньев.

Интегрирующие и дифференцирующие звенья принято изображать в виде квадратиков и обозначать символами $\frac{1}{p}$ и p (соответственно для интегрирующего и дифференцирующего звена), имеющими входной (x) и выходной (y) сигналы (рис. 2.2, *а* и *б*).

Поскольку в системах управления мы имеем дело с процессами, протекающими во времени, то символ $\frac{1}{p}$ отображает математическую операцию $y=\int\limits_0^t x\,dt$, а символ p — операцию $y=\frac{d}{dt}x$.

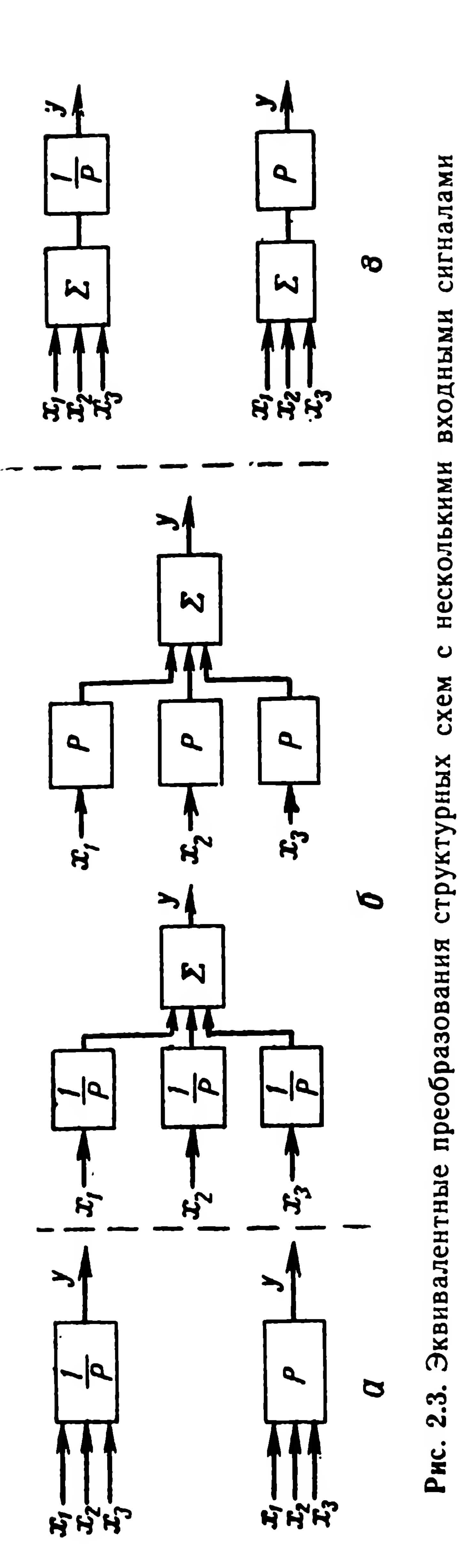


Рис. 2.3. Эквивалентные преобразования структурных схем с несколькими входными сигналами

При наличии нескольких входных сигналов (x_1, x_2, x_3, ...), учитывая, что операции интегрирования и дифференцирования являются линейными, структурные схемы с несколькими входными сигналами (рис. 2.3, *а*) легко преобразуются к видам, изображенным на рис. 2.3, *б* и *в*.

Символом Σ в схемах на рис. 2.3 изображено суммирующее звено. Заметим, что оно присутствует почти во всех структурных схемах. При наличии нескольких вход-

ных сигналов удобнее пользоваться этим символом для обозначения операции суммирования; при наличии двух или трех сигналов в дальнейшем изложении в схемах может быть использован другой символ (рис. 2.4).

Усилительные линейные звенья обозначаются обычно в виде символов K и $K(t)$ соответственно для стационарных и нестационарных звеньев.

Функциональное звено для нелинейных структурных схем в общем случае может быть представлено в виде, изображенном на рис. 2.5, *а*, и отображает зависимость выходного сигнала (y) от входных сигналов (x_i):

$$y = F(x_1, x_2, \ldots x_i, \ldots). \quad (2.5)$$

Рис. 2.4. Изображение суммирующего звена при малом числе входных сигналов

Из наиболее часто встречающихся нелинейных функциональных звеньев отметим множительное (делительное) функциональное звено (рис. 2.5, *б*) и звено, которое будем называть простым функциональным звеном (с одним входом), соответствующим операции типа $y=F(x)$, где $F(x)$ — например, функция $y=\cos x$ (рис. 2.5, *в*).

Запаздывающее звено принято обозначать символом $e^{-p\tau}$, где τ — время задержки.

В заключение необходимо отметить, что нами рассмотрены элементарные звенья, из которых могут быть построены структурные схемы любого класса.

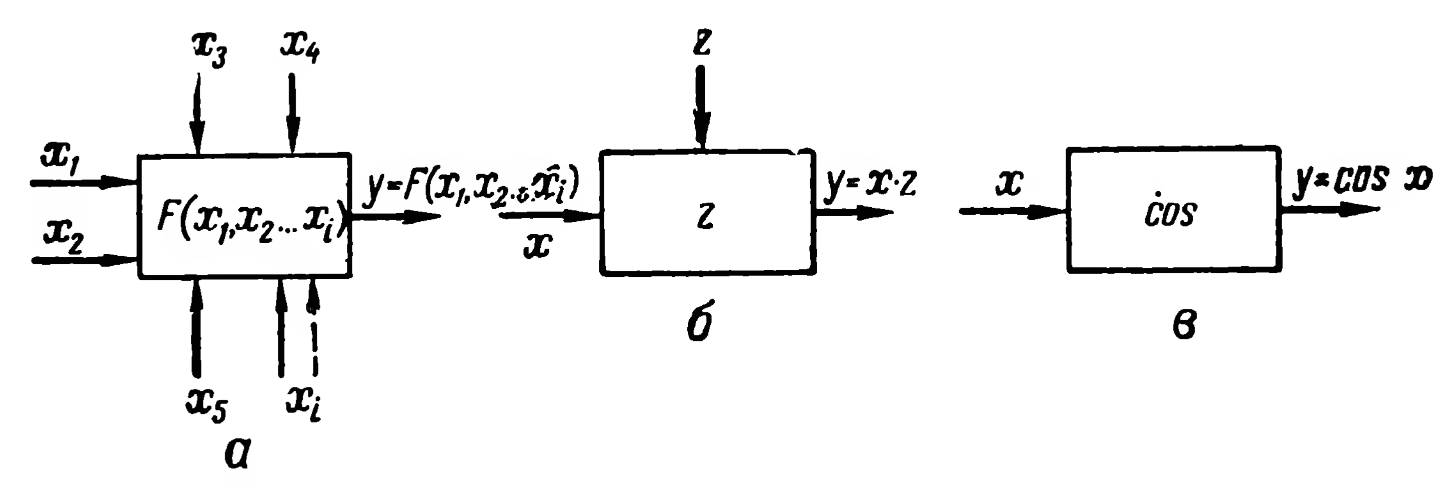


Рис. 2.5. Изображение функциональных звеньев

Линейные системы могут быть представлены в виде структурных схем, скомпанованных из более крупных звеньев. К таким звеньям, например, относятся форсирующие (первого и второго порядка), инерционные и колебательные. Эти звенья являются также совокупностью элементарных звеньев, рассмотренных выше.

В табл. 1 приведены виды уравнений связи и символическое изображение основных звеньев линейных систем.

В процессе дальнейшего изложения мы будем использовать в основном элементарные звенья, однако в некоторых случаях для более компактного изображения структурных схем могут быть применены и свернутые структурные схемы, состоящие из укрупненных блоков.

Таблица 1

Наименование звена	Уравнение связи	Изображение в структурных схемах
Форсирующее первого порядка	$y = \left(T\frac{dx}{dt} + x\right)$	$x \to$ [$pT+1$] $\to y$
Форсирующее второго порядка	$y = \left(T^2\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi T\frac{dx}{dt} + x\right)$	$x \to$ [$(p^2T^2+2\xi Tp+1)$] $\to y$
Инерционное	$T\frac{dy}{dt} + y = x$	$x \to$ [$\frac{1}{pT+1}$] $\to y$
Колебательное	$T^2\frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi T\frac{dy}{dt} + y = x$	$x \to$ [$\frac{1}{p^2T^2+2\xi Tp+1}$] $\to y$

§ 2. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Математическая структурная схема представляет собой совокупность рассмотренных элементарных звеньев, связанных в единую систему, в соответствии с исходной системой уравнений.

Все связи (сигналы), определяющие взаимосвязь элементов структурной схемы, можно разделить на внешние и внутренние. Внешние связи, рассмотренные в гл. I, определяют взаимодействие структурной схемы с другими системами и делятся на входные (входные сигналы или возмущения) и выходные (выходные сигналы). Они задаются функциональной структурной схемой.

Внутренние связи определяются системой уравнений, описывающей рассматриваемое звено (систему). По отношению к элементарным звеньям каждая внутренняя связь является выходной и входной, т. е. имеет свой выход и вход.

Общие правила, которые должны соблюдаться при составлении всех структурных схем, могут быть сформулированы так:

1. Правильно составленная структурная схема должна обязательно иметь входные и выходные внешние связи, задаваемые из физических соображений.

2. Каждый входной сигнал системы управления является независимой функцией времени и должен иметь только вход в общую структурную схему.

3. Выходной сигнал может замыкаться внутри самой структуры и иметь выход в виде ответвления (в таком случае система будет являться замкнутой по выходному сигналу) или не замы-

каться внутри структуры (система, разомкнутая по выходному сигналу).

4. Все внутренние связи, определяемые системой уравнений, должны обязательно иметь входы и выходы, т. е. быть замкнутыми внутри самой математической структурной схемы. При этом выходной сигнал может разветвляться и быть истоком для нескольких входных точек; в структурной схеме не может существовать несколько точек с одноименным выходом. Отсюда следует, что число входных внутренних связей $n_{вх}$ должно быть всегда больше или равно числу выходных $n_{вых}$, т. е.

$$n_{вх} \geqslant n_{вых}. \quad (2.6)$$

Рассмотрим в качестве примера нелинейную и нестационарную систему уравнений, описывающую кинематическое звено системы управления:

$$\left.\begin{aligned} W &= V_р \dot{\theta}_р, \\ \dot{\varphi}_р &= \frac{V_р \sin\psi}{R_р}, \\ \psi = \theta_р - \varphi_р, \quad \dot{R}_р &= V_р \cos\psi, \end{aligned}\right\} \quad (2.7)$$

где $V_р = V_р(t)$ — независимая функция времени, задаваемая в виде коэффициента усилительного звена;

W — входной сигнал структурной схемы;

$\varphi_р$ и $R_р$ — выходные сигналы.

Для удобства дальнейшего изложения будем использовать при записи принятую для структурных схем символику.

Операцию дифференцирования обозначим через p, а операцию интегрирования через $\frac{1}{p}$. Тогда первое уравнение системы (2.7) запишется в виде

$$W = V_р p \theta_р,$$

откуда

$$p\theta_р = \frac{W}{V_р}.$$

Поскольку $p\theta_р = \dot{\theta}_р$, то $\theta_р = \int \dot{\theta}_р \, dt$ и в соответствии с принятой символикой

$$\theta_р = \frac{1}{p} \frac{W}{V_р}. \quad (2.8)$$

При этом будем пользоваться правилом записи, согласно которому символы p и $\frac{1}{p}$ стоят перед членами (группами членов), над которыми совершается операция дифференцирования или интегрирования.

Структурная схема, отображающая уравнение (2.8), представлена на рис. 2,6, *а* в виде последовательно включенного усилительного звена с коэффициентом усиления $\frac{1}{V_р}$ и интегрирующего звена $\frac{1}{p}$. Входом цепочки является сигнал W, а выходом $\theta_р$.

Аналогично второе уравнение системы (2.7) может быть выражено в виде

$$\varphi_р = \frac{1}{p} \frac{V_р \sin \psi}{R_р}. \qquad (2.9)$$

Структурная схема, отображающая это уравнение, представлена на рис. 2.6, *б* в виде последовательно соединенных двух не-

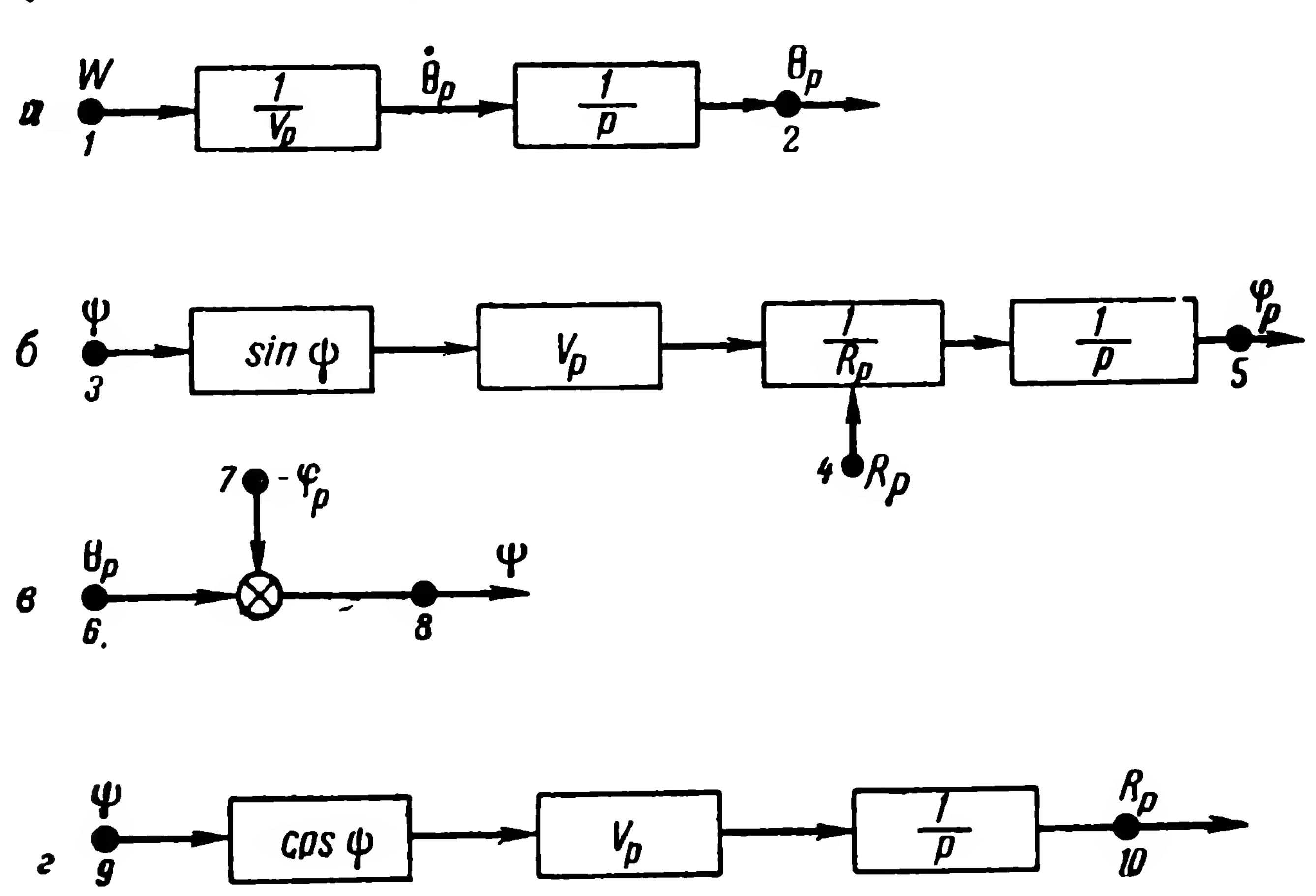


Рис. 2.6. Структурные схемы уравнении

линейных функциональных звеньев ($\sin \psi$ и $\frac{1}{R_р}$), одного линейного усилительного звена с коэффициентом усиления $V_р$ и интегрирующего звена $\frac{1}{p}$.

Второе функциональное звено имеет два входа $R_р$ и ψ и в нем производится операция деления.

Аналогично могут быть получены структурные отображения третьего (рис. 2.6, *в*) и четвертого (рис. 2.6, *г*) уравнений системы (2.7):

$$\left.\begin{aligned} \psi &= \theta_р - \varphi_р, \\ R_р &= \frac{1}{p} V_р \cos \psi. \end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

Для получения отображения системы (2.7) необходимо связать полученные структурные схемы, соответствующие отдельным уравнениям.

Все входы, кроме W (рис. 2.6, *а*, точка *1*), являющегося по определению входным внешним сигналом, должны иметь свои истоки, т. е. выходы из соответствующих точек структурной схемы. Такими входами являются сигналы ψ (точки *3* и *9*), R_p (точка *4*), θ_p (точка *6*), φ_p (точка *7*).

Истоками этих сигналов являются: для ψ — точка *8*; для R_p — точка *10*; для θ_p — точка *2*; для φ_p — точка *5*.

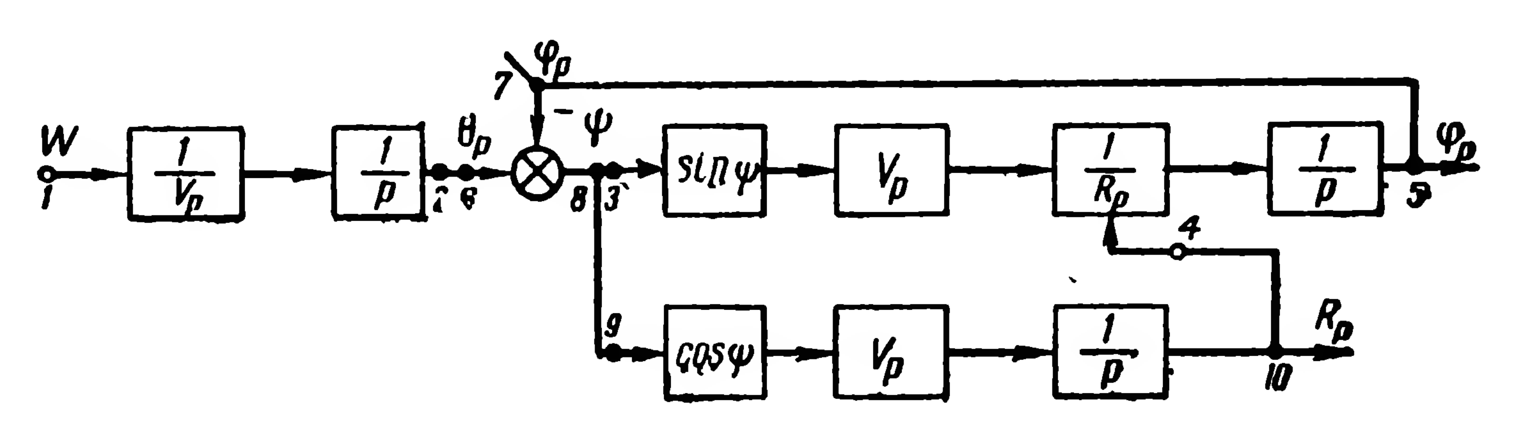


Рис. 2.7. Структурная схема системы уравнений

Выходными внешними сигналами являются по условию R_p и φ_p. Замыкая все входы и выходы системы, легко перейти к математической структурной схеме (рис. 2.7), отображающей систему уравнений (2.7).

Рассматривая полученную структурную схему, нетрудно отметить, что все четыре правила, сформулированные выше, нашли отражение при ее построении. Полученная схема отображает математическую структуру исходной системы уравнений. Описание системы управления, как правило, будет происходить с помощью нескольких таких структурных схем. Поэтому целесообразно каждую такую отдельную схему представлять на общей схеме в виде одного блока (обобщенного оператора) или нескольких блоков, если в этом появится необходимость.

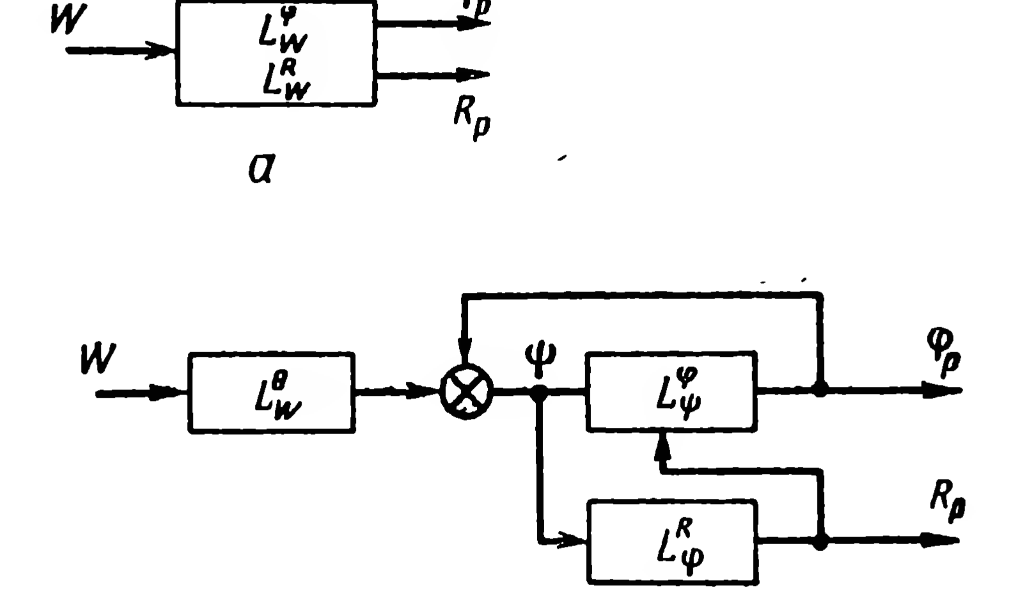


Рис. 2.8. Изображение структурной схемы с помощью обобщенных операторов

Подобная свернутая схема символически может изображаться в виде оператора типа L_x^y, где x — вход оператора, а y — его выход.

Схема на рис. 2.7 может быть изображена в нескольких вариантах (рис. 2.8). На рис. 2.8, *а* показана свернутая структурная схема в самом общем виде, на рис. 2.8, *б* — уже более тонкая структура рассматриваемой системы.

Отметим, что оператор L_x^y является в общем случае лишь символом, упрощающим изображение структурной схемы, а не математическим выражением в отличие от символов элементарных звеньев, отображающих вполне определенную математическую операцию.

§ 3. НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Выше рассматривалась структурная схема системы дифференциальных уравнений в виде совокупности операторов, преобразующих входные сигналы. Однако подобное представление является неполным. Любой физической системе свойственны некоторые начальные условия. В принятой нами терминологии под ними следует понимать значения сигналов, действующих в системе при нулевых входных сигналах в некоторый начальный момент.

В качестве начальных условий для систем управления обычно рассматриваются условия, соответствующие моменту начала ее работы. Систему с ненулевыми начальными условиями следует рассматривать как наиболее общий случай.

Исходя из физических представлений, все начальные условия можно рассматривать как совокупность входных сигналов, задаваемых в различных точках системы управления, в виде

$$x_l = \left\{ \begin{matrix} A_l & \text{при} & t \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} & t < 0 \end{matrix} \right\}. \tag{2.11}$$

Места подключения этих «начальных» сигналов выбираются обычно в каждом конкретном случае, исходя из физических соображений.

Таким образом, построение структурной схемы с ненулевыми начальными условиями сводится к построению структурной схемы с нулевыми начальными условиями и добавлению к ней с помощью сумматоров системы входных сигналов типа (2.11), соответствующих начальным условиям. Исходя из этого, в процессе дальнейшего изложения для упрощения все структурные схемы будут рассматриваться при нулевых начальных условиях и при необходимости начальные условия будут учитываться в виде дополнительной системы входных сигналов.

§ 4. ОСОБЕННОСТИ И ЗАДАЧИ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА

1. Особенности структурного метода

Отображение систем дифференциальных уравнений, описывающих систему управления в виде математических структурных схем, получили в настоящее время широкое развитие. Основные достоинства такого отображения заключаются в следующем:

а) Обеспечивается наглядность всех физических связей между отдельными звеньями. При подобном отображении, как правило, исключается возможность «утери» какого-либо уравнения или записи «лишнего». Отсутствие какой-либо математической связи или наличие дополнительной сразу будет отмечено по структурной схеме в виде появления физически неочевидного дополнительного независимого входного сигнала или не замкнутой внутренней связи.

б) Структурное отображение при использовании определенной символики может сделать более компактным запись системы уравнений.

в) При записи систем уравнений в виде структурных схем во многих случаях можно использовать ряд операций по их преобразованию, которые эквивалентны математическим преобразованиям. Операции эти просты и позволяют легко проводить преобразования и упрощения систем уравнений. Наличие наглядной структурной схемы повышает эффективность поиска целесообразных преобразований. Особенно большое значение методы структурных преобразований имеют для линейных систем, где они широко используются.

г) Математическая структурная схема, выполненная по определенным правилам, является математической моделью системы и может быть конечным этапом математического исследования, после которого начинается либо поиск аналитических решений, либо процесс формирования этой модели на цифровой или аналоговой машине и проведение исследования уже с помощью вычислительных средств.

Таким образом, построением математической структурной схемы заканчивается наиболее трудоемкий процесс формализации (математического описания) системы управления.

2. Задачи структурного анализа

Сформулируем основные задачи, которые обычно решаются в процессе структурных преобразований.

а) Приведение входных возмущений к одной точке. Часто системы имеют многочисленные источники входных возмущений: внешние и внутренние. Для расчета и анализа удобно сводить все эти возмущения в одну или несколько точек структурной схемы.

б) Компоновка звеньев, которая удобна, например, в случае, когда в системе имеется ряд обратных операций. Компоновку и перестановку звеньев можно производить с таким расчетом, чтобы обратные звенья оказались включенными последовательно. В результате оба звена взаимно исключаются и заменяются одним единичным звеном.

в) Упрощение многосвязных разветвляющихся систем. Приведение многосвязных систем с несколькими обратными связями к более простому виду (с одной обратной связью). Приведение си-

стем с многими разветвляющимися связями к системе с параллельными связями для оценки различных шунтирующих связей.

г) Построение эквивалентных структурных схем. Иногда бывает целесообразным либо ввести в структурную схему дополнительное звено, либо изменить вид сигналов, воздействующих на систему. Однако эти изменения следует производить таким образом, чтобы не нарушать соотношений, которые определены исходным оператором. Для примера рассмотрим линейную стационар-

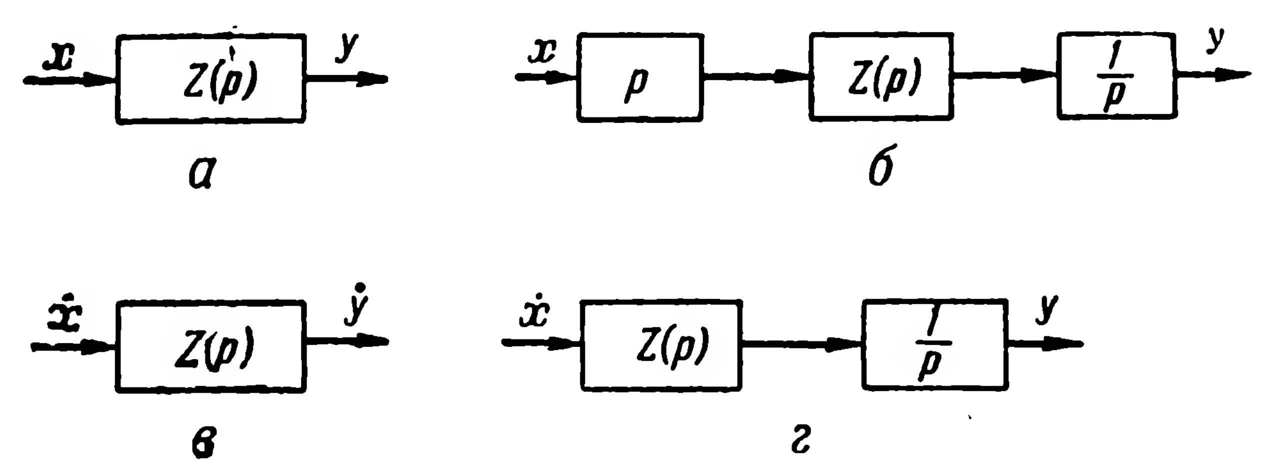


Рис. 2.9. Пример построения эквивалентных структурных схем

ную систему (рис. 2.9). Все схемы, изображенные на рис. 2.9, *б*, *в*, *г*, эквивалентны исходной (рис. 2.9, *а*). На рис. 2.9 $Z(p)$ — линейный оператор, $\dot{x}$, $\dot{y}$ — производные по времени сигналов x и y.

§ 5. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

Структурные схемы могут быть разбиты на отдельные цепочки, имеющие по нескольку входных и выходных сигналов (связей).

Точку входа сигнала обычно называют точкой подключения связи (сигнала), точку выхода сигнала — точкой разветвления связи (сигнала).

Ниже рассматриваются методика, по которой осуществляется перенос входных и выходных сигналов, и перестановка элементарных звеньев для некоторых типовых случаев, которые будут встречаться в процессе дальнейшего изложения.

1. Перенос точки подключения связи

Общее правило, которое должно быть положено в основу переноса точки подключения входных и выходных связей для линейной системы, основано на принципе суперпозиции линейных систем, позволяющем рассматривать прохождение каждого из сигналов независимо от других. При этом необходимо, чтобы в результате всех структурных преобразований сигнал прошел все операции в последовательности, заданной исходной структурной схемой. Последнее правило обязательно только для нестационарных систем.

а) Перенос входной связи по направлению прохождения сигнала. Рассмотрим цепочку, состоящую из нескольких последовательно включенных дифференцирующих, интегрирующих и усилительных звеньев и имеющую ряд входных связей x_i и одну выходную связь y (рис. 2.10, *а*).

Перенесем точку подключения входной связи x_2 в точку *6*. Для сохранения эквивалентности схем сигнал x_2 должен пройти по другой цепочке, все операции которой аналогичны тем, которые он должен иметь при прохождении по основному тракту. Соответственно структурная схема преобразуется к виду, изображенному на рис. 2.10, *б*.

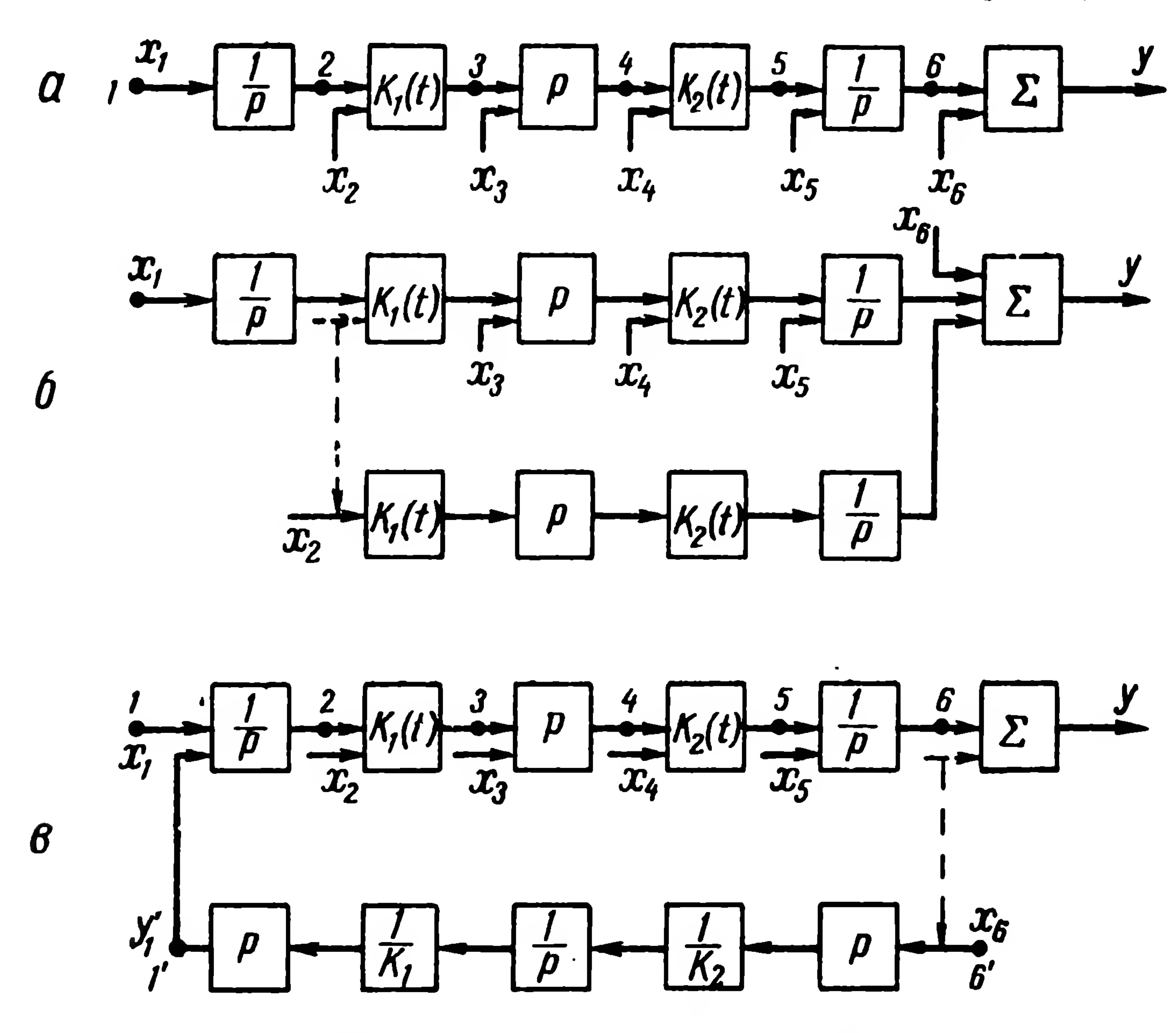


Рис. 2.10. Перенос входной связи

б) Перенос входной связи против направления прохождения сигнала. Примем в качестве исходной ту же структурную схему (рис. 2.10, *а*). Проведем для нее операцию переноса связи x_6 из точки *6* в точку *1*. Для выполнения условия эквивалентности необходимо, чтобы сигнал x_6, пройдя дополнительную и исходную цепочки, пришел неизменным к точке *6* (рис. 2.10, *в*).

Эквивалентность схем 2.10, *а* и 2.10, *в* нетрудно показать.

Сигнал y_1' на выходе цепочки *6'—1'* может быть получен как результат последовательного преобразования сигнала x_6 системой элементарных звеньев. Символически это преобразование может быть записано в виде

$$y_1' = x_6 p \frac{1}{K_2} \frac{1}{p} \frac{1}{K_1} p.$$

В свою очередь результат преобразования сигнала цепочкой *1—6* представляется в виде

$$y_6 = y_1' \frac{1}{p} K_1 p K_2 \frac{1}{p} = x_6 p \frac{1}{K_2} \frac{1}{p} \frac{1}{K_1} p \frac{1}{p} K_1 p K_2 \frac{1}{p},$$

где y_6 — составляющая сигнала y, обусловленная входным сигналом y_1'.

Звенья $\frac{1}{p}$ и p; K_1 и $\frac{1}{K_1}$ являются обратными. При последовательном выполнении операции двумя обратными звеньями сигнал остается равным исходному, т. е.

$$\frac{1}{p} p = 1; \quad K_1 \frac{1}{K_1} = 1.$$

Проведя последовательное «сокращение» звеньев в последнем выражении, нетрудно показать, что оператор

$$p \frac{1}{K_2} \frac{1}{p} \frac{1}{K_1} p \frac{1}{p} K_1 p K_2 \frac{1}{p} = 1.$$

Правило переноса в этом случае может быть сформулировано так: при переносе точки подключения связи в направлении, обратном направлению прохождения сигнала, в структурную схему включаются дополнительные звенья, обратные тем, которые должен пройти сигнал в результате перенесения его точки подключения.

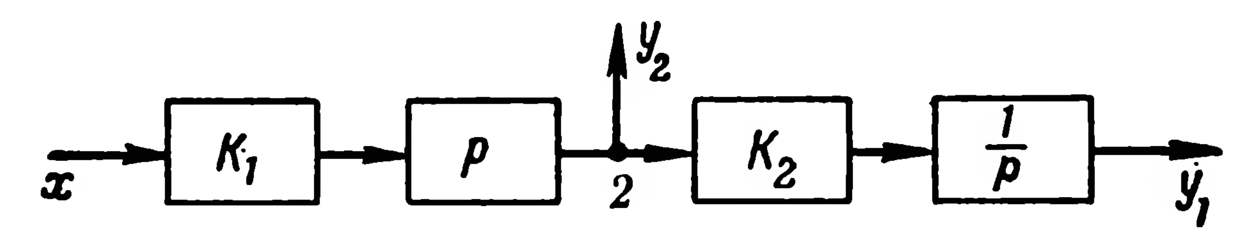


Рис. 2.11. Структурная схема с разветвлением сигнала

Последовательность включения звеньев дополнительной цепочки должна быть обратной последовательности включения звеньев в основной цепочке (*1—6*). Последнее правило обязательно только для нестационарных систем.

Оба рассмотренных правила переноса входных связей справедливы при условии, когда в исходной цепочке между первоначальной и конечной точками переноса отсутствуют выходные связи. Последнее можно легко пояснить схемой (рис. 2.11). Если мы перенесем связь x по правилам, рассмотренным выше, через разветвитель в точке *2*, то тем самым нарушим тракт прохождения сигнала через выходную связь y_2. Правило переноса связей через разветвитель будет нами рассмотрено ниже.

в) Перенос точки подключения входной связи через звенья, охваченные обратной связью (рис. 2.12, *а*). Перенесем связь x в точку *1*. Перенос входной связи должен производиться через звено, имеющее выходную связь в точке *2*.

Перенос осуществим в два приема. Перенесем вначале сигнал x через точку разветвления *2*. При этом на входе схемы в точке *1* включим сигнал, компенсирующий сигнал, приходящий через ветвь обратной связи (рис. 2.12, *б*). Схемы, приведенные на рис. 2.12, *а* и 2.12, *б*, эквивалентны. Перенесем далее сигнал x из

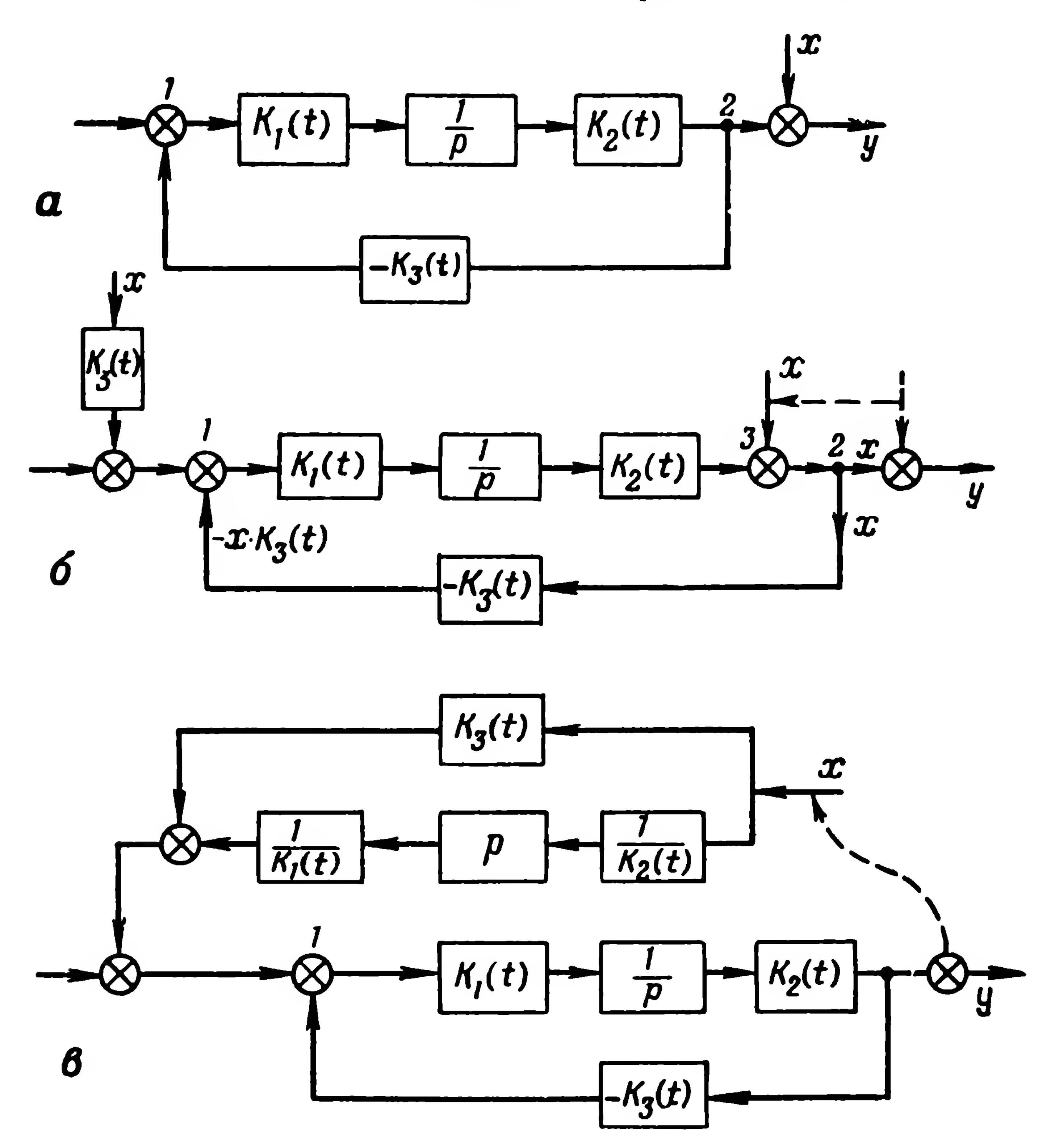


Рис. 2.12. Перенос входной связи через звенья, охваченные обратной связью

точки *3* в точку *1* против хода сигнала по правилам, изложенным выше. Тогда окончательно эквивалентная структурная схема приобретает вид, изображенный на рис. 2.12, *в*.

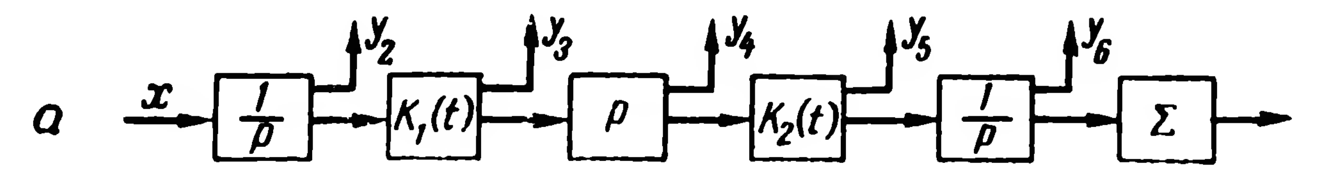
2. Перенос точки разветвления связи

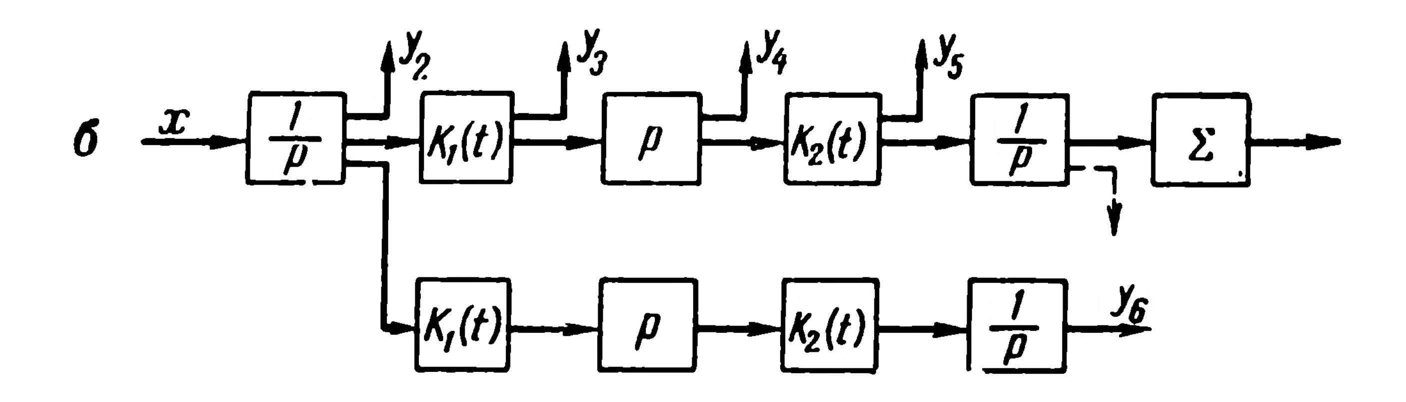
а) Перенос выходных связей против направления прохождения сигнала. Рассмотрим в качестве исходной структурной схемы рис. 2.13, *а*.

При переносе выходной связи против направления сигнала правило переноса будет аналогично правилу переноса входной связи по направлению прохождения сигнала. Исходная структур-

ная схема будет преобразована к виду, изображенному на рис. 2.13, *б*.

Рассматривая последовательность операций для исходной схемы (рис. 2.13, *а*) и преобразованной (рис. 2.13, *б*), нетрудно убедиться в их эквивалентности.





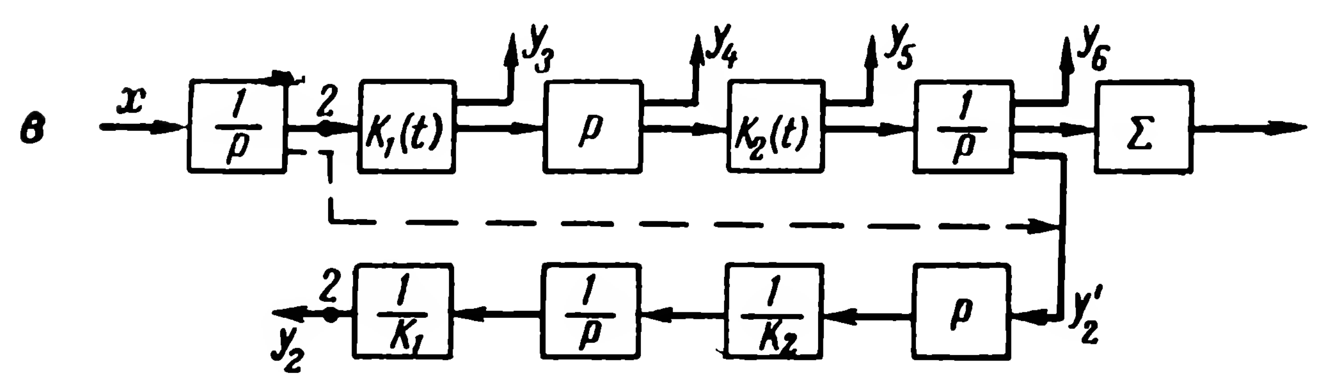


Рис. 2.13. Перенос выходной связи

б) Перенос выходной связи по направлению прохождения сигнала. Рассматриваемая схема переноса выходной связи аналогична схеме переноса входной связи против направления движения сигнала (рис. 2.13, *в*).

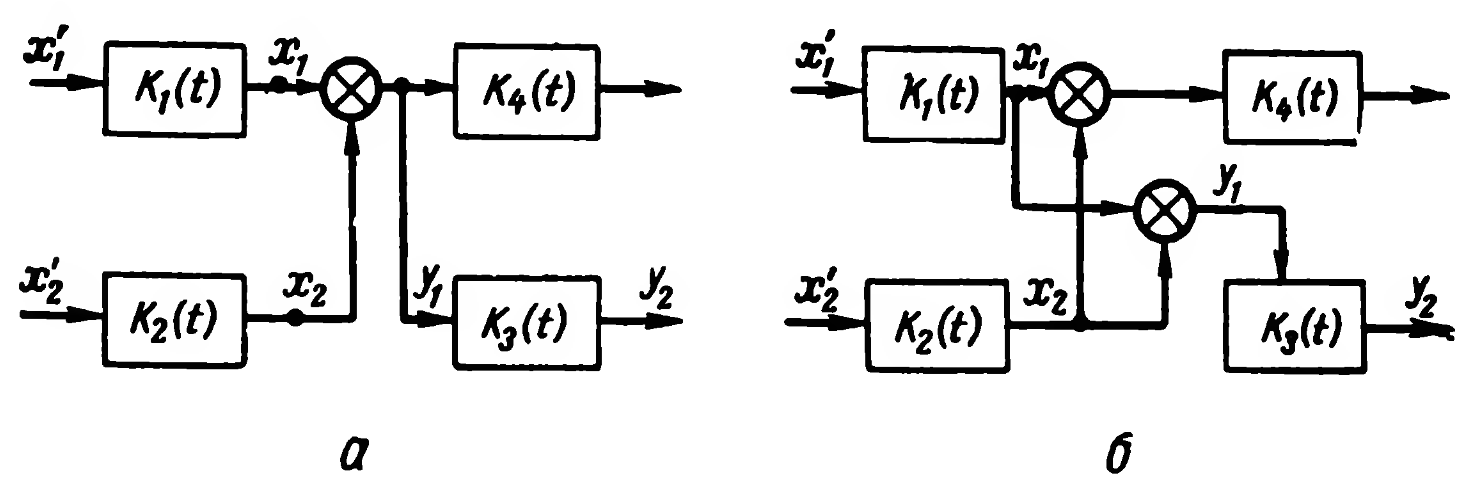


Рис. 2.14. Перенос выходной связи через сумматор

Рассматривая схему, изображенную на рис. 2.13, *в*, можно сделать вывод, что общий оператор между точками *2* и *2* обращается в 1, т. е. сигнал y_2 на выходе эквивалентной схемы равен сигналу y_2 исходной схемы.

Как и для случая переноса входных связей, следует заметить, что указанные преобразования справедливы при условии отсутствия во всех промежуточных точках входных связей.

в) Перенос выходной связи против направления прохождения сигнала через суммирующий элемент (рис. 2.14, *а*). Перенесем связь y_1 через суммирующий элемент. Поскольку $y_1 = x_1 + x_2$, то перенос связи y_1 через сумматор приведет к эквивалентной схеме, изображенной на рис. 2.14, *б*.

3. Перестановка элементарных звеньев структурной схемы для нестационарных систем

а) Перенос усилительного звена $K(t)$ через интегрирующее звено $\frac{1}{p}$ по направлению прохождения сигнала (рис. 2.15, *а*). Пе-

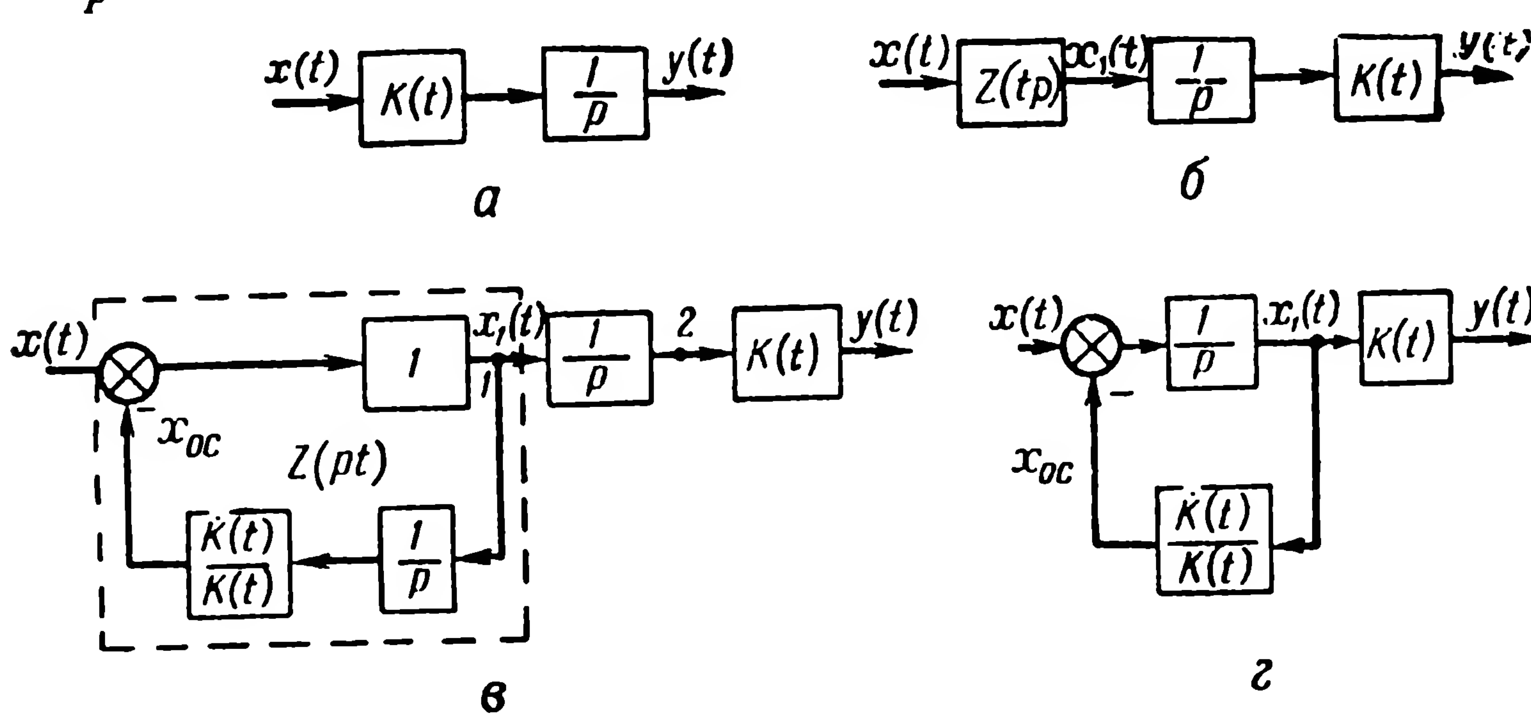


Рис. 2.15. Перенос усилительного звена через интегрирующее по ходу сигнала

реставим звенья, включив при этом дополнительное звено $Z(pt)$, с таким расчетом, чтобы при неизменном $x(t)$ выходной сигнал $y(t)$ остался неизменным, что делает цепочки, изображенные на рис. 2.15, *а* и рис. 2.15, *б*, эквивалентными.

Согласно первой цепочке

$$y(t) = \int K(t)\, x(t)\, dt$$

и согласно второй

$$y(t) = K(t) \int x_1(t)\, dt.$$

Поскольку выходные сигналы согласно условиям эквивалентности равны, то

$$K(t) \int x_1(t)\, dt = \int K(t)\, x(t)\, dt. \tag{2.12}$$

Продифференцировав обе части равенства, получим

$$\frac{dK(t)}{dt}\int x_1(t)\,dt + K(t)\,x_1(t) = K(t)\,x(t).$$

Отсюда

$$x_1(t) = x(t) - \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\int x_1(t)\,dt. \qquad (2.13)$$

Согласно зависимости (2.13) структурная схема дополнительного звена $Z(pt)$ может быть представлена в виде единичного усилительного звена, охваченного гибкой отрицательной обратной связью из двух звеньев, имеющих последовательность операции интегрирования и умножения на $\frac{\dot{K}(t)}{K(t)}$ (рис. 2.15, *в*).

Соответствие приведенной структурной схемы уравнению (2.13) легко может быть проверено обратной операцией.

Действительно, сигнал

$$x_1(t) = x(t) - x_{oc}.$$

В свою очередь

$$x_{oc} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\int x_1(t)\,dt.$$

Отсюда

$$x_1(t) = x(t) - \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\int x_1(t)\,dt.$$

Таким образом, операция переноса требует для сохранения эквивалентности включения дополнительного звена $Z(pt)$, соответствующего выражению (2.13).

Можно преобразовать полную структурную схему, изображенную на рис. 2.15, *в*.

Перенося выходную связь из точки *1* в точку *2*, можно получить окончательную эквивалентную схему в виде, изображенном на рис. 2.15, *г*.

б) Перенос усилительного звена через интегрирующее в направлении, обратном прохождению сигнала. Исходная структурная схема представлена на рис. 2.16, *а*.

Рассмотрим схему (рис. 2.16, *б*), эквивалентную исходной, где $K_э(t) = \frac{1}{K(t)}$. Перенесем $K_э(t)$ по правилу, рассмотренному выше. Тогда схема приобретает вид, изображенный на рис. 2.16, *в*.

Поскольку $K_э(t) = \frac{1}{K(t)}$, то окончательно имеем структурную схему в виде, изображенном на рис. 2.16, *г*.

в) Перенос усилительного звена через дифференцирующее по направлению движения сигнала. Исходная структурная схема изображена на рис. 2.17, *а*. Согласно структурной схеме имеем

$$y(t)=\frac{d}{dt}[x(t)K(t)]=K(t)\frac{dx}{dt}+x(t)\frac{dK(t)}{dt}.$$

Соответственно исходная структурная схема может быть представлена в виде (рис. 2.17, *б*).

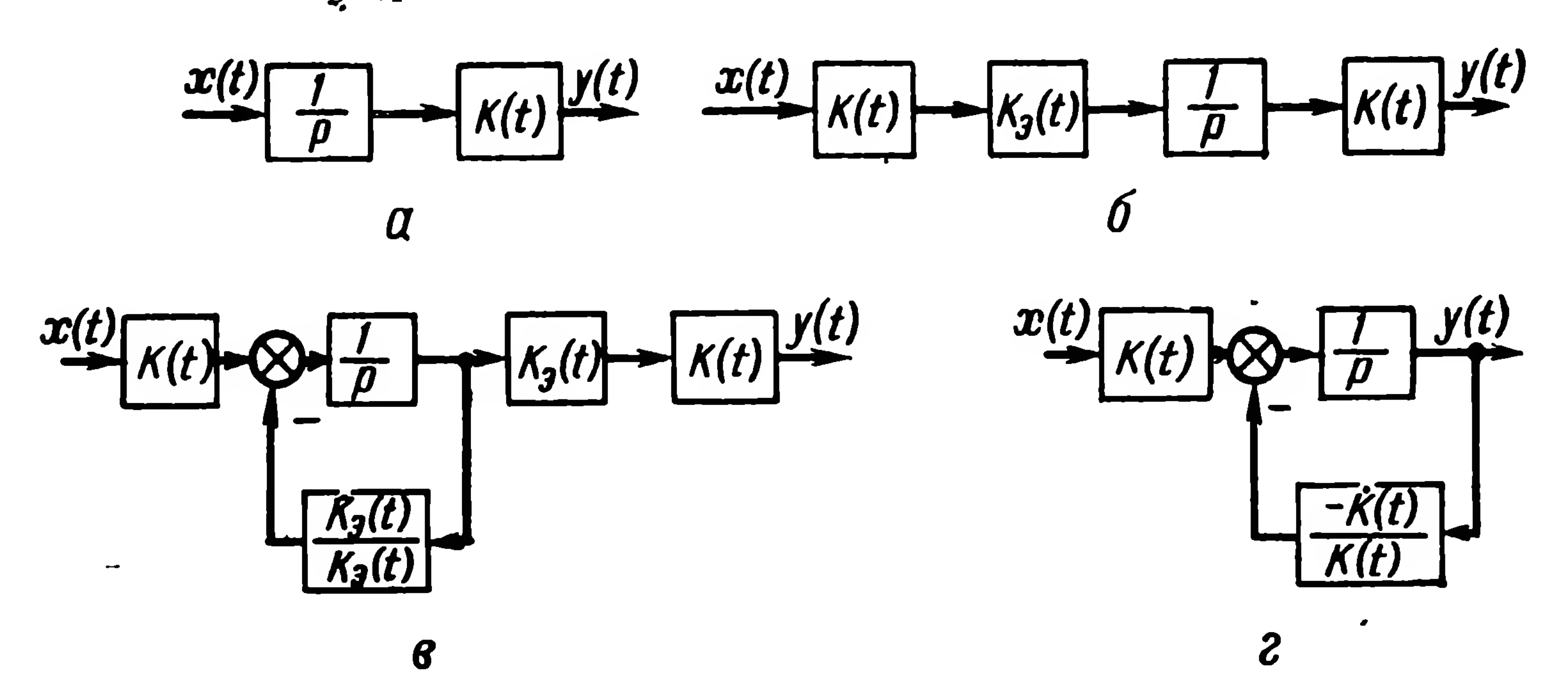


Рис. 2.16. Перенос усилительного звена через интегрирующее против хода сигнала

Перенеся точку подключения связи из точки *3* в точку *2*, окончательно получим структурную схему, эквивалентную исходной, с перенесенным усилительным звеном (рис. 2.17, *в*).

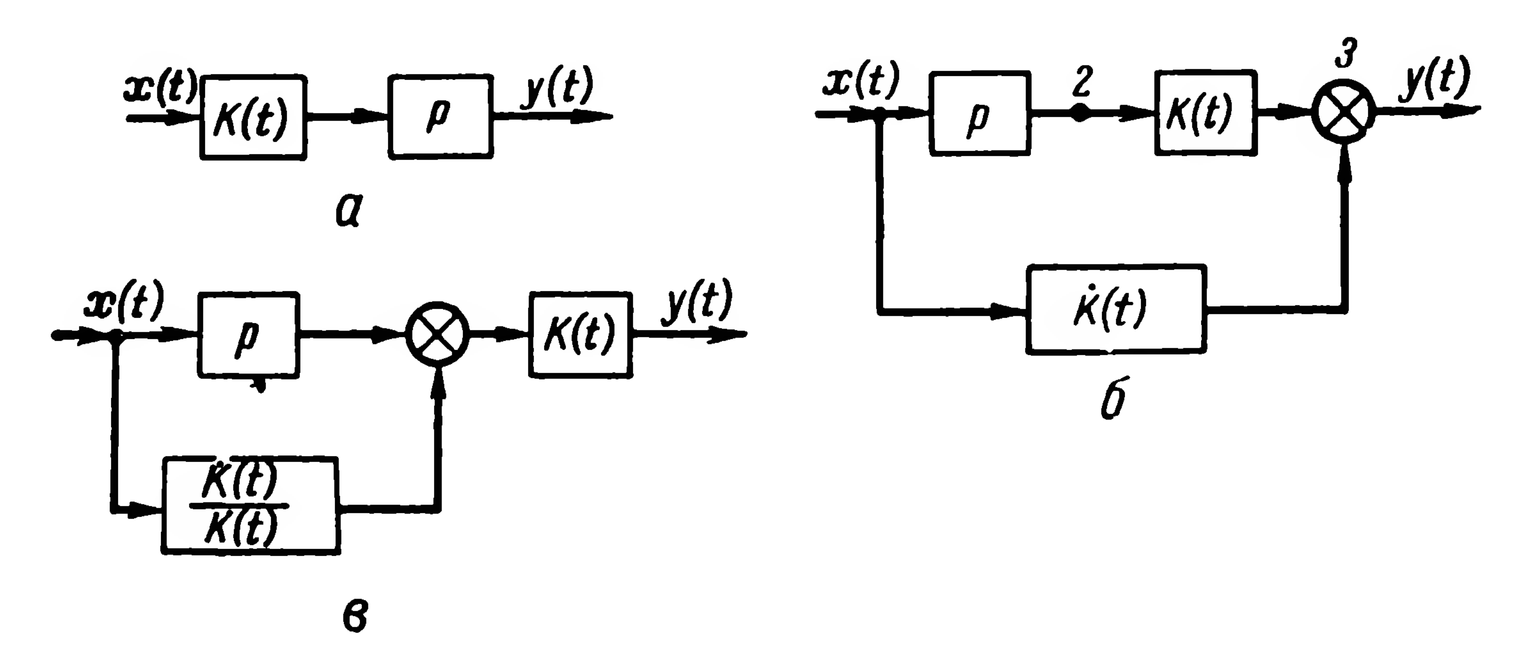


Рис. 2.17. Перенос усилительного звена через дифференцирующее по ходу сигнала

г) Перенос усилительного звена через дифференцирующее в направлении, обратном прохождению сигнала. Исходная структурная схема представлена на рис. 2.18, *а*.

Рассмотрим эквивалентную схему (рис. 2.18, *б*). Перенесем $\frac{1}{K(t)}=K_э$ по ходу сигнала согласно рассмотренной выше методике (рис. 2.18, *в*).

Поскольку $\frac{\dot{K}_э}{K_э} = -\frac{\dot{K}(t)}{K(t)}$ и $K_э K(t) = 1$, то окончательно получаем схему с перенесенным звеном (рис. 2.18, *г*), эквивалентную исходной.

Все эквивалентные схемы, полученные для четырех рассмотренных случаев переноса звеньев, включают в себя производные от $K(t)$ (рис. 2.15, 2.16, 2.17 и 2.18).

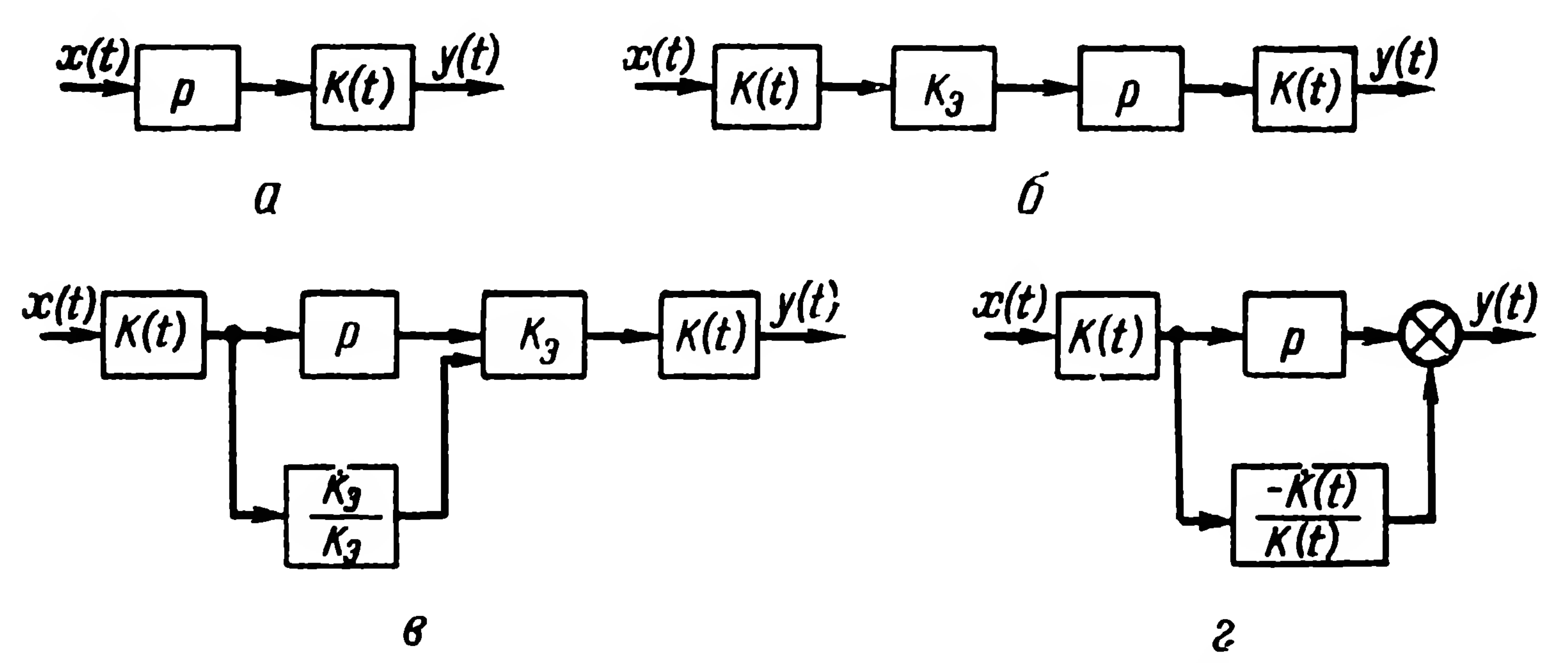


Рис. 2.18. Перенос усилительного звена через дифференцирующее против хода сигнала

В случае перехода к стационарным системам $\dot{K}(t) = 0$ и тогда перенос звеньев уже не связан с появлением дополнительных элементов.

§ 6. МЕТОДЫ АНАЛИЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ. ГРАНИЦЫ ИХ ПРИМЕНИМОСТИ

Математические методы анализа систем управления можно разбить на две основные группы: аналитические методы и моделирование.

1. Аналитические методы

Под аналитическими методами понимаются методы, позволяющие получить решение системы дифференциальных уравнений в явном виде.

В инженерном смысле аналитическое решение означает получение значений выходного сигнала в виде аналитической функции при заданном входном сигнале.

Особенностью аналитических методов анализа является то, что они позволяют непосредственно получать путем одного расчета обобщенные статистические характеристики системы.

Другое существенное достоинство аналитических методов — их обозримость, т. е. получение функциональных зависимостей в явном виде. Последнее обстоятельство приобретает особое значение при решении задач синтеза систем управления.

Недостатком аналитического метода является его ограниченность при решении нелинейных задач, где основным методом исследований остается метод моделирования.

В настоящее время в инженерной практике наиболее развиты аналитические методы исследования линейных и стационарных систем.

Системы управления описываются, как правило, нелинейными и нестационарными уравнениями, что ограничивает возможность применения этих методов. Однако, используя определенные упрощения и допущения, можно привести исходную систему уравнений к линейной и стационарной. Эта процедура введения приемлемых допущений связана с линеаризацией исходной системы уравнений и применением метода «замораживания» коэффициентов.

2. Моделирование

Моделирование систем управления может проводиться как с помощью аналоговых непрерывных устройств, так и с помощью вычислительных машин дискретного действия. В обоих случаях основой для моделирования является математическая структурная схема исследуемой системы или блока.

Схема моделирования должна отображать математическую структурную схему собственно системы и включает также датчик (блок) входного сигнала (процесса).

При исследовании систем с несколькими входными сигналами соответственно входных датчиков (блоков) должно быть несколько.

При регулярном (детерминированном) входном сигнале он воспроизводится в аналоговых устройствах с помощью специального функционального датчика, а в вычислительных машинах воспроизводится с помощью специальной программы.

При статистических исследованиях необходимо воспроизвести случайный входной сигнал. Основой для его воспроизведения является датчик исходного случайного процесса. В непрерывных моделирующих устройствах таким датчиком служит генератор «белого шума». Под «белым шумом» понимается случайный процесс, спектральная плотность которого постоянна в полосе частот исследуемой системы.

В цифровых моделирующих устройствах таким датчиком является генератор псевдослучайных чисел, который дает при каждой выборке дискретное значение случайного числа. При этом псевдослучайные числа последовательного ряда между собой некоррелированы и подчинены равномерному закону распределения.

Для формирования случайного процесса с требуемой корреляционной функцией и заданным законом распределения сигнал с датчика исходного случайного процесса в случае непрерывных

моделей должен пройти через специальные формирующие цепи; в случае цифровых моделей исходный ряд некоррелированных псевдослучайных чисел подвергается преобразованию по соответствующей программе.

Кроме блока входного сигнала, структурная схема моделирования должна включать в себя блок анализа и регистрации результатов. Под блоком анализа понимается блок, в котором осуществляется расчет выходного показателя системы. Заметим, что блок анализа является достаточно сложным устройством, и в ряде случаев он может отсутствовать.

Регистрирующее устройство (устройство записи) фиксирует выходной процесс или процессы, если нас будут интересовать выходные сигналы в нескольких точках. В этом случае записанные процессы могут далее обрабатываться и анализироваться вне моделирующей установки.

Таким образом, любая математическая модель независимо от метода ее реализации (непрерывная или дискретная) может включать в себя в общем случае четыре основных элемента:

— генератор входного сигнала (сигналов);
— собственно модель исследуемой системы;
— блок регистрации;
— блок анализа.

Рассмотрим основные задачи моделирования. Для моделирования характерны две основные группы задач.

Первая группа связана с анализом упрощений и допущений, принятых при составлении структурных схем, необходимых как для сокращения объема исследований, так и для использования аналитических методов исследований.

Вторая группа связана непосредственно с анализом структурных схем, решение которых аналитически невозможно либо по трудоемкости нецелесообразно.

Под упрощением структурных схем понимается определение значимости отдельных связей и отбрасывание малозначащих связей. При строгом подходе к вопросу упрощения необходимо составить полную структурную схему системы управления, позволяющую вести исследование по конечному критерию (например, точности наведения). Затем при нескольких режимах «полета» проверить реакцию системы на типовые сигналы. Далее, отбрасывая последовательно различные связи, проверить систему в тех же условиях. Последовательно сравнивая получаемые результаты, можно оценить влияние каждой из связей.

Как указывалось выше, допущения, которые используются при анализе, сводятся к линеаризации системы уравнений и замораживанию коэффициентов. Метод оценки обоих допущений с помощью математического моделирования аналогичен описанному выше. Естественно, возникает вопрос: следует ли проводить упрощения, если они так или иначе связаны с необходимостью составления полной структурной схемы?

Дело в том, что результаты, полученные при этом, могут быть перенесены на другие структурные схемы. Главное, однако, заключается в том, что для анализа упрощений не требуется полная статистическая проверка всех режимов системы, поэтому она может проводиться при ограниченном числе частных экспериментов (реализаций). Полученная же в результате упрощения структурная схема позволит резко сократить все последующие исследования и перейти к аналитическим методам. Если в результате проведенных исследований выяснится непригодность аналитических методов, то единственным методом останется математическое моделирование структурных схем.

В заключение остановимся на некоторых особенностях моделирования на аналоговых устройствах и на цифровых вычислительных машинах.

Моделирование с помощью аналоговых устройств основано на единстве математической формы процессов, протекающих в системах управления и аналоговых устройствах. Наиболее распространенными аналоговыми устройствами в настоящее время считаются модели, основанные на использовании усилителей постоянного тока.

Каждая ячейка подобного аналогового устройства воспроизводит обычно в реальном масштабе времени процессы, протекающие в элементарных звеньях системы управления. Таким образом, порядок дифференциальных уравнений, которые могут моделироваться, ограничен числом элементарных моделирующих ячеек аналогового устройства. Математическая модель, построенная на цифровых машинах, не имеет подобного ограничения. Цифровая машина последовательно считает все уравнения, описывающие систему управления. Счет ведется с определенным шагом.

Другой особенностью является время программирования модели. Для «настройки» аналогового устройства под определенную модель необходимо разбить исходную структуру схемы системы управления на элементарные звенья, рассчитать параметры моделирующих звеньев и ввести соответствующую этим расчетам настройку схемы. Чтобы перейти к решению новой задачи, на тех же устройствах необходимо произвести весь этот цикл заново, т. е. переход от задачи к задаче занимает сравнительно длительный промежуток времени.

Цифровые вычислительные устройства для решения требуют составления программы счета. Процесс программирования довольно длительный, однако для перехода с одной задачи на другую требуется лишь сменить программу вычислений. Процесс смены программ счета обычно заключается во вводе нового массива перфокарт и длится несколько минут.

Таким образом, цифровая вычислительная машина обладает свойством «универсальности», которое заключается в возможности решения задач любого порядка и практически мгновенного перехода с решения одной на решение другой задачи.

Следующей особенностью является время счета. Аналоговые устройства могут осуществлять моделирование процесса в реальном масштабе времени, а при некоторых условиях быстрее.

Цифровая машина ведет численный счет системы дифференциальных уравнений вне реального масштаба времени, время счета одной задачи зависит от многих характеристик, главными из которых являются быстродействие вычислительной машины, порядок системы уравнений и шаг интегрирования.

Система дифференциальных уравнений, которая описывает систему управления, может иметь порядок весьма высокий (сотни и даже выше). Учитывая, что система имеет ряд звеньев с очень малыми постоянными времени, шаг интегрирования также должен выбираться малым, а потому время счета задачи на вычислительных устройствах с быстродействием в десятки тысяч операций в секунду может превосходить на порядок и более время реального процесса.

И, наконец, последней особенностью, на которой следует остановиться, является точность исследований.

Моделирующее аналоговое устройство включает в себя физические блоки, которым свойственны все ошибки, связанные с уходом параметров, разбалансировкой устройств и т. д. Поэтому принципиально точность у аналоговых устройств не может быть высокой, во всяком случае она исчисляется в единицах процентов по отношению к диапазону моделируемых величин.

Точность вычислительных устройств практически может быть получена любой в зависимости от разрядности чисел, которыми оперирует вычислительное устройство. Поэтому точность работы вычислительного устройства может превосходить точность работы моделирующих устройств на несколько порядков.

Вообще говоря, точность математической модели не всегда должна быть высокой. Можно примерно так сформулировать требование по точности. При моделировании физических устройств точность модели не должна быть существенно выше возможных разбросов параметров самих моделируемых устройств. Поэтому такие элементы, как сама ракета, некоторые бортовые измерители, могут моделироваться на аналоговых устройствах.

При решении линеаризованных задач, когда все параметры имеют относительно малые величины, ошибки моделирования также не столь существенны, поскольку все решение ведется в отклонениях. Ошибки моделирования систем управления становятся весьма ощутимыми главным образом при решении полных нелинейных систем уравнений, входящих в кинематические звенья.

В этом случае оперируют с большими числами (например, координатами центра тяжести), а потому небольшие относительные погрешности счета могут привести к значительным абсолютным ошибкам, недопустимым при анализе систем регулирования. Поэтому область использования аналоговых устройств в основ-

ном ограничена моделированием большинства физических блоков, а также линеаризованных систем управления.

Цифровые вычислительные устройства подобных ограничений не имеют.

Таким образом, вычислительные цифровые устройства имеют преимущества по сравнению с аналоговыми в силу своей универсальности и точности воспроизведения процессов. Главным их недостатком является относительно длительное время счета и сложность программирования. По мере роста быстродействия цифровых вычислительных машин и повышения техники программирования (за счет, например, использования автоматизированных методов программирования) эти недостатки будут сказываться все в меньшей мере. Поэтому использование вычислительных цифровых устройств для математического моделирования, по-видимому, более перспективно.

§ 7. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ

1. Линеаризация исходной системы уравнений и замораживание коэффициентов

Как уже указывалось, исходная система уравнений является нелинейной, если она содержит нелинейные функциональные звенья. Задача линеаризации заключается в том, чтобы избавиться от этих нелинейных звеньев и перейти к линеаризованным уравнениям, в которых все функциональные звенья являются обычными усилительными звеньями с постоянными или переменными во времени коэффициентами.

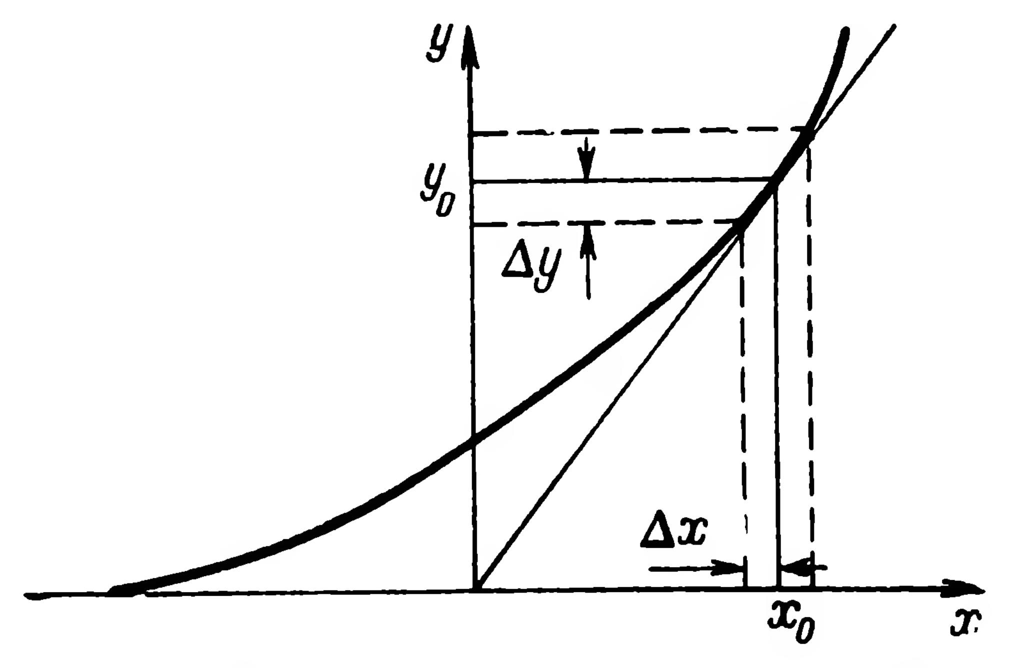


Рис. 2.19. Линеаризация звена $y=F(x)$

Рассмотрим физический смысл линеаризации. Начнем с простого нелинейного звена, определяющего зависимость типа $y=F(x)$ (рис. 2.19).

При некотором значении $x=x_0$

$$y=y_0=F(x_0).$$

Теперь допустим, что нас будет интересовать не само значение y, а приращение Δy, вызванное приращением величины Δx, изменяющейся в окрестностях x_0. Нетрудно видеть, что

$$\Delta y \approx \frac{\partial F(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_0} \Delta x = K\Delta x, \tag{2.14}$$

т. е. мы перешли от исходного нелинейного звена $y=F(x)$ к линеаризованному звену, связывающему приращение входного и выходного сигналов.

С подобным методом линеаризации часто приходится встречаться на практике и не только при рассмотрении задач теории регулирования.

Например, $y=F(x)$ может быть анодносеточной характеристикой лампового усилителя (рис. 2.20).

Пусть $x_0=U_{g0}$ некоторое постоянное сеточное смещение, на которое накладывается переменная составляющая ΔU_g. Если в пределах изменения ΔU_g крутизна характеристики $S_0=\frac{dI_a}{dU_g}\simeq \text{const}$, то величина приращения тока будет равна

$$\Delta I = \Delta U_g S_0.$$

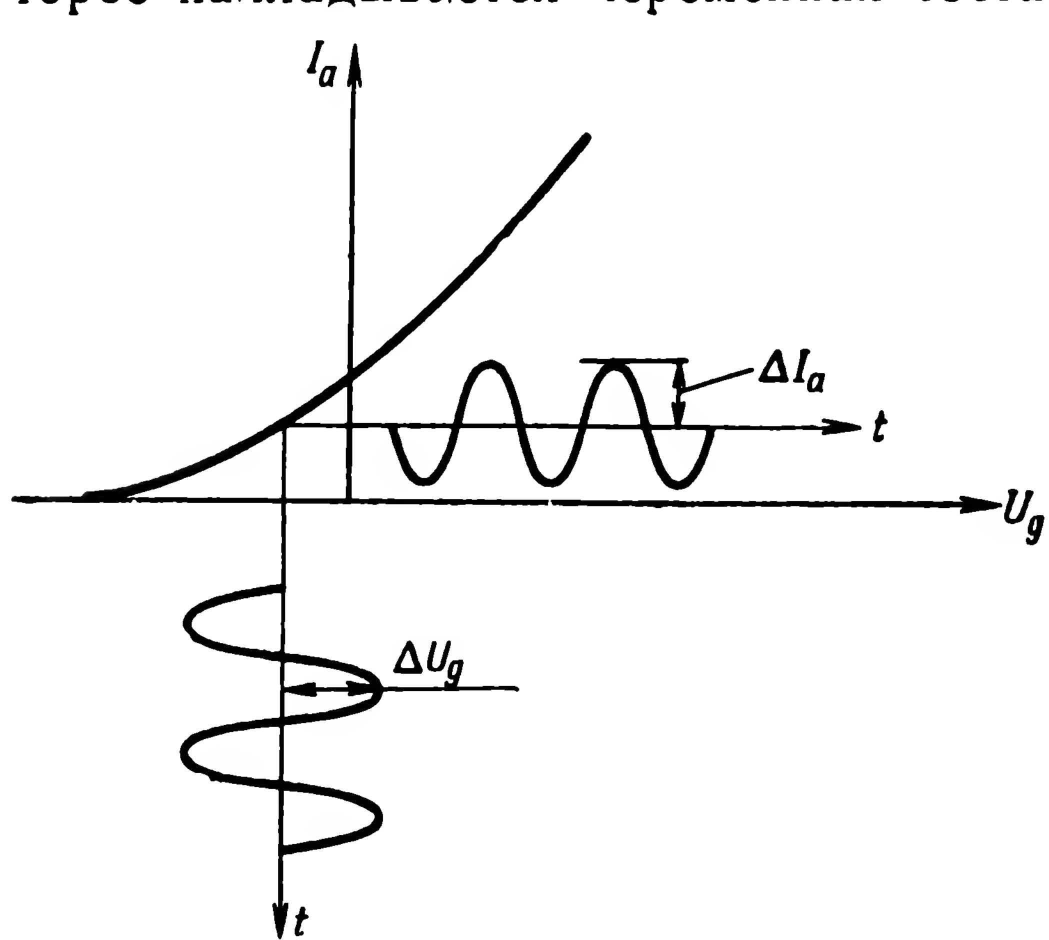


Рис. 2.20. Пример линеаризации

Допустим далее, что U_{g0} (сеточное смещение) медленно изменяется во времени, т. е.

$$U_{g_0}=U_{g_0}(t),$$

тогда будет перемещаться во времени «рабочая точка» на кривой $I=f(U_g)$ и соответственно меняться крутизна $S_0=S_0(t)$.

Тогда

$$\Delta I = \Delta U_g S(t),$$

т. е. мы имеем теперь уже нестационарное линейное звено.

Усложним несколько задачу. Рассмотрим множительное нелинейное звено, т. е. звено типа

$$z=K_0 xy. \tag{2.15}$$

Задача ставится аналогичным образом: требуется найти приращение выходного сигнала Δz, вызванное изменением входных сигналов Δx и Δy.

Полное значение сигнала z

$$(z_0+\Delta z)=K_0(x_0+\Delta x)(y_0+\Delta y)=$$
$$=K_0(x_0 y_0+\Delta y x_0+\Delta x y_0+\Delta x\Delta y).$$

Пренебрегая малым членом $\Delta x \Delta y$ и учитывая выражение (2.15), получим величину приращения выходного сигнала Δz, вызванного приращением входных сигналов, в виде

$$\Delta z=K_0(y_0\Delta x+x_0\Delta y).$$

Таким образом, исходное множительное нелинейное звено преобразуется в два линейных (усилительных) звена и

$$\Delta z = K_0 (K_1 \Delta x + K_2 \Delta y). \tag{2.16}$$

Если средние значения $x_0 = K_2$ и $y_0 = K_1$ изменяются во времени, то звено (2.16) становится нестационарным:

$$\Delta z = K_0 K_1 (t) \Delta x + K_0 K_2 (t) \Delta y. \tag{2.17}$$

В состав структурной схемы системы управления ракетой могут входить множество подобных нелинейных звеньев. Для каждого из них может быть последовательно проведена линеаризация.

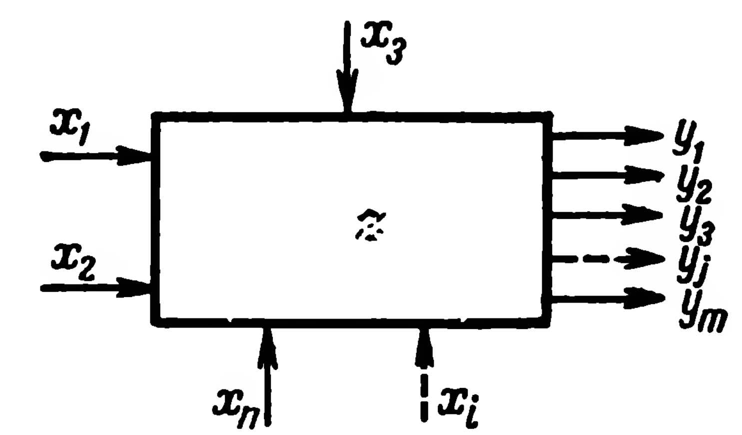


Рис. 2.21. Нелинейный оператор с многими входами и выходами

В наиболее общем случае задача линеаризации решается в такой последовательности.

Рассмотрим некоторое нелинейное звено z (рис. 2.21), на вход которого воздействует система входных возмущений x_i; $i = 1, 2, \ldots, n$ и на выходе имеется ряд выходных сигналов y_j; $j = 1, 2, \ldots, m$.

Для каждого из выходных сигналов y_j может быть записана зависимость в виде

$$y_j = F_j (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots). \tag{2.18}$$

Тогда полное приращение каждого выходного сигнала y_j, вызванного приращениями входных сигналов x_i, найдется как

$$\Delta y_j = \frac{\partial F_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_j}{\partial x_2} \Delta x_2 + \ldots + \frac{\partial F_j}{\partial x_n} \Delta x_n = \\ = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F_j}{\partial x_i} \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} L_i^j \Delta x_i, \tag{2.19}$$

где $j = 1, 2, \ldots, m$.

Тогда исходный нелинейный оператор, изображенный на рис. 2.21, преобразуется в систему (nm) линейных операторов L_i^j (рис. 2.22), где n — число входных сигналов; m — число выходных сигналов; L_i^j — некоторый линейный оператор, равный

$$L_i^j = \left. \frac{\partial F_j}{\partial x_i} \right|_{x_i = x_0}. \tag{2.20}$$

Если при этом параметры линейного оператора будут изменяться во времени, то система будет линеаризованной, но нестационарной.

В завершение вопроса линеаризации рассмотрим линеаризацию системы (2.7), рассмотренной в § 2 (рис. 2.7):

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta}_p &= \frac{W}{V_p}; & \psi &= \theta_p - \varphi_p; \\ \dot{\varphi}_p &= \frac{V_p \sin\psi}{R_p}; & \dot{R}_p &= V_p \cos\psi. \end{aligned}\right\}$$

Заметим, что при линеаризации системы уравнений всегда удобно представлять их в виде (2.18), т. е. таким образом, чтобы

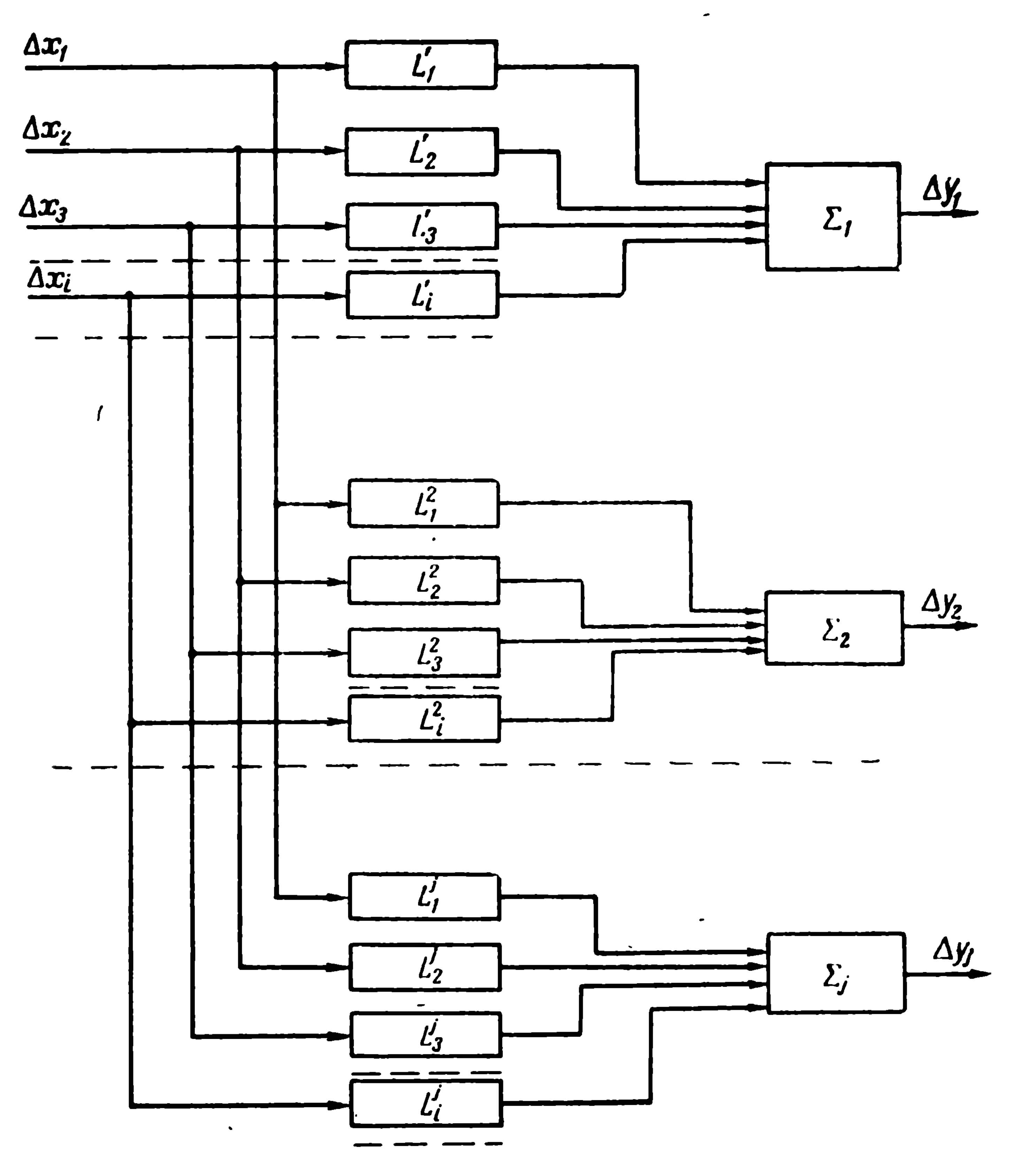


Рис. 2.22. Система операторов линеаризованной структурной схемы

в левой части находился интересующий нас выходной сигнал (выход звена).

Проведем последовательно линеаризацию всех уравнений системы (2.7), пользуясь общим выражением (2.19).

Полагая $V_р$ независимой функцией времени, получаем согласно выражению (2.19) для первого звена

$$\Delta\dot{\theta}_р = \frac{\partial}{\partial W}\left(\frac{W}{V_р}\right)\Delta W = \frac{\Delta W}{V_р}.$$

Для второго звена входом являются ψ и R, выходом — $\dot{\varphi}$.

Соответственно

$$\Delta\dot{\varphi}_р = \frac{\partial\dot{\varphi}_р}{\partial\psi}\Delta\psi + \frac{\partial\dot{\varphi}_р}{\partial R_р}\Delta R_р = K_1\Delta\psi + K_2\Delta R,$$

где

$$K_1 = \frac{V_р \cos\psi_0}{R_0}$$

и

$$K_2 = -\frac{V_р \sin\psi_0}{R_0^2}.$$

Индексом «0» обозначено значение параметров, соответствующих невозмущенному движению.

Для третьего звена выходом является сигнал ψ, входом $\theta_р$ и $\varphi_р$, соответственно

$$\Delta\psi = \Delta\theta_р - \Delta\varphi_р.$$

И, наконец, для четвертого звена

$$\Delta\dot{R}_р = -V_р \sin\psi_0\,\Delta\psi = K_3\Delta\psi,$$

где

$$K_3 = -V_р \sin\psi_0.$$

Объединив полученные уравнения, получаем систему линеаризованных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\dot{\theta}_р = \frac{1}{V_р}\Delta W; \qquad &&\Delta\psi = \Delta\theta_р - \Delta\varphi_р; \\ &\Delta\dot{\varphi}_р = K_1\Delta\psi + K_2\Delta R_р; \qquad &&\Delta\dot{R}_р = K_3\Delta\psi. \end{aligned}\right\} \tag{2.21}$$

На рис. 2.23 изображены структурные схемы, отображающие каждое из линеаризованных уравнений системы (2.21). Заметим, что при построении звеньев учитывалось очевидное равенство, согласно которому

$$\Delta x = \int \Delta\dot{x}\,dt = \frac{1}{p}\Delta\dot{x}. \tag{2.22}$$

Полученные структурные схемы звеньев легко могут быть объединены в общую линейную структурную схему, отображающую систему уравнений (2.21).

Входным внешним сигналом этой системы является ΔW, выходом — $\Delta R_р$ и $\Delta\varphi_р$. Используя методику построения структурных

схем, нетрудно получить полную структурную схему, изображенную на рис. 2.24.

Полученная после линеаризации система уравнений, описывающая процессы управления, является нестационарной. Для перехода к стационарной системе используется метод, который называется методом «замораживания» коэффициентов. Он заключается в том, что систему с переменными коэффициентами при рассмотрении действия достаточно кратковременных возмущений представляется возможным заменить системой с постоянными во времени коэффициентами. При этом необходимо, чтобы за время, соответствующее периоду собственных частот системы, коэффициенты, входящие в уравнение движения, изменялись незначительно.

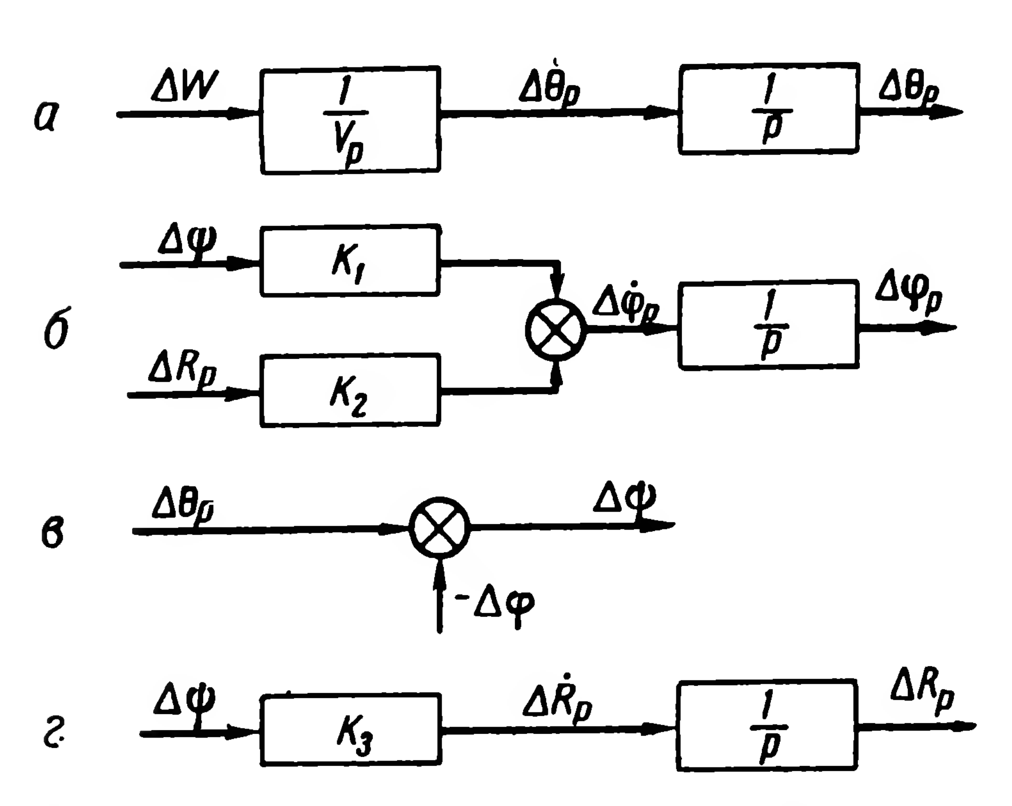


Рис. 2.23. Структурные схемы линеаризованных уравнений

Рассмотренные приемы позволяют заменить исходную нелинейную систему уравнений с переменными во времени коэффициентами линейной системой с постоянными коэффициентами.

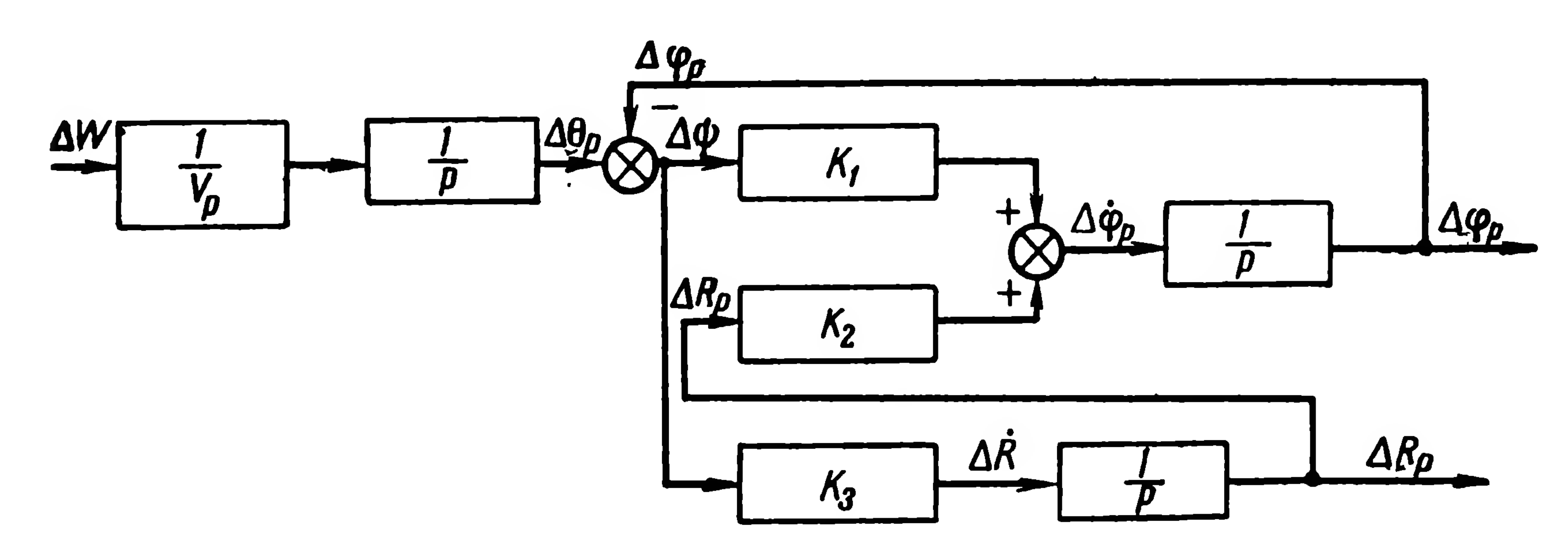


Рис. 2.24. Структурная схема линеаризованной системы уравнений

2. Передаточная функция и частотная характеристика

Решить дифференциальное уравнение в инженерном понимании значит определить реакцию, т. е. значение сигнала, принятого в качестве выходного в зависимости от действия входного сигнала. Для линейных систем с постоянными коэффициентами решение может осуществляться аналитически с помощью аппарата передаточных функций, базирующегося на преобразовании Лапласа.

С помощью достаточно простых выкладок, которые можно найти в ряде работ по теории автоматического регулирования, показывается, что передаточная функция звена, связывающего входной (x) и выходной (y) сигналы дифференциальным уравнением

$$a_n \frac{d^n}{dt^n} y + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y + \ldots + a_0 y = b_m \frac{d^m}{dt^m} x + \\ + b_{m-1} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} x + \ldots + b_0 x, \quad (2.23)$$

может быть записана в виде

$$z(p) = \frac{M(p)}{N(p)}, \quad (2.24)$$

где $M(p)$ и $N(p)$ полиномы соответственно степени m и n, получаемые из левой и правой части выражения (2.23) при подстановке вместо символа $\frac{d}{dt}$ комплексного числа $p = c + j\omega$.

Изображения по Лапласу входного и выходного сигналов связываются выражением

$$y(p) = z(p)\, x(p). \quad (2.25)$$

Изображения сигналов $x(p)$ связываются с их оригиналами $x(t)$ прямыми и обратными преобразованиями Лапласа:

$$\left.\begin{aligned} x(p) &= \int_0^\infty e^{-pt} x(t)\, dt; \\ x(t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} x(p)\, e^{pt}\, dp. \end{aligned}\right\} \quad (2.26)$$

Частным случаем преобразования Лапласа является преобразование Фурье, которое может быть получено из первого путем замены комплексного аргумента p на мнимый аргумент $j\omega$. В этом случае $z(j\omega)$ будет являться комплексной частотной характеристикой рассматриваемой системы, а $x(j\omega)$ и $y(j\omega)$ комплексными спектральными распределениями входного и выходного сигналов.

Таким образом, если задан входной сигнал $x(t)$, то выходной сигнал $y(t)$ находится следующим образом. Находится изображение входного сигнала $x(p)$ (или $x(j\omega)$, далее путем перемножения $x(p)$ на передаточную функцию (или частотную характеристику) находится изображение выходного сигнала $y(p)$ (или $y(j\omega)$. По изображению выходного сигнала находится его оригинал $y(t)$.

В процессе дальнейшего изложения мы будем широко пользоваться понятиями «передаточная функция» и «частотная характеристика». Для сокращения записи в обоих случаях будем их обозначать в виде оператора $z(p)$ или $W(p)$. Однако в случае частотной характеристики под аргументом p понимается чисто мнимая

переменная $p=j\omega$, где ω — круговая частота синусоидальных гармонических колебаний.

Передаточная функция является линейным оператором и представляет собой не символ, а вполне определенную математическую функцию комплексного аргумента p, заданного в явном виде алгебраическим выражением (2.24). Для линейных стационарных систем знание передаточных функций отдельных звеньев полностью определяет все ее динамические свойства.

Передаточная функция любой системы, состоящей из стационарных линейных звеньев, может быть получена с помощью нескольких операций, рассматриваемых ниже.

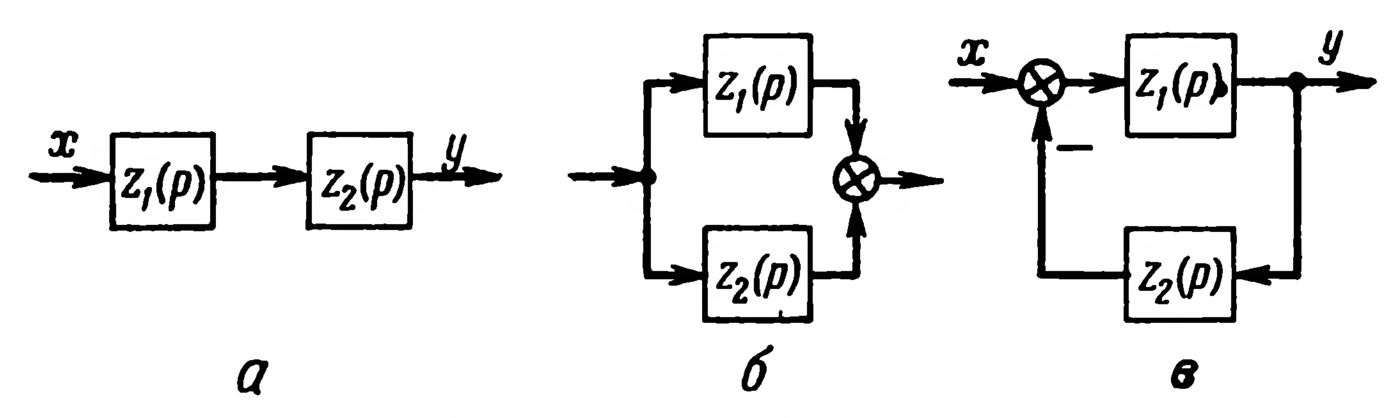


Рис. 2.25. Схемы включения звеньев

а) Передаточная функция последовательно соединенных звеньев (рис. 2.25, *а*)

$$z_\Sigma(p) = z_1(p)\, z_2(p). \tag{2.27}$$

Линейные стационарные звенья обладают свойством коммутативности (перестановки), т. е.

$$z_1(p)\, z_2(p) = z_2(p)\, z_1(p).$$

б) Передаточная функция параллельно соединенных звеньев (рис. 2.25,*б*)

$$z_\Sigma(p) = z_1(p) + z_2(p). \tag{2.28}$$

в) Передаточная функция системы с отрицательной обратной связью (рис. 2.25, *в*)

$$z_\Sigma(p) = \frac{z_1(p)}{1 + z_1(p)\, z_2(p)}. \tag{2.29}$$

При $z_2(p)=1$ переходим к случаю с жесткой обратной связью:

$$z_\Sigma(p) = \frac{z_1(p)}{1 + z_1(p)}. \tag{2.30}$$

§ 8. НЕКОТОРЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Система управления ракетой есть система автоматического регулирования, объектом которой является ракета. Поэтому система управления ракетой имеет характерные признаки, свойственные замкнутой системе автоматического регулирования.

Первой и определяющей особенностью является наличие обратной связи, предназначенной для контроля правильности исполнения заданного входного возмущения (входного сигнала).

В системах управления ракетами входным сигналом могут являться параметры кинематической траектории требуемого движения. Обратная связь осуществляется за счет контроля положения центра тяжести ракеты относительно этой траектории. Отклонение ракеты от траектории служит в таком случае сигналом ошибки, или, как иногда называют, сигналом рассогласования.

Сказанное можно пояснить следующим простым примером. Пусть ракета должна удерживаться все время на некотором луче OA (рис. 2.26). Известен закон изменения угла этого луча в виде некоторой независимой функции времени $\varphi(t)$. Скорость движения ракеты $V_р$ задана и является также в первом приближении независимой функцией времени.

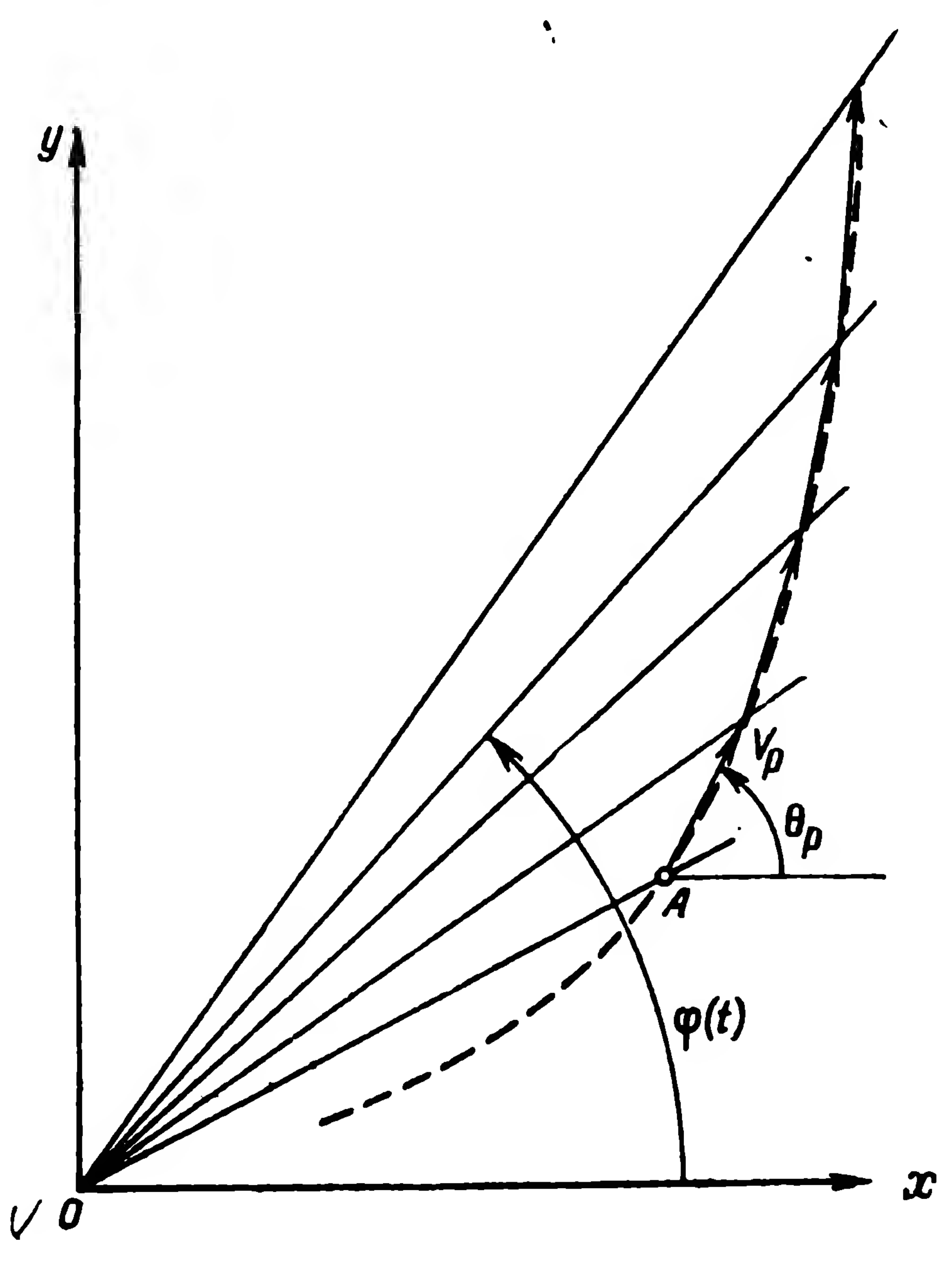


Рис. 2.26. Траектория требуемого движения ракеты

Тогда по двум этим характеристикам можно построить кинематическую траекторию требуемого движения, координаты которой и будут входным кинематическим возмущением системы управления.

Подобное представление входного возмущения в виде координат траектории требуемого движения является далеко не исчерпывающим. На практике бывает иногда удобно в качестве входного возмущения принимать, например, потребное нормальное ускорение в каждой точке траектории W, угол траектории $\theta_р$, скорость изменения угла траектории $\dot{\theta}_р$ и другие параметры требуемого движения.

Таким образом, в системах управления ракетой представляется возможным выделить управляющее входное возмущение и сигнал рассогласования. Следовательно, ее можно представить в виде обычной схемы автоматического регулирования с отрицательной обратной связью.

Хотя в реальных условиях полета снаряд подвержен различным возмущениям (ветер, турбулентность атмосферы, эксцентриситет вектора тяги и т. д., причем эти возмущения реально прило-

жены к различным точкам системы управления), мы свои рассуждения будем строить применительно к схеме автоматического регулирования, изображенной на рис. 2.27. Это довольно общий случай, так как возмущения, действующие на линейную систему, могут быть приведены к одной точке системы.

На рис. 2.27 введены следующие обозначения:

$x(t)$ — входной сигнал;

$y(t)$ — выходной сигнал;

$\delta(t)$ — сигнал ошибки.

Обозначим через $x(p)$, $y(p)$ и $\delta(p)$ их изображения по Лапласу. В дальнейшем будем в промежуточных выкладках опускать аргумент p.

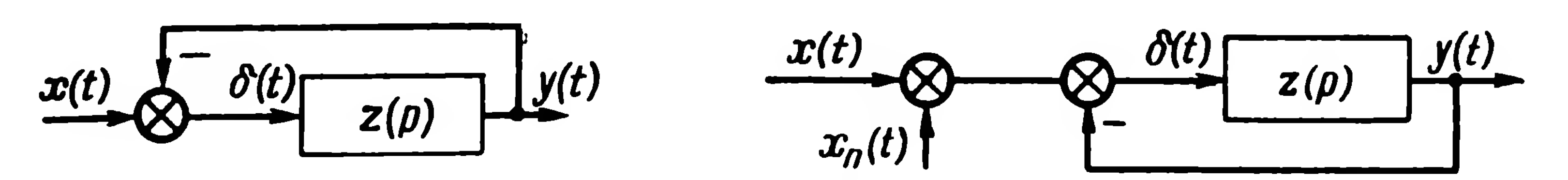


Рис. 2.27. Система регулирования с жесткой обратной связью

Рис. 2.28. Система регулирования с сигналом помехи

Рассмотрим некоторые основные соотношения теории автоматического регулирования.

Сигнал ошибки системы регулирования δ равен

$$\delta = x - y. \tag{2.31}$$

Выходной сигнал связан с сигналом ошибки соотношением

$$y = z(p)\delta, \tag{2.32}$$

где $z(p)$ — передаточная функция разомкнутой системы, определяющая, какие преобразования входного сигнала производит система регулирования в разомкнутом состоянии, т. е. когда отключена цепь обратной связи.

Если замкнуть систему обратной связью, то соотношение между выходным и входным сигналами может быть представлено как

$$y = \frac{z(p)}{1 + z(p)} x. \tag{2.33}$$

Выражение $\frac{z(p)}{1 + z(p)}$ является передаточной функцией замкнутой системы и определяет прохождение сигнала через замкнутую систему. Из выражений (2.32) и (2.33) нетрудно увидеть, что сигнал ошибки связан с входным и выходным сигналами следующими соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{z(p)} y; \\ \delta &= \frac{1}{1 + z(p)} x. \end{aligned}\right\} \tag{2.34}$$

Рассмотрим случай, который обычно характерен для реальных систем, когда на систему одновременно воздействуют два сигнала: полезный x и сигнал помехи $x_п$.

Исходная схема для рассматриваемого случая приобретает вид, изображенный на рис. 2.28.

Используя принцип суперпозиции, справедливый для линейных систем, можно рассмотреть воздействие на систему каждого сигнала отдельно. Суммарный сигнал рассогласования при этом будет равен

$$\delta = x + x_п - y, \tag{2.35}$$

а суммарный выходной сигнал

$$y = \frac{z(p)}{1 + z(p)}(x + x_п). \tag{2.36}$$

Введем понятие об ошибке регулирования реальной системы — Δ. Она равна разности между полезным входным сигналом и реальным выходным сигналом (т. е. полным выходным сигналом):

$$\Delta = x - y. \tag{2.37}$$

Подставляя в равенство (2.37) выражение (2.36) для y, получаем после простейших преобразований выражение для ошибки регулирования в виде

$$\Delta = \frac{1}{1 + z(p)}x - \frac{z(p)}{1 + z(p)}x_п. \tag{2.38}$$

Это выражение является исходным для анализа систем автоматического регулирования. В нем в неявной форме содержатся и основные противоречия, возникающие при проектировании систем.

Из уравнения (2. 38) следует, что ошибка регулирования связана с входным полезным сигналом x и входным сигналом помехи $x_п$ различными, но связанными между собой передаточными функциями. Характерно при этом, что изменение параметров системы регулирования с целью уменьшения первой составляющей ошибки, как правило, ведет к увеличению другой, и наоборот. Одна из центральных задач синтеза и заключается в подборе оптимального значения передаточной функции $z(p)$, обеспечивающей минимальное значение суммарной ошибки регулирования.

Остановимся далее на одной из важных характеристик систем автоматического регулирования — на понятии астатизма системы.

Астатической системой называется система, имеющая в прямой ветви интегрирующие звенья. В противном случае система называется статической. Число таких звеньев определяет порядок астатизма системы. Число интегрирующих звеньев (порядок астатизма) определяет реакцию системы на входной сигнал в установившемся режиме.

Исходя из того что астатизм системы во многом определяет ее свойства, принята запись передаточной функции системы или звена в следующем виде:

$$z(p) = \frac{K}{p^m} z_0(p). \tag{2.39}$$

В формуле $\frac{1}{p^m}$ — сомножитель, определяющий порядок астатизма системы, $z_0(p)$ — безразмерный оператор, который в общем виде может быть записан в виде отношения двух полиномов со свободными членами, равными единице:

$$z_0(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + 1}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + 1}, \tag{2.40}$$

и K — коэффициент усиления звена в установившемся режиме или передаточное число звена (системы), определяющий размерность передаточной функции.

§ 9. ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

1. Определение устойчивости системы

Анализ устойчивости систем автоматического регулирования производится с помощью годографа частотной характеристики

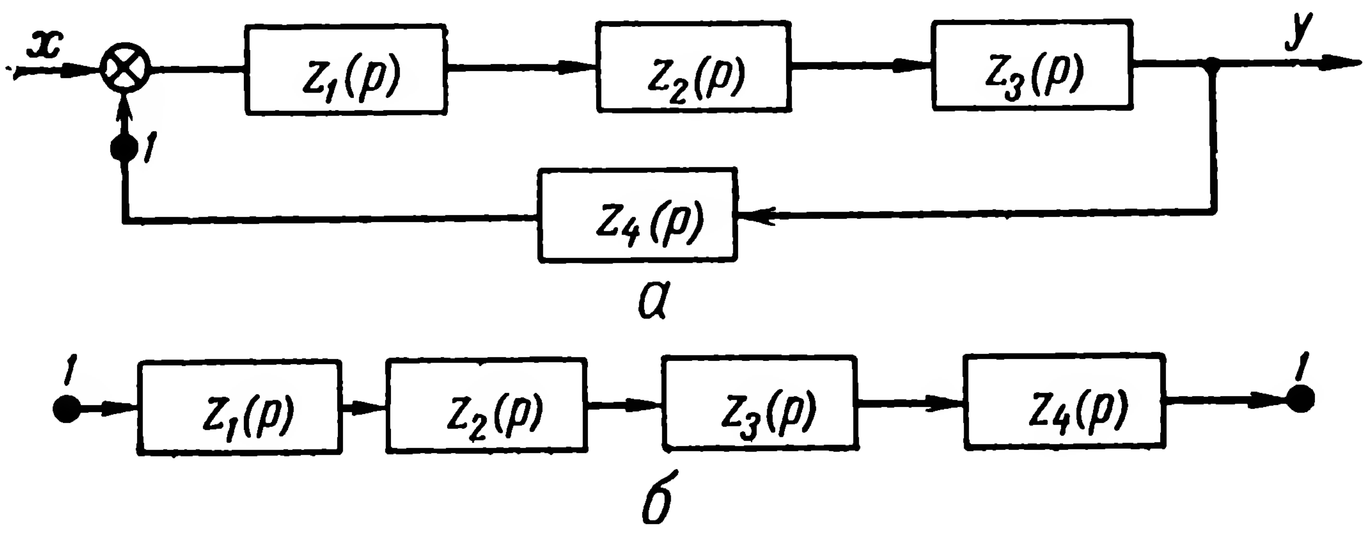


Рис. 2.29. Замкнутая (*а*) и разомкнутая (*б*) системы управления

разомкнутой системы. При этом степень устойчивости измеряется запасами устойчивости по амплитуде и по фазе.

Система автоматического управления является замкнутой системой. Если ее разомкнуть в любой точке по внешнему контуру управления (рис. 2.29), то полученная цепочка из последовательно включенных звеньев будет представлять разомкнутую систему.

При наличии многоконтурной системы, имеющей, кроме внешнего контура, еще внутренние замкнутые контуры, понятие устойчивости может быть рассмотрено как для основного контура, так и для всех остальных.

Примером такой многоконтурной системы является система управления ракетой. Каждый канал управления является много-

контурной схемой. Учитывая возможные взаимные связи между каналами, такая система может рассматриваться как единая многоконтурная.

При строгом рассмотрении вопроса исследование устойчивости каждой цепи должно вестись с учетом взаимосвязей со всей системой. Для случая исследования вопроса устойчивости по разомкнутой характеристике это означает, что, размыкая интересующую нас цепь, мы должны сохранять замкнутыми все остальные цепи. Это условие особенно существенно в тех случаях, когда связанные системы имеют близкие резонансные частоты.

Рассмотрим структурную схему из двух связанных контуров (рис. 2.30).

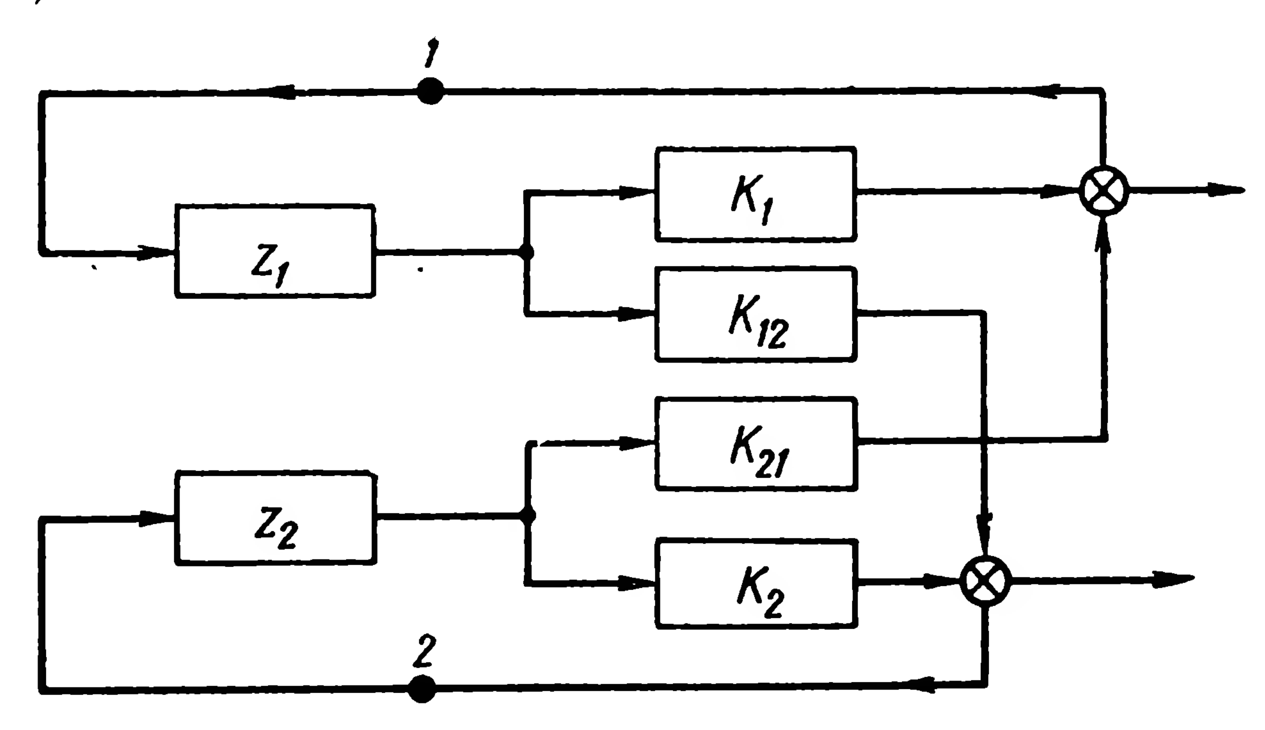


Рис. 2.30. Пример многоконтурной системы

Чтобы убедиться в ее устойчивости, можно разомкнуть цепь в точке *1* либо в точке *2*. Соответственно структурная схема разомкнутой системы будет иметь вид, изображенный на рис. 2.31, *а* и *б*.

Для исследования устойчивости системы может быть взята одна из двух разомкнутых характеристик.

Чтобы определить устойчивость систем по частотному критерию, необходимо установить, устойчиво ли каждое из звеньев, входящих в общую систему управления. Обычно в процессе проектирования представляется удобным формировать систему из устойчивых звеньев. Хотя и система, имеющая в своем составе неустойчивые звенья, может в замкнутом состоянии быть устойчивой. Соответственно и частотный критерий устойчивости можно рассматривать для двух случаев: когда устойчивы все звенья системы и когде часть звеньев является неустойчивой.

Для первого случая частотный критерий может быть сформулирован в следующем виде. Система устойчива, если полный поворот некоторого вектора $W(j\omega)$ с началом координат в точке $(-1;\ j=0)$, с концом, скользящим по годографу частотной характеристики разомкнутой системы $z(j\omega)$, при изменении ω от 0 до ∞ будет равен нулю. Это условие соблюдается, если точка $(-1,\ j=0)$ не охватывается годографом $W(j\omega)$ (рис. 2.32).

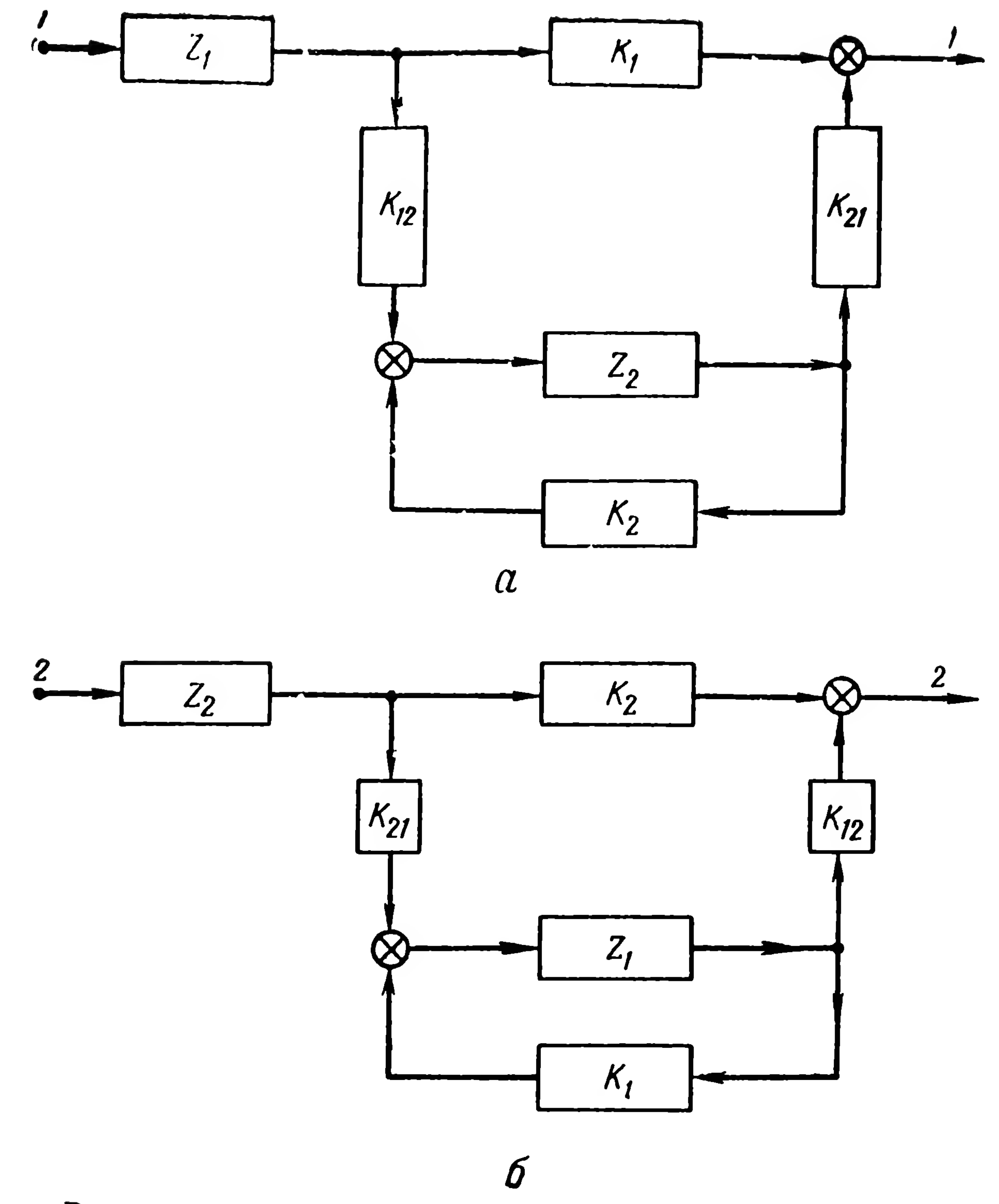


Рис. 2.31. Разомкнутые многоконтурные системы

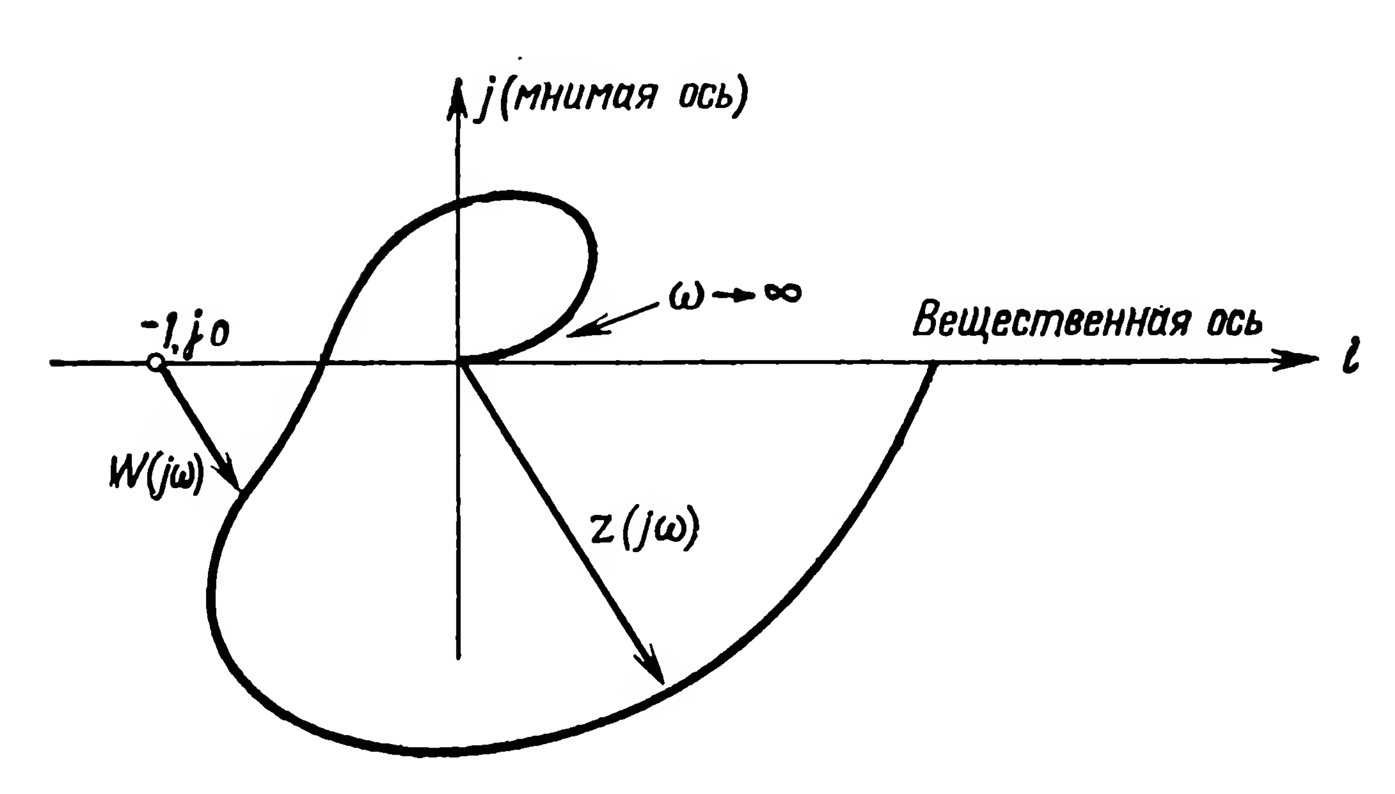


Рис. 2.32. Годограф разомкнутой частотной характеристики устойчивой системы при $m=0$

В случае если система включает в себя неустойчивые звенья, для определения ее устойчивости необходимо знать дополнительно число m положительных корней характеристического уравнения системы. Частотный критерий устойчивости формулируется в этом случае в следующем виде: система, имеющая характеристическое уравнение с m положительными корнями, будет устойчива в случае, если вектор $W(j\omega)$ повернется на угол $m\frac{\pi}{2}$ при изменении ω от 0 до ∞.

Остановимся на понятиях запасов устойчивости системы по фазе и модулю. Для этой цели рассмотрим годограф $W(j\omega)$ разомкнутой системы, изображенный на рис. 2.33.

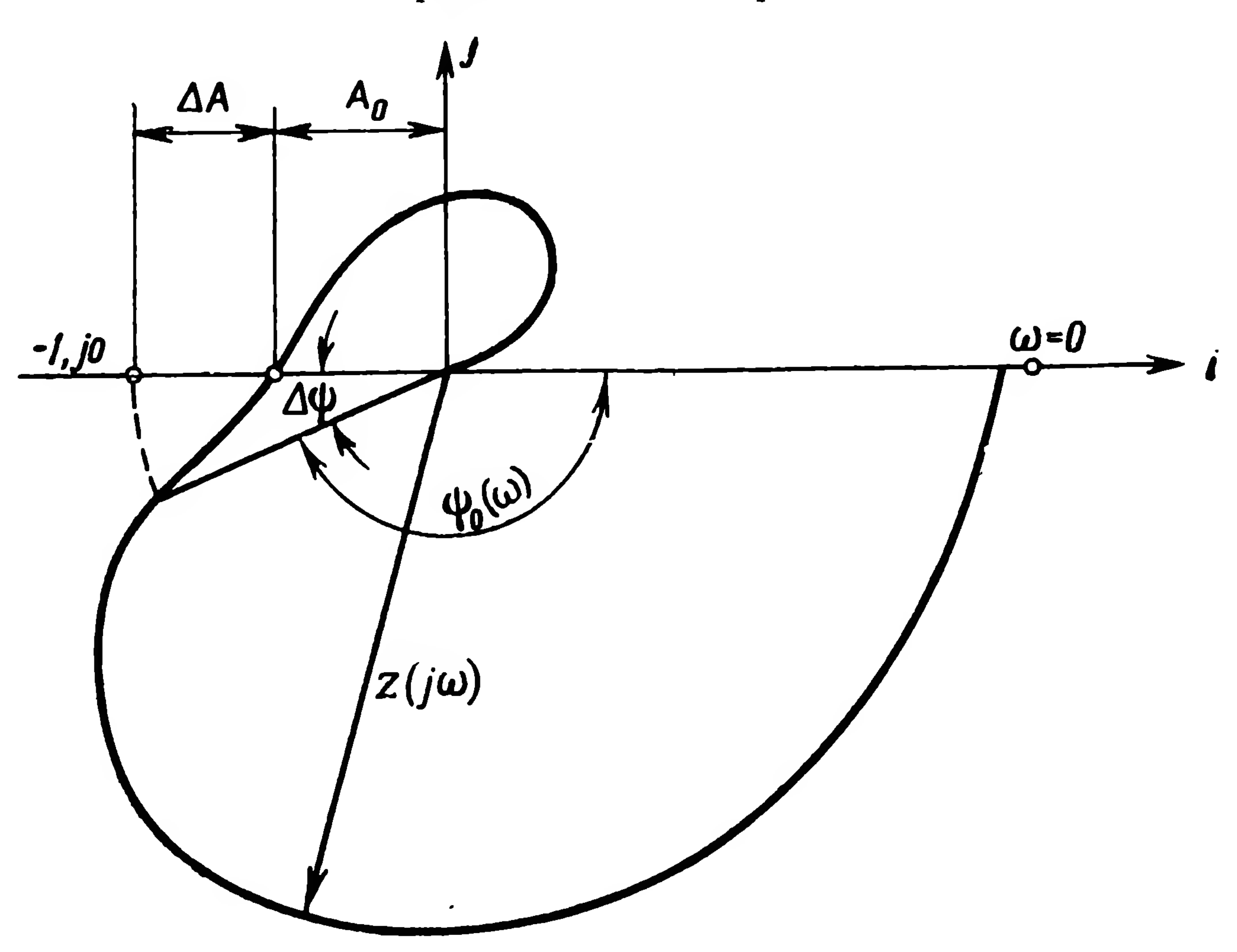


Рис. 2.33. Запасы устойчивости системы по фазе $\Delta\phi$ и модулю ΔA

Под запасом устойчивости по фазе $\Delta\phi$ принято понимать разность между углом π и фазой $\phi_0(\omega)$ вектора $z(j\omega)$ в точке, при которой модуль этого вектора обращается в единицу.

Под запасом устойчивости по модулю понимается разность между единицей и модулем вектора $z(j\omega)$, соответствующего точке годографа, в которой фаза $\varphi(j\omega) = 180°$, т. е.

$$\Delta A = 1 - A_0(\omega).$$

В логарифмическом масштабе запас по модулю находится как $20\lg A_0$ и выражается в децибелах.

Подробно о частотных методах анализа устойчивости, а также о методах построения годографов различных систем можно познакомиться в литературе по теории автоматического регулирования [11], [23] и т. д.

2. Определение реакции системы на типовые возмущения

В теории автоматического регулирования принято обычно рассматривать два типовых сигнала, реакцию на которые можно рассматривать как своего рода характеристику системы.

Подобными типовыми сигналами являются единичная импульсная функция $\delta(t)$ и единичная ступенчатая функция $1(t)$. Под единичной импульсной функцией принято понимать функцию бесконечно малой длительности и бесконечно большой амплитуды с площадью, равной единице. Разумеется, никакое реальное устройство не может воспроизвести строго единичную импульсную функцию. Поэтому на практике достаточно, чтобы длительность импульса Δt была $\Delta t \ll T$, где T — период собственных частот исследуемой системы регулирования, а амплитуда импульса A равна конечной величине. С точки зрения всех дальнейших математических выкладок важно, чтобы при этом удовлетворялось следующее условие для прямоугольного сигнала:

$$\Delta t A = 1. \tag{2.41}$$

Подобный, достаточно малой продолжительности сигнал может быть математически представлен в виде сплошного спектра гармонических сигналов, имеющих в области полосы пропускания исследуемой системы равномерный спектр частот, так называемый «белый» спектр. Будучи подан на вход исследуемой системы, подобный «белый» спектр на выходе даст спектр частот, соответствующий частотной характеристике системы $z\,(j\omega)$.

Реакция системы на единичную импульсную функцию называется функцией веса $W\,(t)$. Она находится через частотную характеристику $z\,(j\omega)$ в виде

$$W(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} z\,(j\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega. \tag{2.42}$$

Соответственно справедливо и обратное преобразование, т. е.

$$z\,(j\omega) = \int_{0}^{\infty} W\,(t)\, e^{-j\omega t}\, dt. \tag{2.43}$$

Таким образом, если подать на вход исследуемой системы импульсную функцию, то изображение выходного сигнала даст частотную характеристику исследуемого звена.

На практике бывает более удобным пользоваться вторым типом сигнала — ступенчатой единичной функцией $1\ (t)$.

В отличие от функции веса реакция системы на ступенчатый сигнал называется переходной функцией и обозначается через $E(t)$. $E(t)$ связана с функцией веса $W(t)$ простым соотношением

$$E\,(t) = \int_{0}^{t} W\,(t)\, dt \tag{2.44}$$

и соответственно

$$W(t)=\frac{d}{dt}E(t). \tag{2.45}$$

Последнее выражение позволяет воспользоваться формулой (2.43), чтобы получить частотную характеристику $z(j\omega)$ исследуемой системы по переходной функции

$$z(j\omega)=\int_0^{\infty}\left[\frac{d}{dt}E(t)\right]e^{-j\omega t}dt. \tag{2.46}$$

Переходная функция $E(t)$ может быть получена по заданной частотной характеристике $z(j\omega)$ в виде

$$E(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{z(j\omega)}{j\omega}e^{-j\omega t}d\omega. \tag{2.47}$$

Выражения (2.42) и (2.43), а также (2.46) и (2.47) даны в комплексном виде. Для интегрирования обычно пользуются формулами, связывающими $E(t)$ и $W(t)$ с вещественной или мнимой частью частотной характеристики.

Если

$$z(j\omega)=P(\omega)+jQ(\omega), \tag{2.48}$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ — соответственно вещественная и мнимая части комплексного числа $z(j\omega)$, то расчетные формулы для $E(t)$ и $W(t)$ будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} E(t)&=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{P(\omega)}{\omega}\sin\omega t\,d\omega;\\ W(t)&=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}P(\omega)\cos\omega t\,d\omega. \end{aligned}\right\} \tag{2.49}$$

Для обратной задачи

$$\left.\begin{aligned} P(\omega)&=\int_0^{\infty}\frac{dE}{dt}\cos\omega t\,dt;\\ Q(\omega)&=\int_0^{\infty}\frac{dE}{dt}\sin\omega t\,dt. \end{aligned}\right\} \tag{2.50}$$

Таким образом, мы рассмотрели методы определения реакции системы на типовые сигналы. Эти реакции характеризуют свойства системы.

По реакции системы на типовые возмущения могут быть определены показатели, характеризующие определенным образом ка-

чество системы. В частности, сам вид переходного процесса, время его затухания, величина и количество переколебаний могут быть в ряде случаев весьма полезными для анализа и физически наглядными характеристиками системы.

Другой не менее важной стороной вопроса является возможность отыскания по реакции системы на типовые сигналы частотных характеристик отдельных звеньев.

Кроме того, при известной реакции системы на типовой сигнал представляется возможным найти реакцию системы на сигнал произвольной формы.

3. Расчет реакции систем на сигнал произвольной формы

Пусть на вход линейной системы подан сигнал произвольной формы $x(t)$. Реакция системы на сигнал произвольной формы может быть найдена, исходя из принципа суперпозиции для линейных систем.

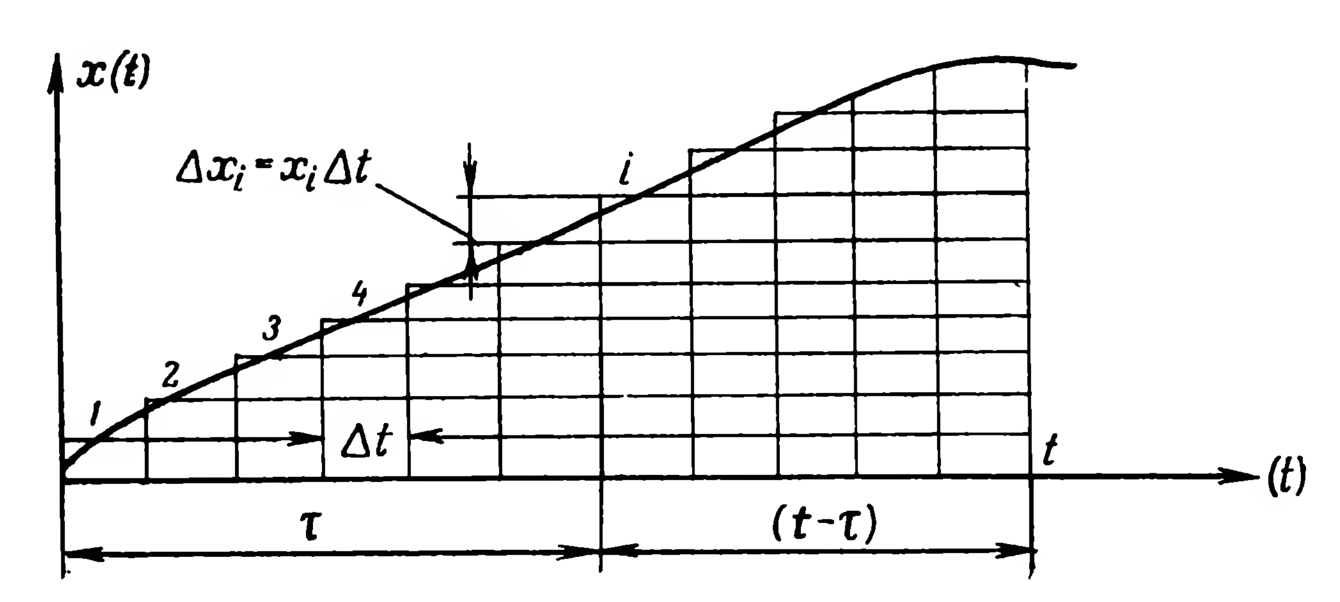


Рис. 2.34. Определение реакции системы на сигнал произвольной формы

Для этой цели входной сигнал $x(t)$ можно разбить на сумму последовательно действующих через интервал Δt типовых (например, ступенчатых) сигналов (рис. 2.34). Если интервалы между сигналами малы, то амплитуда каждого скачка найдется, как $\Delta x_i = x_i' \cdot \Delta t$, где x_i' — производная сигнала $x(t)$ в i-й точке. Тогда амплитуда первого скачка в момент t_0 будет равна

$$\Delta x(0) = \Delta x_1 = x_1' \Delta t = x'(0)\,\Delta t$$

и в момент τ, соответствующему i-му интервалу:

$$\Delta x(\tau) = x'(\tau)\,\Delta t.$$

В момент t реакция от первого скачка будет равна

$$E(t)\,x'(0)\,\Delta t,$$

а от скачка, поданного в момент τ,

$$E(t-\tau)\,x'(\tau)\,\Delta t.$$

Суммарная реакция в момент t от всех скачков в пределе найдется как

$$y(t)=\int_0^t E(t-\tau)\,x'(\tau)\,d\tau. \tag{2.51}$$

На основании тех же рассуждений нетрудно показать, что при заданной функции веса реакция на произвольный сигнал может быть найдена в виде

$$y(t)=\int_0^t W(t-\tau)\,x(\tau)\,d\tau. \tag{2.52}$$

4. Расчет реакции системы на стационарные случайные возмущения

Если на систему с частотной характеристикой $z(j\omega)$ воздействует стационарный случайный процесс $x(t)$ с математическим

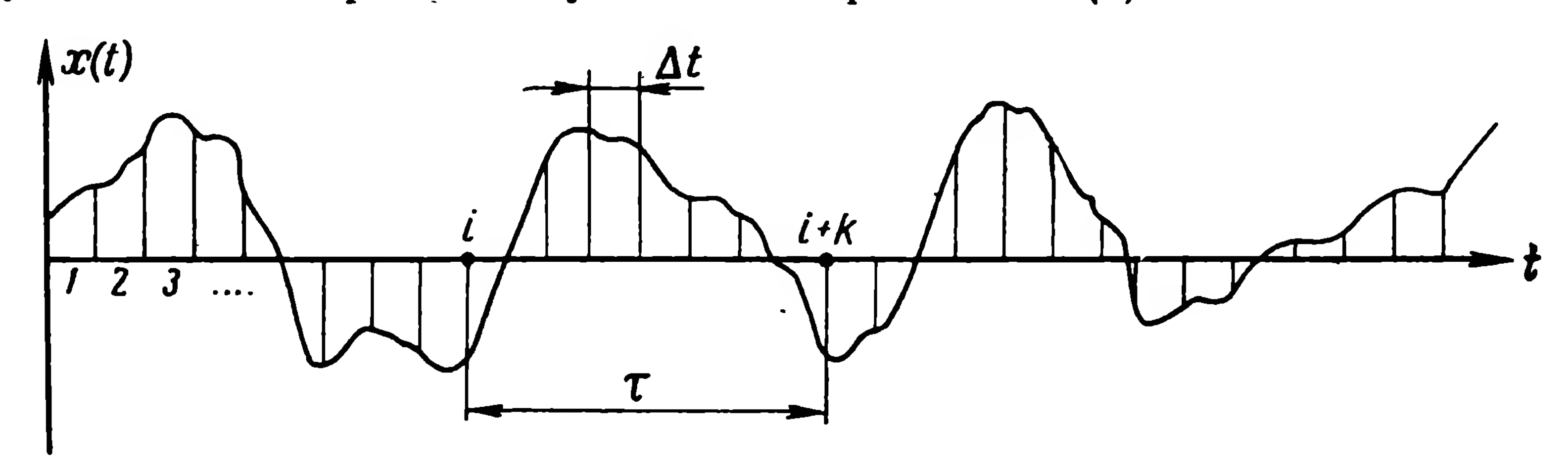


Рис. 2.35. Определение корреляционной функции случайного процесса

ожиданием, равным 0 (центрированный случайный процесс), то может быть рассчитана его автокорреляционная функция, равная

$$R(\tau)=\frac{1}{n-k}\sum_{i=1}^{n-k} x(t_i)\,x(t_{i+k}), \tag{2.53}$$

где n — общее число дискретных значений процесса;

$x(t_i)$ — дискретные значения $x(t)$ (рис. 2.35);

Δt — интервал между двумя соседними дискретными значениями;

$\tau=k\Delta t$ — интервал между двумя точками процесса, между которыми определяется корреляционная связь.

Примерный вид корреляционной функции $R(\tau)$ приведен на рис. 2.36. Для реальных случайных процессов эта функция обычно затухающая.

При $\tau=0$ корреляционная функция $R(0)$ определяет дисперсию или квадрат среднеквадратического отклонения σ^2.

По корреляционной функции процесса $x(t)$ находят его спектральную плотность

$$g_x(\omega) = \int_0^\infty R(\tau)\cos\omega\tau\, d\tau. \tag{2.54}$$

Дисперсия этого процесса равна

$$\sigma^2 = \int_0^\infty g_x(\omega)\, d\omega. \tag{2.55}$$

Спектральная плотность процесса на выходе системы находится как

$$g_y(\omega) = A^2(\omega)\, g_x(\omega), \tag{2.56}$$

где $g_x(\omega)$ — спектральная плотность случайного сигнала на входе системы;

$A(\omega)$ — модуль частотной характеристики исследуемой системы, равный по определению $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}$, где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ — вещественная и мнимая части $z(j\omega)$ в выражении (2.48).

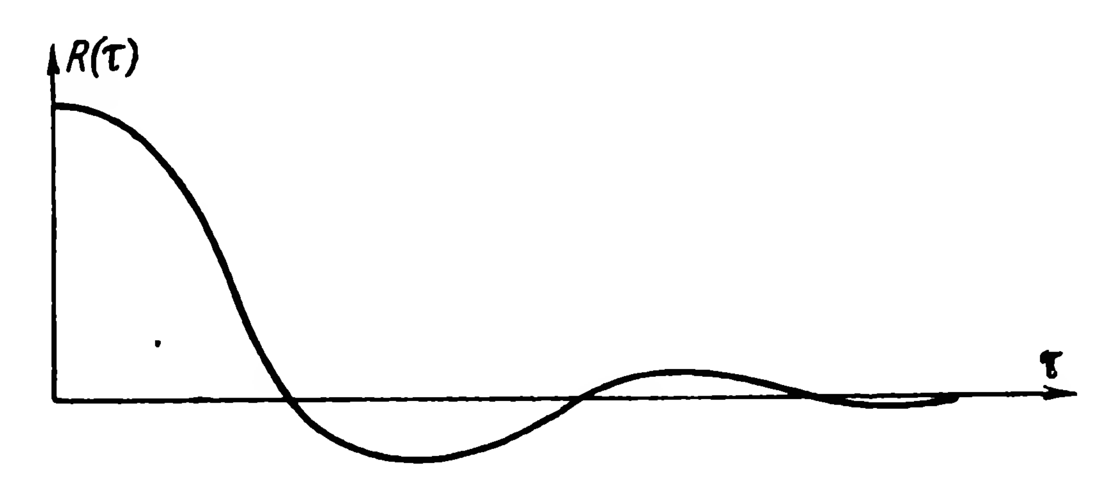


Рис. 2.36. Примерный вид корреляционной функции случайного процесса

Дисперсия выходной величины определяется выражением, аналогичным выражению (2. 55).

5. Определение реакции системы на медленно меняющиеся возмущения. Ошибки установившихся режимов

Перепишем выражение (2.34) для сигнала ошибки, используя оператор ошибки:

$$\Phi_\delta(p) = \frac{1}{1+z(p)};$$

$$\delta(p) = \Phi_\delta(p)\, x(p). \tag{2.57}$$

Под установившимся значением сигнала ошибки или ошибкой установившегося режима понимается такая ошибка, которая устанавливается в системе после затухания переходных процессов.

Но так как рассматривается медленно меняющееся входное возмущение, то спектр ошибки также имеет узкую полосу. Иначе

говоря, $p=j\omega\to 0$. Имея это в виду, разложим оператор ошибки $\Phi_\delta(p)$ в ряд Тейлора относительно $p=0$:

$$\Phi_\delta(p)=\Phi_\delta(0)+\frac{\Phi'_\delta(0)}{1!}p+\frac{\Phi''_\delta(0)}{2!}p^2\ldots, \tag{2.58}$$

где $$\Phi'_\delta(0)=\left.\frac{\partial\Phi_\delta(p)}{\partial p}\right|_{p=0}.$$

После подстановки этого разложения в выражение (2.57) получим

$$\delta(p)=\left[\Phi_\delta(0)+\frac{\Phi'_\delta(0)}{1!}p+\frac{\Phi''_\delta(0)}{2!}p^2\ldots\right]x(p). \tag{2.59}$$

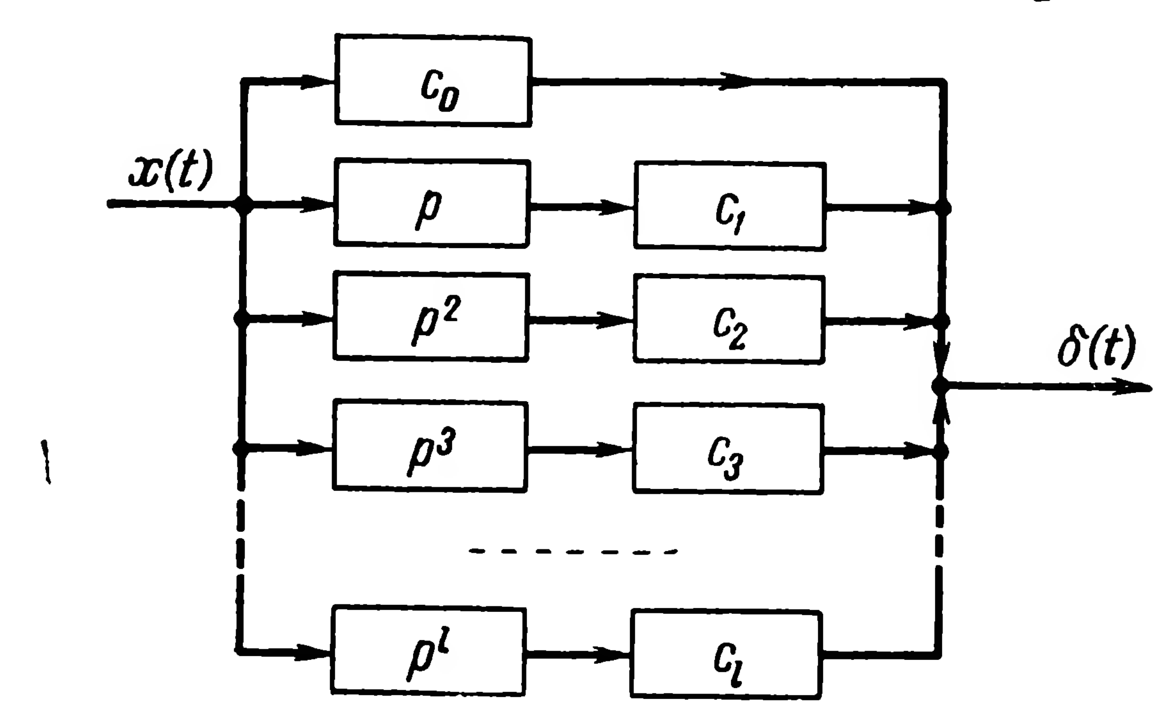


Рис. 2.37. Структурная схема оператора сигнала ошибки

Выведем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} c_0&=\Phi_\delta(0);\\ c_1&=\frac{1}{1!}\Phi'_\delta(0);\\ c_2&=\frac{1}{2!}\Phi''_\delta(0).\end{aligned}\right\} \tag{2.60}$$

Тогда выражение (2.58) запишется так:

$$\delta(p)=(c_0+c_1p+c_2p^2\ldots)\,x(p).$$

Полученное выражение эквивалентно структурной схеме, изображенной на рис. 2.37.

На представленной схеме p — дифференцирующее звено, поэтому эта схема может быть преобразована к виду, изображенному на рис. 2.38.

На рис. 2.38 $x^l(t)$ — производная l-го порядка от входного сигнала и соответственно выражение для ошибки установившегося режима запишется в следующем виде:

$$\delta(t)=c_0x(t)+c_1x'(t)+c_2x''(t)+\ldots \tag{2.61}$$

Коэффициенты c_i называются коэффициентами ошибок. Имея оператор ошибки $\Phi_\delta(p)$, они могут быть определены по формулам (2.60). Следовательно, коэффициенты ошибок позволяют достаточно просто найти ошибку стационарной системы управления в установившемся режиме.

Выражение (2.61) позволяет получить значения ошибок в виде суммы членов, включающих в себя как значения самого входного сигнала $x(t)$, так и его производные.

В зависимости от порядка астатизма системы первые члены разложения могут обратиться в нуль. В зависимости же от характера изменения входного сигнала могут быть равны нулю старшие члены разложения.

На практике при рассмотрении установившихся процессов часто ограничиваются одним лишь членом разложения. Для этого случая значение ошибки весьма просто может быть получено из следующих соображений.

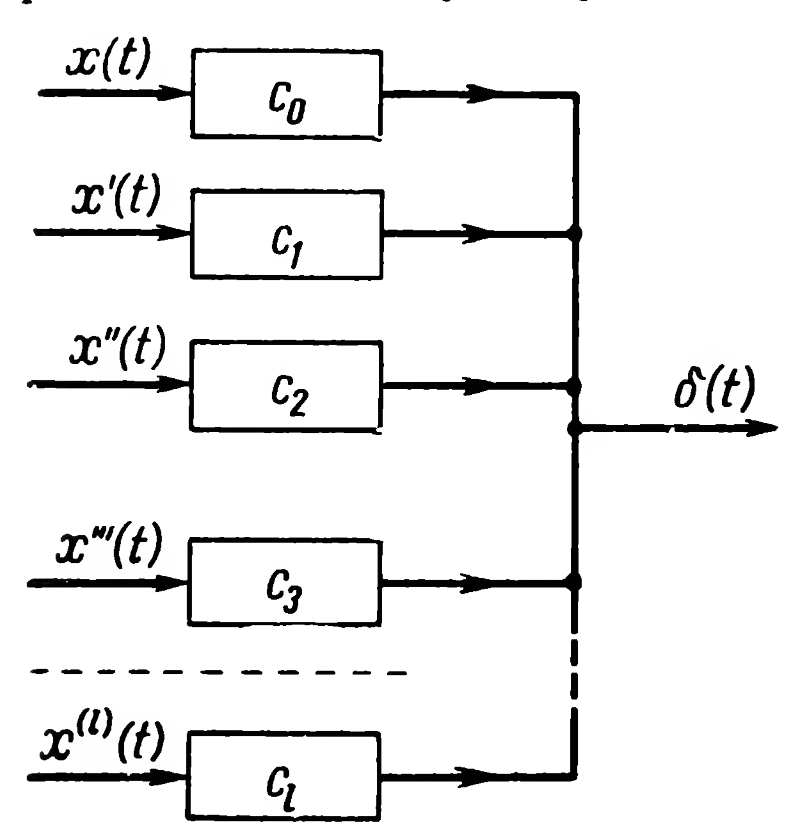


Рис. 2.38. Эквивалентная структурная схема оператора сигнала ошибки

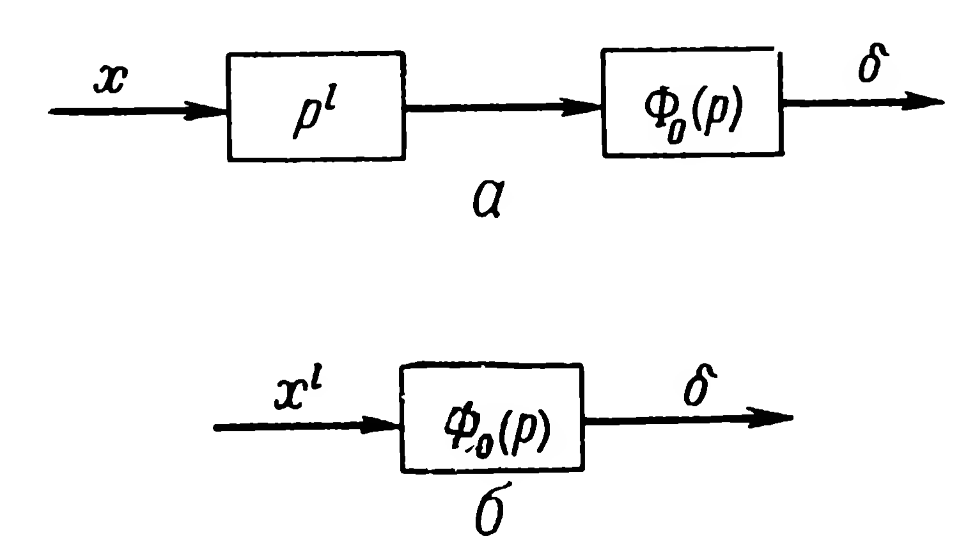


Рис. 2.39. Исходная (*а*) и эквивалентная (*б*) структурные схемы оператора сигнала ошибки

Для систем астатических l-го порядка с передаточной функцией разомкнутой цепи $z(p) = \frac{k}{p^l} z_0(p)$ сигнал ошибки согласно формуле (2.34) найдется как

$$\delta(p) = \frac{p^l}{p^l + Kz_0(p)} x(p),$$

где $z_0(p)$ — безразмерный оператор типа (2.40) со свободными членами, равными единице.

Полученная передаточная функция может быть представлена в виде двух последовательно включенных звеньев с передаточными функциями (рис. 2.39, *а*):

$$p^l \text{ и } \frac{1}{p^l + Kz_0(p)} = \Phi_0(p).$$

Очевидно, что такая схема эквивалентна с точки зрения выходного сигнала схеме, состоящей из звена $\Phi_0(p)$, на вход которого действует сигнал $x(t)$, пропущенный через l дифференцирующих звеньев, т. е. сигнал $x^{(l)}(t)=\frac{d^l x}{dt^l}$.

В таком случае эквивалентная структурная схема может быть представлена в виде, изображенном на рис. 2.39, *б*.

При нулевых частотах согласно выражению (2.40) $z_0(j\omega)\to 1$ и частотная характеристика $\Phi_0(j\omega)$ приобретает вид

$$\Phi_0(j\omega)=\frac{1}{(j\omega)^l+Kz_0(j\omega)}\Bigg|_{\omega\to 0}\to\frac{1}{K}. \tag{2.62}$$

Тогда

$$\delta(t)_{t\to\infty}=\delta(j\omega)_{\omega\to 0}=\frac{x^{(l)}(t)}{K}=\frac{\frac{d^l x}{dt^l}}{K}. \tag{2.63}$$

Таким образом, в установившемся режиме ошибка астатической системы l-го порядка пропорциональна l-й производной входного сигнала.

Для статической системы

$$z(p)=Kz_0(p)$$

и

$$\delta(p)=\frac{1}{1+Kz_0(p)}x(p).$$

Соответственно

$$\delta(t)_{t\to\infty}=\delta(j\omega)_{\omega\to 0}=\frac{1}{1+K}x.$$

Глава III

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ НАВЕДЕНИЯ РАКЕТЫ

§ 1. УЧАСТКИ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА РАКЕТЫ

Траектории полета ракет в системах командного управления и самонаведения разделяются на два основных участка: участок вывода ракеты на траекторию требуемого движения и участок наведения по заданному закону вблизи требуемой траектории, которая называется кинематической траекторией наведения ракеты.

Траектория первого участка полета в значительной мере определяется начальными условиями, которые, вообще говоря, случайны и зависят от многих факторов: точности встреливания в заданную точку, положения снаряда в момент старта, отклонения осей снаряда в момент начала управления и т. д.

Так, при стрельбе ракетами класса «земля — воздух» и «воздух — земля» при командном управлении начальные условия определятся как точностью встреливания ракеты в управляющий луч, так и величиной отклонения вектора скорости ракеты от заданного направления (рис. 3.1). Для систем самонаведения начальные условия могут характеризоваться величиной углового рассогласования вектора скорости от требуемого направления (рис. 3.2).

Для автономных систем типа «земля — земля» под этапом вывода обычно понимают начальное склонение ракеты перед выходом на прямолинейный участок полета. Понятие кинематической траектории для подобных систем, как правило, не используется.

Таким образом, можно характеризовать участок вывода для широкого класса систем как участок, необходимый для компенсации начальных условий.

В зависимости от разброса значений начальных условий, а также от характеристик ракеты (главным образом ее маневренных свойств) и системы управления меняется длительность процесса вывода.

Процесс регулирования на этом участке практически не зависит от выбранного метода наведения, так как начальные возму-

щения участка вывода являются случайными величинами, не связанными с параметрами траектории наведения.

Второй участок траектории полета проходит вблизи требуемой траектории наведения. Параметры требуемой или кинематической

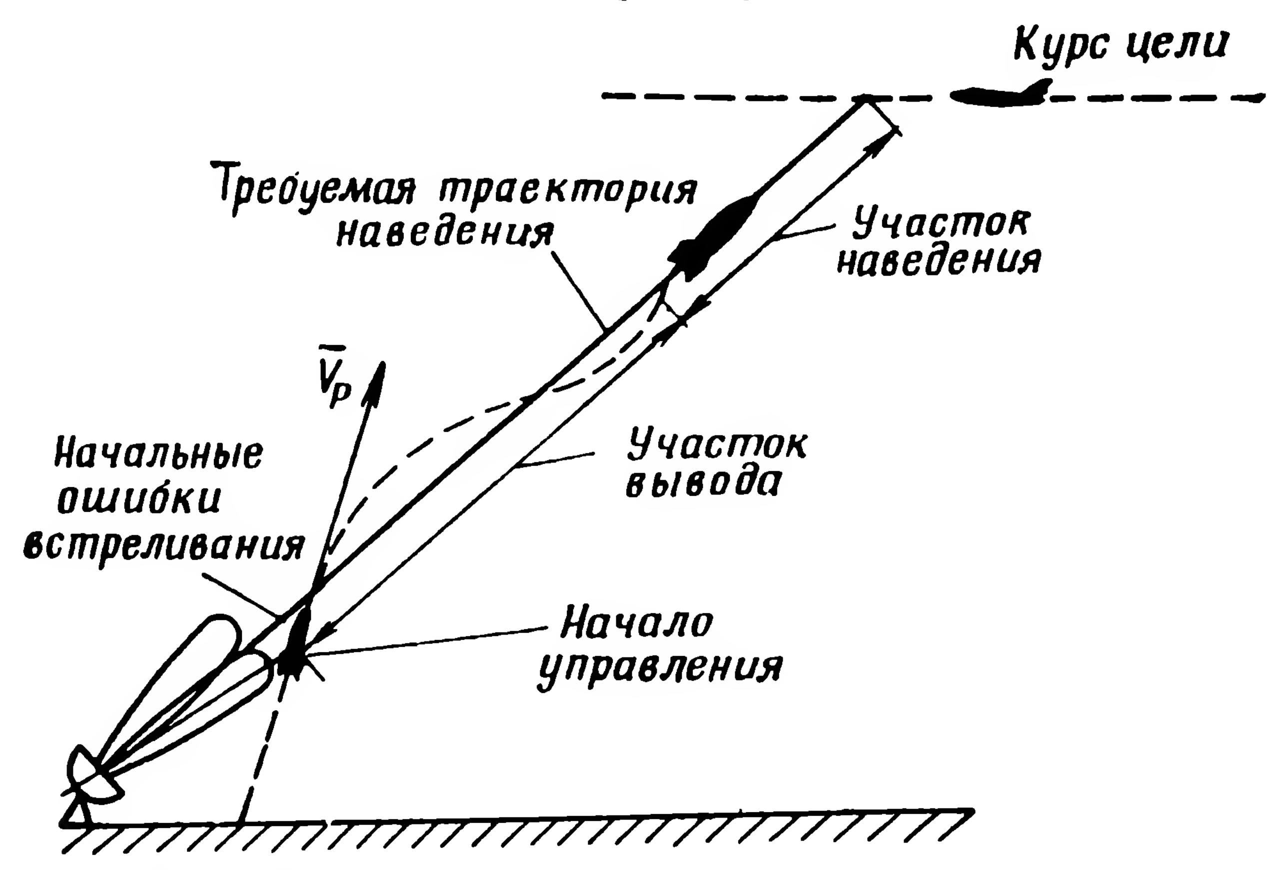


Рис. 3.1. Характерные участки траектории наведения ракеты при командном управлении

траектории определяются выбранным методом наведения и зависят от закона движения цели.

В свою очередь этот регулярный участок траектории может состоять из нескольких участков, отличающихся один от другого как

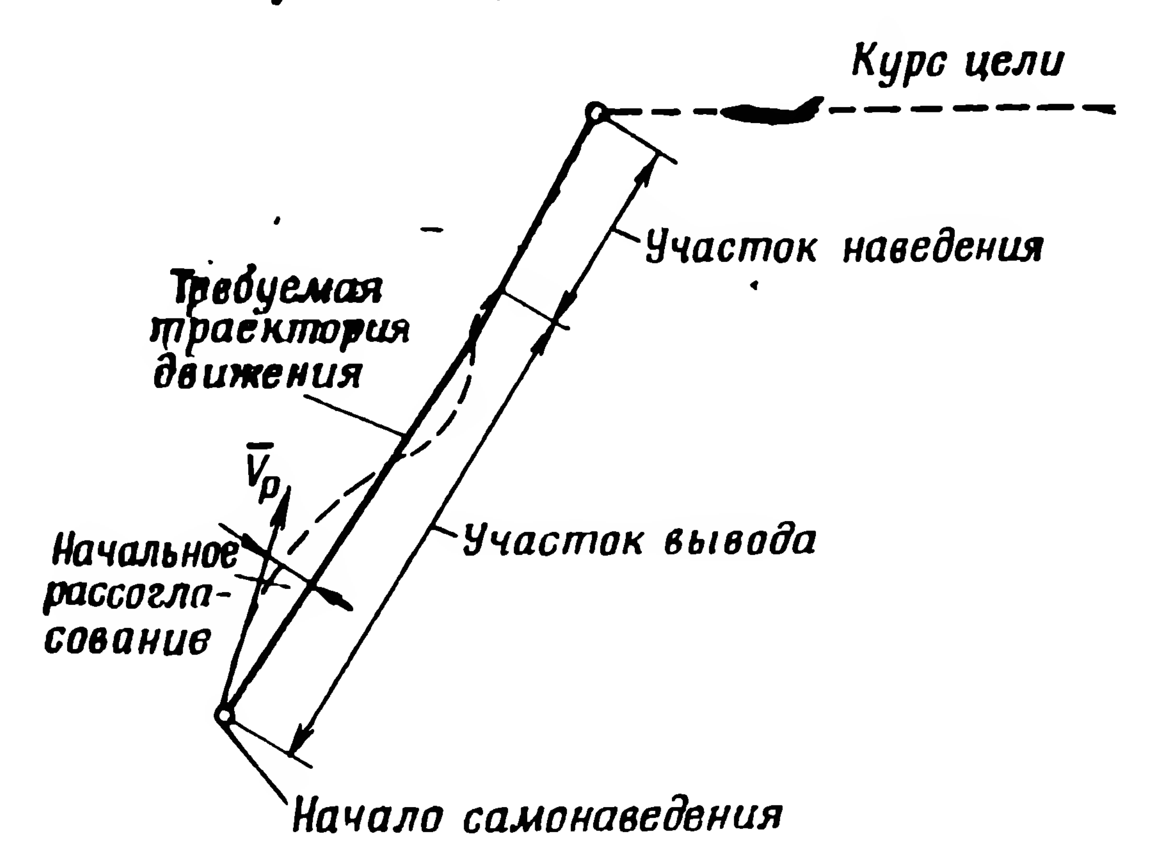


Рис. 3.2. Характерные участки траектории при самонаведении

по параметрам траектории, так и по принципам управления, как, например, это бывает при переходе с командного метода наведения на самонаведение. При сопряжении траекторий могут возникать как случайные отклонения, вызванные приборными ошиб-

ками, так и регулярные, связанные с сопряжением двух различных методов наведения. Эти отклонения вызывают переходные процессы в системе управления, аналогичные тем, которые возникают на участке вывода.

§ 2. ТИПЫ ТРАЕКТОРИЙ НАВЕДЕНИЯ

С точки зрения исследования процесса управления целесообразно траектории наведения ракеты разбить на две основные группы.

К первой группе траекторий следует отнести траектории, которые лежат на луче, проходящем через станцию управления, радиолокатор, создающий радиотропу, либо просто через некоторую точку, обусловленную выбранным принципом управления. Закон перемещения этого луча определяется методом наведения.

К этой группе могут быть отнесены траектории всех методов наведения с помощью радиотропы и радиовизира, а также большинство траекторий командных методов управления.

Иногда эти методы называют трехточечными методами наведения [1], поскольку луч всегда проходит через три точки: пункт управления, точку наведения (в частном случае цель) и ракету.

Обычно под трехточечным методом понимается частный случай совмещения луча с целью, поэтому подобный термин нежелателен.

Ко второй группе траекторий наведения могут быть отнесены траектории методов, при которых вектор скорости (курс ракеты) направляется в нужную точку.

Подобные методы наведения свойственны системам самонаведения.

Кроме того, возможно управление курсом ракеты и для некоторых случаев командного управления. Иногда эти методы называют двухточечными методами наведения [1], поскольку касательная к кинематической траектории проходит через две точки: центр тяжести ракеты и некоторую упрежденную точку.

Условимся называть первую группу траекторий кинематическими траекториями наведения по лучу, а второй тип траектории кинематическими траекториями курсового управления вне зависимости от аппаратурного метода решения, используемого в системе.

Следует заметить, что предлагаемая классификация является до некоторой степени условной, однако она удобна для последующих расчетов, а потому мы будем в дальнейшем ее придерживаться.

§ 3. ТРАЕКТОРИИ НАВЕДЕНИЯ ПО ЛУЧУ

1. Основные кинематические соотношения для лучевого метода наведения

Траектории этого типа могут иметь много различных подгрупп.

Для ракет класса «земля — воздух» точка управления, через которую проходит луч, неподвижна относительно земной системы

координат. В зависимости от метода наведения луч, на котором должна удерживаться ракета, может иметь тот или иной закон перемещения $\varphi_р(t)$ (рис. 3.3).

В частном случае, когда луч непрерывно следит за целью, наведение осуществляется по методу трех точек, при котором станция, ракета и цель находятся на одной прямой.

Если наведение осуществляется в неподвижную цель, то траектория трехточечного метода становится прямой линией.

Для ракет класса «земля — земля», предназначенных для поражения неподвижных либо малоподвижных целей, проекция траектории наведения на горизонтальную плоскость близка к прямой.

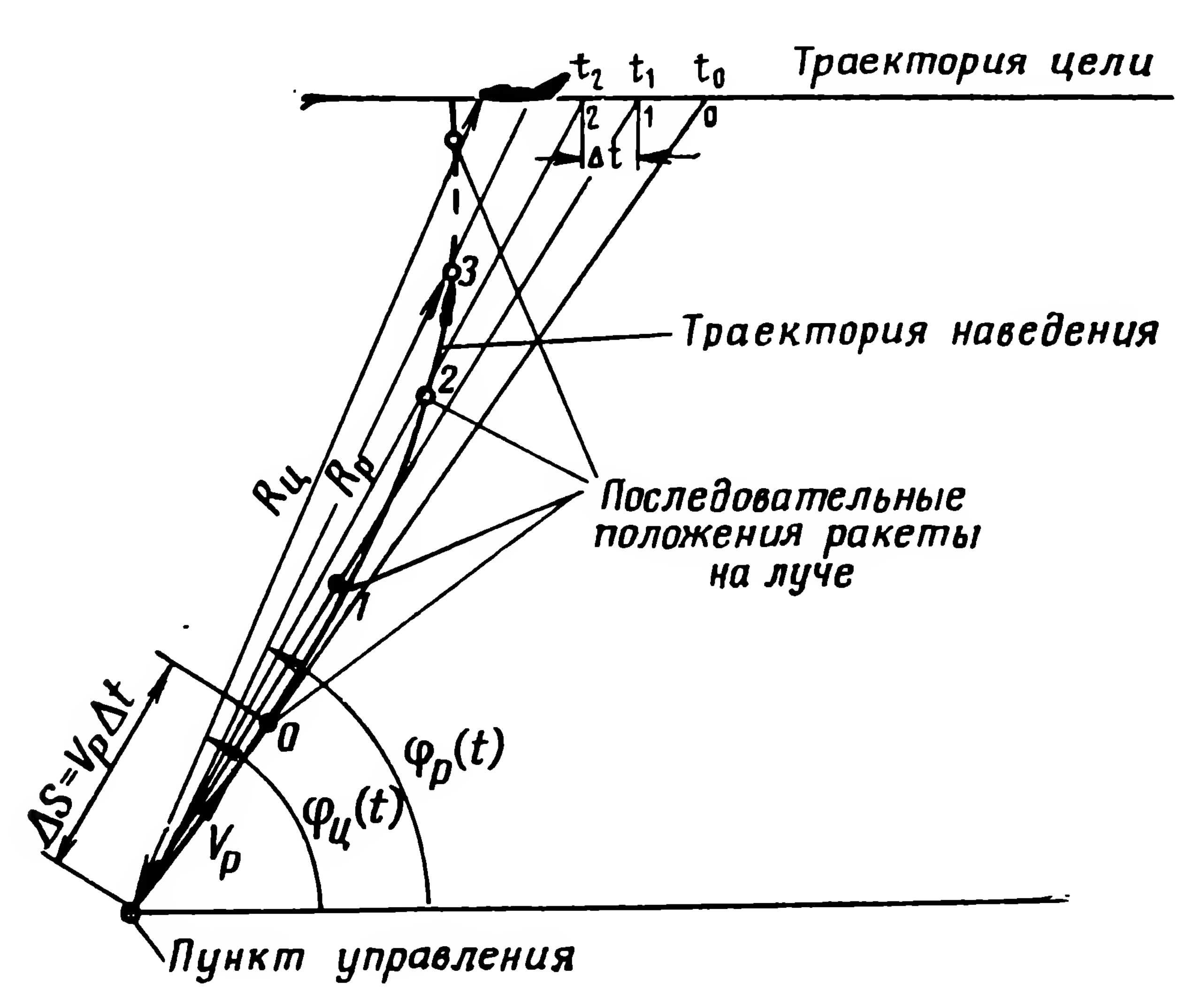


Рис. 3.3. Траектория наведения по лучу для систем «земля — воздух»

Если скорость движения цели велика, то задача становится аналогичной случаю наведения в системе «земля — воздух».

Наведение для третьего класса ракет «воздух — земля» имеет ту характерную особенность, что точка управления непрерывно перемещается вместе с носителем.

Если луч непрерывно будет следить за неподвижной целью, то мы приходим к задаче, по сути дела, аналогичной трехточечному методу с той разницей, что движение ракеты будет проходить в обратном направлении (рис. 3.4).

В более общем случае перемещение луча относительно направления на цель может происходить по некоторому, вполне определенному закону.

По-видимому, наиболее сложной с точки зрения расчета является траектория для систем класса «воздух — воздух». В этом случае подвижной будет и цель и точка управления.

Как и для любой из рассмотренных систем управления, наведение в системах «воздух — воздух» может осуществляться по различным методам. В частности, может быть рассмотрен наиболее простой случай — наведение по методу трех точек, при котором ракета удерживается на прямой «цель — пункт управления».

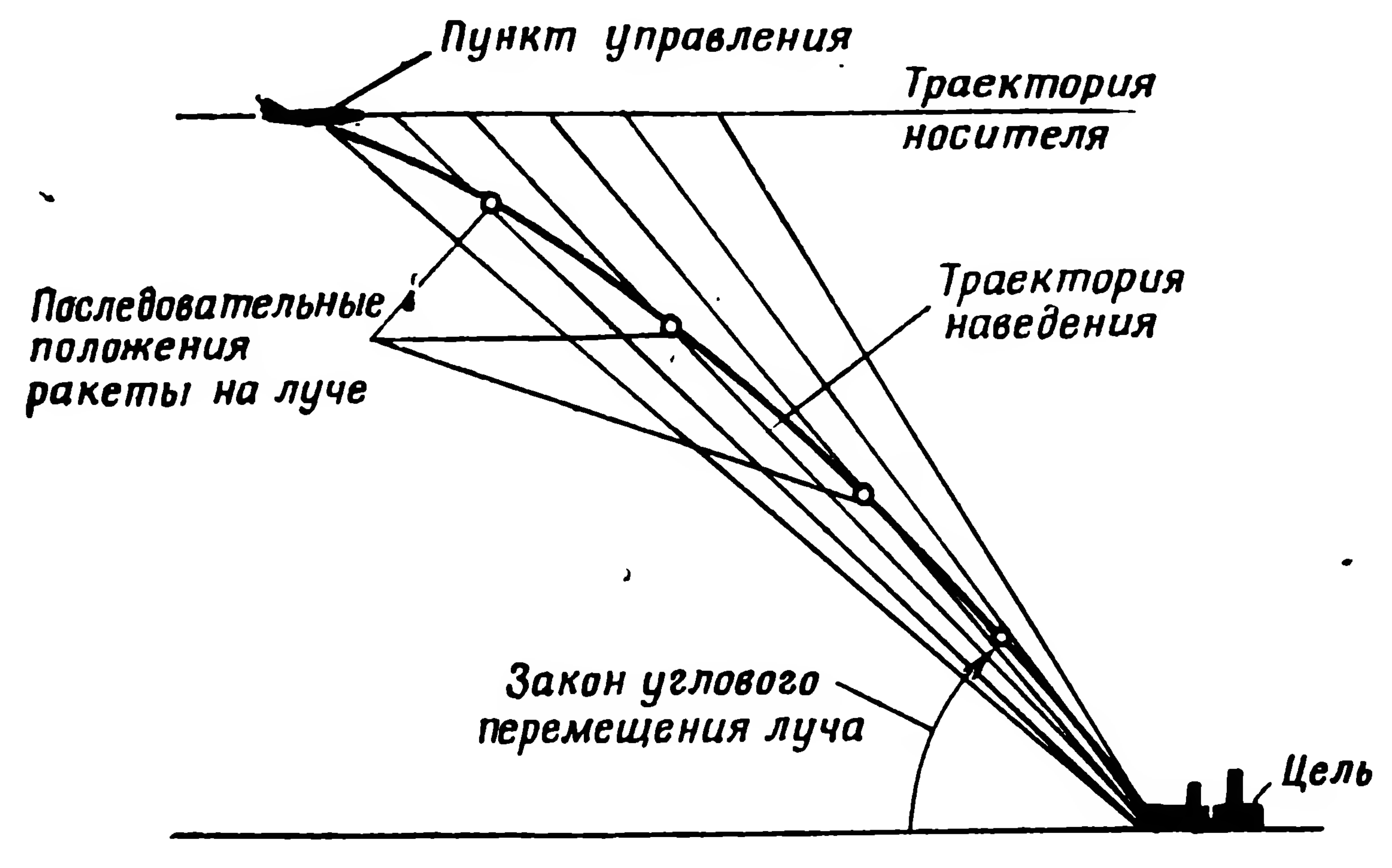


Рис. 3.4. Траектория наведения по лучу для систем «воздух — земля»

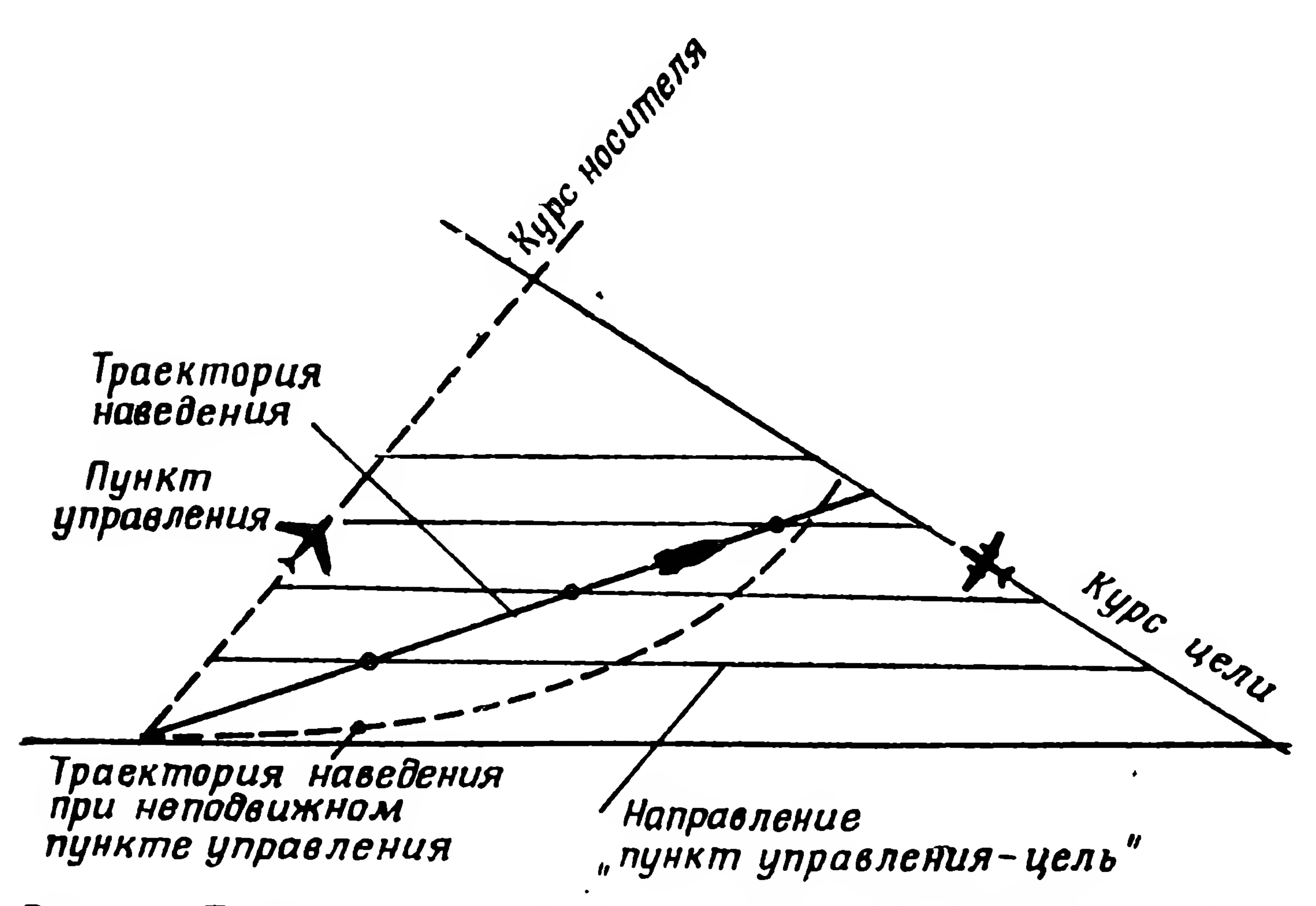


Рис. 3.5. Траектория наведения по лучу для системы «воздух — воздух» по методу трех точек

То обстоятельство, что пункт управления перемещается, приводит к существенному изменению траектории трехточечного метода наведения по сравнению с наведением в системе «земля — воздух». Например, курс носителя может быть выбран с таким расчетом,

чтобы линия «пункт управления — цель» оставалась все время параллельной самой себе (рис. 3.5).

В таком случае мы приходим к методу параллельного сближения, который имеет кривизну траектории значительно меньшую. Для сравнения на рис. 3.5 приведена также траектория трехточечного метода для случая, когда точка управления неподвижна.

Рассмотрим методы расчета кинематической траектории. Рассчитать траекторию — это в первую очередь значит построить ее, т. е. найти закон изменения координат требуемого движения центра тяжести ракеты.

Графические методы построения траекторий движения по лучу достаточно очевидны. При их построении мы исходим из того, что закон перемещения луча известен и является независимой функцией времени, т. е. не зависит от параметров движения ракеты.

Для трехточечного метода это очевидно, поскольку луч управления все время следит за целью вне зависимости от движения ракеты, что имеет место как в случае неподвижного, так и подвижного пункта управления.

Для более сложных методов наведения закон перемещения луча $\varphi_р(t)$ (рис. 3.3) является функцией как координат цели ($R_ц$, $\varphi_ц$), так и дальности до ракеты, т. е. в общем случае значение $\varphi_р$ может быть записано следующим образом:

$$\varphi_р = F(R_ц, \varphi_ц, R_р).$$

Если предположить, что для выбранного типа траектории закон изменения дальности до ракеты $R_р$ является также функцией времени, то угол места луча $\varphi_р$ будет являться только функцией времени, поскольку все остальные аргументы $R_ц$, $\varphi_ц$ являются независимыми функциями времени.

Подобное решение с предположением о принятии $R_р$ в качестве независимой функции времени может являться при более строгом рассмотрении решением первого приближения.

Далее предполагается, что скорость движения ракеты вдоль траектории также является независимой функцией времени $V_р(t)$.

Если полагать, что закон изменения $\varphi_р(t)$ известен, то можно найти графическим путем траекторию полета ракеты. Для этой цели через равные единичные промежутки времени Δt строятся угловые положения луча $\varphi_р(t)$ (рис. 3.3). Приняв в исходный момент времени t_0 дальность до ракеты, равную R_0, имеем начало построения. Затем радиусом $\Delta S = V_р(t)\,\Delta t$ делается первая засечка на луче *1*, где $V_р(t)$ — средняя скорость ракеты на участке $t_0 - t_1$ и т. д.

Выбор закона изменения $\varphi_р(t)$ является основной задачей при проектировании метода управления по лучу.

При расчетах систем управления и разработке требований к маневренным свойствам ракеты необходимо знать ряд параметров траектории, характеризующих ее кривизну, которые графически определяются весьма грубо.

К таким характеристикам относятся в первую очередь нормальное ускорение W, которое испытывает точка, движущаяся вдоль траектории со скоростью $V_р(t)$, угол касательной к траектории $\theta_р$, скорость изменения угла касательной $\dot{\theta}_р$ и т. д. Определение этих характеристик требует аналитических решений.

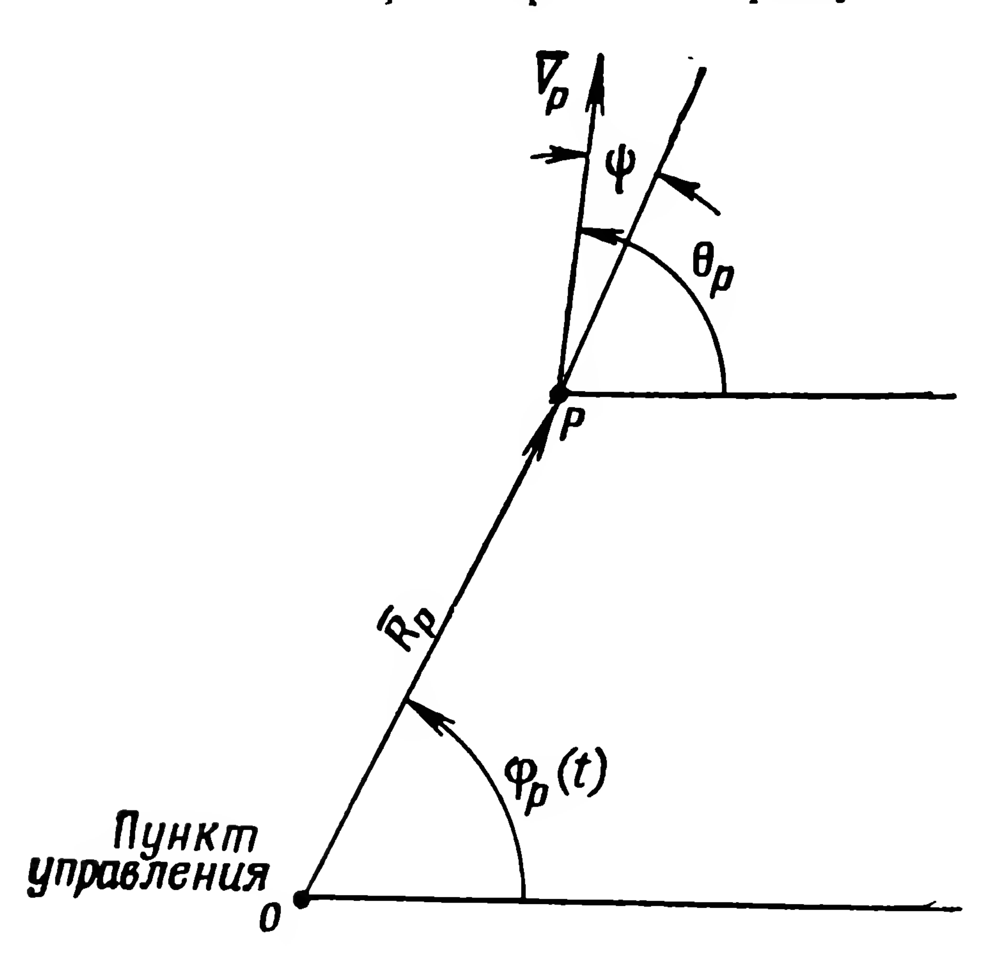


Рис. 3.6. Геометрические соотношения при наведении по лучу для случая неподвижного пункта управления

Рассмотрим эту задачу для случая, когда точка управления неподвижна (рис. 3.6).

Пусть $\varphi_р(t)$ — закон движения луча;

$R_р(t)$ — закон изменения дальности до ракеты;

$V_р(t)$ — скорость ракеты;

$\theta_р$ — угол касательной к траектории (направление вектора скорости $\bar{V}_р$);

ψ — угол между вектором скорости $\bar{V}_р$ и радиусом-вектором $\bar{R}_р$.

Найдем первоначально величину нормального ускорения W. Согласно формулам кинематики

$$W = V_р \dot{\theta}_р. \tag{3.1}$$

В свою очередь согласно рис. 3.6

$$\theta_р = \varphi_р + \psi$$

и соответственно

$$\dot{\theta}_р = \dot{\varphi}_р + \dot{\psi}. \tag{3.2}$$

Нетрудно видеть из чертежа, что

$$\dot{\varphi}_р = \frac{V_р}{R_р} \sin\psi, \tag{3.3}$$

отсюда

$$\sin\psi = \frac{\dot{\varphi}_р R_р}{V_р}. \tag{3.4}$$

Взяв производную от левой и правой частей последнего выражения, получаем

$$\dot{\psi}\cos\psi = \frac{(\ddot{\varphi}_р R_р + \dot{\varphi}_р \dot{R}_р) V_р - \dot{V}_р \dot{\varphi}_р R_р}{V_р^2}. \tag{3.5}$$

Решая совместно уравнения (3.1), (3.2) и (3.5), нетрудно получить

$$W = V_p\left(\dot{\varphi}_p + \frac{1}{\cos\psi}\frac{(\ddot{\varphi}_p R_p + \dot{\varphi}_p \dot{R}_p) V_p - \dot{V}_p \dot{\varphi}_p R_p}{V_p^2}\right) =$$

$$= V_p \dot{\varphi}_p + \frac{1}{\cos\psi}(\ddot{\varphi}_p R_p + \dot{\varphi}_p \dot{R}_p) - \frac{1}{\cos\psi}\frac{\dot{V}_p \dot{\varphi}_p R_p}{V_p}. \qquad (3.6)$$

Учитывая, что $\dot{R}_p = V_p \cos\psi$, получаем окончательно выражение для нормального ускорения в виде

$$W = \dot{\varphi}_p\left(2V_p - \frac{\dot{V}_p R_p}{V_p \cos\psi}\right) + \frac{1}{\cos\psi} R_p \ddot{\varphi}_p = W_{\dot{\varphi}} + W_{\ddot{\varphi}} =$$

$$= K_1 \dot{\varphi}_p + K_2 \ddot{\varphi}_p, \qquad (3.7)$$

$$\text{где} \quad K_1 = \left(2V_p - \frac{\dot{V}_p}{V_p}\frac{R_p}{\cos\psi}\right) \quad \text{и} \quad K_2 = \frac{R_p}{\cos\psi}. \qquad (3.8)$$

Значение $\dot{\theta}_p$ может быть определено непосредственно из выражения (3.1) как

$$\dot{\theta}_p = \frac{W}{V_p}.$$

Значение угла ψ согласно формуле (3.4) имеет следующий вид:

$$\psi = \arcsin\frac{\dot{\varphi}_p R_p}{V_p}. \qquad (3.9)$$

Угол наклона траектории θ_p согласно рис. 3.6 в свою очередь равен

$$\theta_p = \varphi_p + \psi = \varphi_p + \arcsin\frac{\dot{\varphi}_p R_p}{V_p}. \qquad (3.10)$$

Рассмотрим выражение (3.7) для нормального ускорения.

Полученная формула справедлива для любого метода лучевого наведения. Коэффициенты K_1 и K_2 являются характеристическими параметрами самой ракеты, поскольку все величины, входящие в эти коэффициенты, практически не зависят от метода наведения.

Углы ψ (угол между направлением луча и вектором скорости ракеты) для лучевых методов обычно невелики, а поэтому значения $\cos\psi$ близки к единице.

Таким образом, специфика того или иного метода наведения отражена в законе движения луча $\varphi_p(t)$.

Величина нормального ускорения пропорциональна угловой скорости и ускорению движения луча.

Первый член выражения (3.7), пропорциональный угловой скорости движения луча, равен

$$W_{\dot{\varphi}} = \dot{\varphi}_р \left(2V_р - \frac{\dot{V}_р}{V_р} \frac{R_р}{\cos \psi} \right).$$

При постоянной скорости движения ракеты

$$W_{\dot{\varphi}} = 2V_р \dot{\varphi}_р. \tag{3.11}$$

Нетрудно заметить, что это выражение есть не что иное, как Кориолисово ускорение точки, движущейся равномерно со скоростью $V_р$ вдоль кулисы, вращающейся с угловой скоростью $\dot{\varphi}_р$. Коэффициент K_1 зависит от продольного ускорения ракеты $\dot{V}_р$, что играет существенную роль при переходе с активного на пассивный участок полета ракеты, при котором происходит скачкообразное изменение $\dot{V}_р$, приводящее к соответствующему увеличению коэффициента K_1, а следовательно, и кинематического ускорения.

Как видно из выражения (3.8), величина скачка будет увеличиваться по мере роста дальности $R_р$.

Что касается второй составляющей $W_{\ddot{\varphi}}$, пропорциональной угловому ускорению движения луча, то ее величина не зависит от скорости ракеты, а зависит только от дальности ракеты $R_р$ до пункта управления и углового ускорения перемещения луча $\ddot{\varphi}_р$.

Различие в методах наведения, как отмечалось, определяется в законах изменения движения луча $\varphi_р(t)$.

Основное требование, которое предъявляется к траектории метода наведения, заключается в обеспечении малости потребных нормальных ускорений W_n, необходимых для движения по кинематической траектории. Для идеального метода наведения это условие может быть записано в виде

$$W_n = K_1 \dot{\varphi}_р + K_2 \ddot{\varphi}_р = 0. \tag{3.12}$$

Реально же выполнимо условие, согласно которому $W_n \leqslant W_{р\,max}$, где $W_{р\,max}$ — максимально допустимое значение нормального ускорения, которое определяется располагаемыми перегрузками ракеты, т. е. ее маневренными свойствами.

В зависимости от выбранного метода наведения закон углового перемещения ракеты $\varphi_р(t)$ может быть связан различными функциональными зависимостями с законом изменения координат цели, а также ракеты.

В заключение отметим, что при использовании любого метода лучевого управления он должен удовлетворять следующему условию сближения:

$$\varphi_р \to \varphi_ц \text{ при } R_р \to R_ц,$$

т. е. угловое упреждение

$$\varphi_р - \varphi_ц = \varepsilon \to 0 \text{ при } R_р - R_ц \to 0.$$

2. Уравнение трехточечного метода наведения

В простейшем случае наведения по трехточечному методу $\varphi_р = \varphi_ц$ (где $\varphi_ц$ — угол цели) и выражение (3.7) для W приобретает следующий вид:

$$W = K_1 \dot{\varphi}_ц + K_2 \ddot{\varphi}_ц. \qquad (3.13)$$

С точки зрения значений потребных нормальных ускорений, трехточечный метод наведения является невыгодным. Однако благодаря тому, что в этом случае необходима лишь информация об угловом положении цели и ракеты, использование этого метода делает систему более простой.

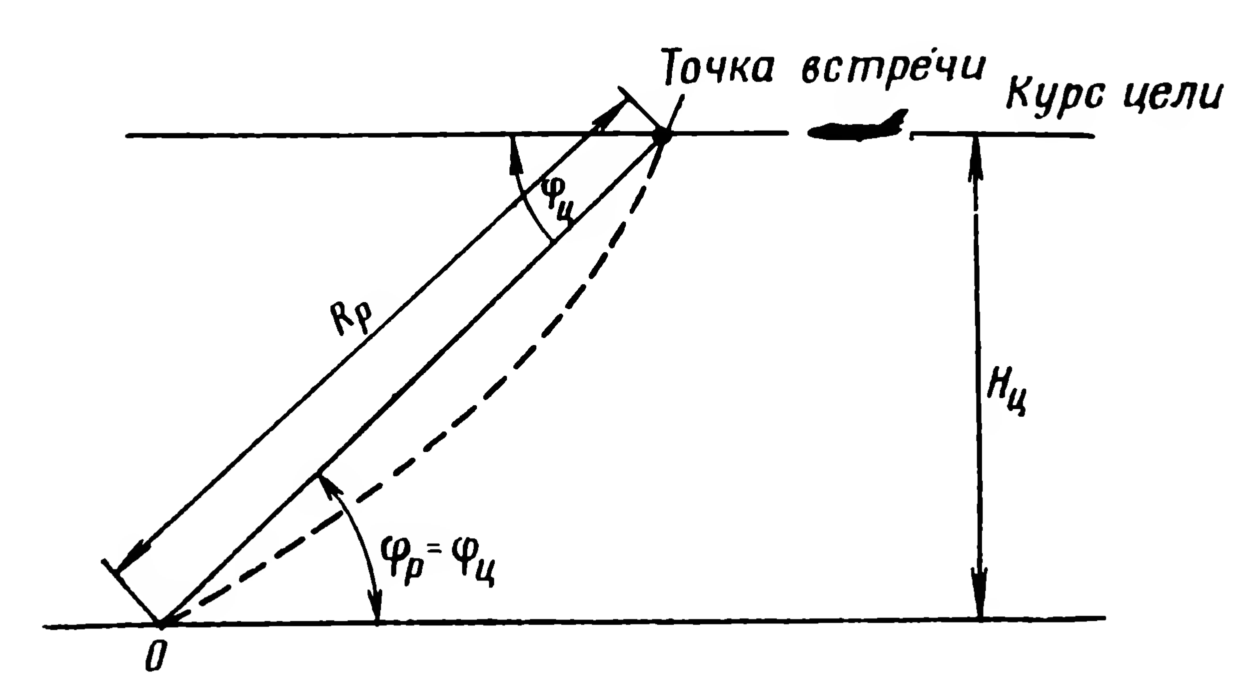


Рис. 3.7. К расчету параметров траектории

Все остальные методы наведения по лучу требуют дополнительной информации о дальности до цели и ракеты.

Для определения порядка величин нормального ускорения приведем небольшой числовой пример для случая наведения ракеты класса «земля — воздух» трехточечным методом (рис. 3.7).

Цель движется прямолинейно и горизонтально со скоростью $V_ц = 500$ *м/сек* на высоте $H = 20\,000$ *м*.

Скорость ракеты вблизи точки встречи $V_р = 1000$ *м/сек*.

Ускорение на активном участке $\dot{V}_{ра} = 0$.

Ускорение на пассивном участке $\dot{V}_{рп} = -20$ *м/сек*^{2}.

Встреча происходит под углом $\varphi = 45°$.

Требуется определить:

1. Величину нормального кинематического ускорения и значение угла ϕ в точке встречи.

2. Перепад нормального ускорения в точке перехода на пассивный участок при условии, что переход на пассивный участок происходит вблизи точки встречи.

По условию наведения

$$\varphi_р = \varphi_ц; \quad \dot{\varphi}_р = \dot{\varphi}_ц; \quad \ddot{\varphi}_р = \ddot{\varphi}_ц.$$

Согласно рис. 3.7

$$\dot{\varphi}_ц = \frac{V_ц \sin^2 \varphi_ц}{H} \simeq 1,25 \cdot 10^{-2} \ 1/сек;$$

$$\ddot{\varphi}_ц = \frac{V_ц}{H} 2 \sin \varphi_ц \cos \varphi_ц \dot{\varphi}_ц \simeq 3,15 \cdot 10^{-4} \ 1/сек^2.$$

Дальность до точки встречи

$$R = \frac{H}{\sin \varphi_ц} = 28 \ км.$$

Угол

$$\psi = \arcsin \frac{\dot{\varphi}_р R_р}{V_р} = 20^\circ, \ \cos \psi = 0,94.$$

Полное нормальное ускорение ракеты, летящей на пассивном участке, в точке встречи будет равно

$$W_{пасс} = \dot{\varphi}_р \left(2V_р - \frac{\dot{V}_{рп} R_р}{V_р \cos \psi} \right) + \ddot{\varphi} \frac{R_р}{\cos \psi} = 39,5 \ м/сек^2 \simeq 4\,g.$$

Таким образом, полное нормальное кинематическое ускорение вблизи точки встречи составит величину, равную учетверенному значению ускорения силы тяжести ($g = 9,81$ $м/сек^2$).

Найдем приращение ускорения в момент перехода на пассивный участок.

Поскольку движение ракеты на активном участке согласно условию было равномерным ($\dot{V}_{ра} = 0$), то ускорение на активном участке будет

$$W_{акт} = 2V_р \dot{\varphi}_р + \ddot{\varphi}_р \frac{R_р}{\cos \psi} = 25 + 7 = 32 \ м/сек^2.$$

Сравнивая полученное выражение с выражением, полученным выше для ускорения в точке встречи на пассивном участке, нетрудно видеть, что в указанных условиях приращение кинематического ускорения за счет перехода на пассивный участок равно

$$\Delta W = - \frac{\dot{V}_р R_р \dot{\varphi}_р}{V_р \cos \psi} = 7,5 \ м/сек^2.$$

3. Уравнение движения луча при наведении по методу параллельного сближения

Рассмотрим в качестве другого примера метод параллельного сближения, который может быть принципиально решен и для случая лучевого управления (рис. 3.8). Как вытекает из принципа управления по лучу, для его осуществления необходимо знать закон, по которому должен двигаться луч, задаваемый углом $\varphi_р(t)$,

либо закон изменения так называемого упреждающего угла ε, равного

$$\varepsilon = \varphi_р(t) - \varphi_ц(t).$$

Обратимся к рис. 3.8, на котором $R_р$, $R_ц$, $\varphi_р$ и $\varphi_ц$ соответственно дальности и углы визирования ракеты и цели; $R_{цр}$ — расстояние «цель — ракета»; λ — угол наклона линии параллельного сближения. Из треугольника РЦА имеем

$$R_{цр} = (R_ц \sin\varphi_ц - R_р \sin\varphi_р)\frac{1}{\sin\lambda}$$

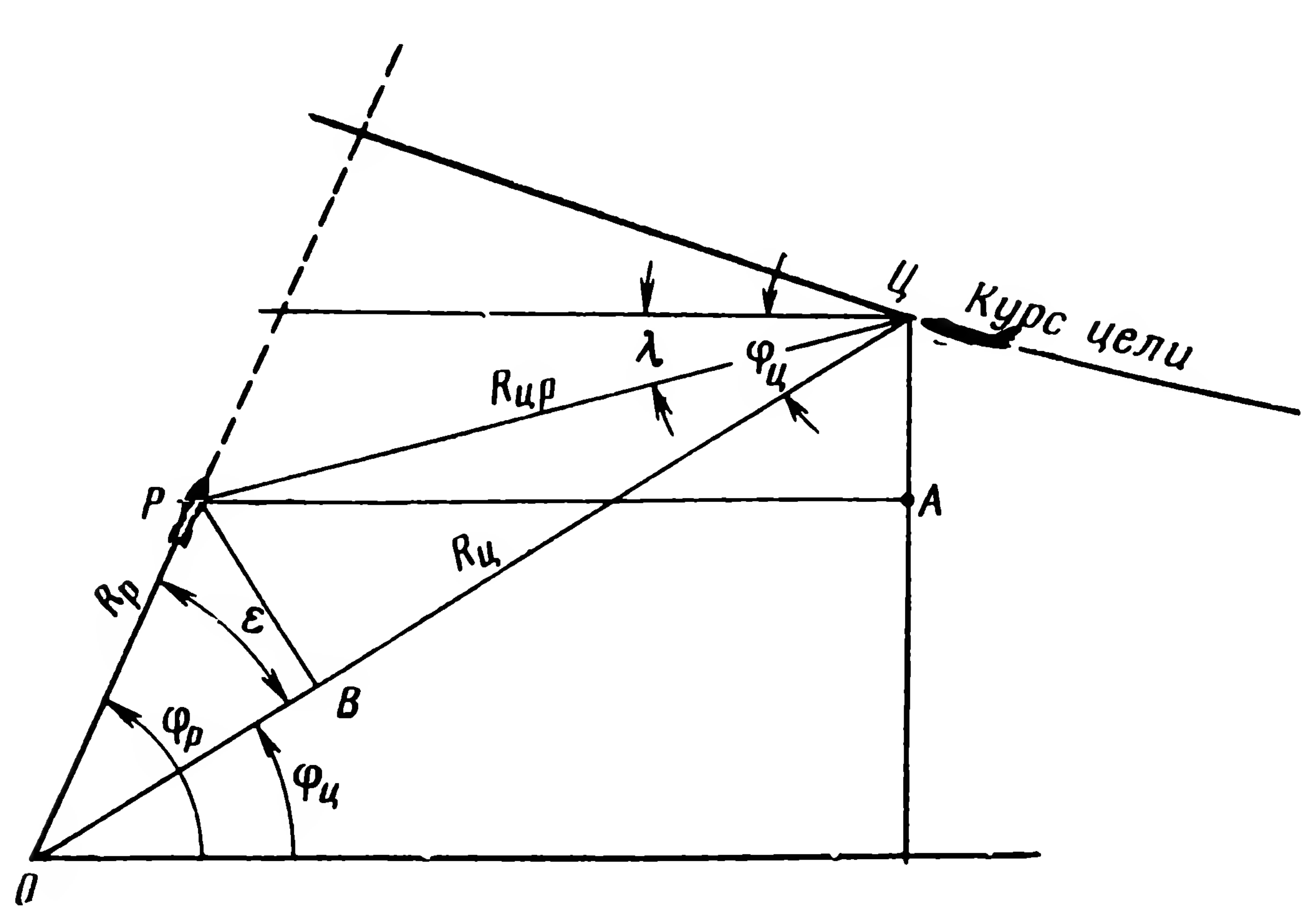


Рис. 3.8. Геометрические соотношения при наведении по лучу по методу параллельного сближения

Отрезок

$$PB = R_{цр}\sin(\varphi_ц - \lambda),$$

отсюда

$$\sin\varepsilon = \frac{PB}{R_р} = \frac{(R_ц \sin\varphi_ц - R_р \sin\varphi_р)\sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda\, R_р}.$$

Заменив $\varphi_р = \varphi_ц + \varepsilon$, имеем

$$\sin\varepsilon = \frac{(R_ц \sin\varphi_ц - R_р \sin\varphi_ц \cos\varepsilon - R_р \sin\varepsilon \cos\varphi_ц)\sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda\, R_р}. \quad (3.14)$$

Нас будет интересовать главным образом область встреч, когда угол упреждения $\varepsilon \to 0$. Нетрудно видеть, что уравнение (3.14) при этом преобразуется следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{(R_ц \sin\varphi_ц - R_р \sin\varphi_ц)\sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda\, R_р} - \frac{\varepsilon\cos\varphi_ц}{\sin\lambda}\sin(\varphi_ц - \lambda).$$

Отсюда

$$\varepsilon\left[1 + \frac{\cos\varphi_ц}{\sin\lambda}\sin(\varphi_ц - \lambda)\right] = \frac{(R_ц - R_р)\sin\varphi_ц}{R_р}\,\frac{\sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda}.$$

Обозначив выражение в квадратных скобках через $1+m$, получим

$$\varepsilon(1+m)=\frac{(R_ц-R_р)}{R_р}m\operatorname{tg}\varphi_ц.$$

Отсюда угол упреждения

$$\varepsilon=\frac{(R_ц-R_р)}{R_р}\frac{m}{m+1}\operatorname{tg}\varphi_ц, \tag{3.15}$$

где

$$m=F(\varphi_ц,\lambda)=\frac{\cos\varphi_ц}{\sin\lambda}\sin(\varphi_ц-\lambda), \tag{3.16}$$

и согласно рис. 3.8.

$$\varphi_р=\varphi_ц+\varepsilon. \tag{3.17}$$

Из полученных выражений видно, что значения углов ε и $\varphi_р(t)$ являются функцией координат цели $\varphi_ц$ и $R_ц$ и дальности до ракеты $R_р$. Отсюда же следует и другой физически очевидный факт, о котором мы уже упоминали выше: в точке встречи при $R_р\to R_ц$ угол упреждения должен обратиться в нуль.

Действительно, как видно из выражения (3.15), угол $\varepsilon\equiv\Delta R$, где $\Delta R=R_ц-R_р$ при $R_ц\to R_р$ $\Delta R\to 0$ и $\varepsilon\to 0$.

Получив выражения для угла $\varphi_р(t)$, можно далее получить значения для перегрузки W, а также для других параметров траектории согласно формулам (3.7) и (3.10). Для этой цели необходимо найти первую и вторую производные от выражения для $\varphi_р(t)$ и подставить их значения в формулы (3.7) и (3.10).

Надо заметить, что выражения для $\varphi_р$ являются сравнительно сложной функцией $\varphi_ц$, $R_ц$ и $R_р$, а потому выражения для производных также громоздки. В связи с этим при определении кинематических ускорений для метода параллельного сближения проще пользоваться выражениями, полученными в системе координат, связанной с центром тяжести ракеты.

Вывод этих формул будет нами дан при рассмотрении курсовых методов наведения. Полученные же выражения (3.15) и (3.17) для ε и $\varphi_р$ позволяют нам разобраться в математической структуре счетно-решающего прибора, формирующего упрежденное значение угла визирования ракеты $\varphi_р$.

§ 4. ТРАЕКТОРИИ КУРСОВОГО УПРАВЛЕНИЯ

1. Основные кинематические соотношения для методов курсового управления

Под траекториями курсового управления понимаются, как указывалось, кинематические траектории, образующиеся в результате непрерывной корректировки курса ракеты относительно требуемого направления.

Все методы курсового управления можно разбить на две подгруппы.

В первой подгруппе управление вектором скорости ракеты происходит непосредственно относительно линии «цель — ракета» (например, прямое преследование).

Во второй подгруппе выработка команд управления осуществляется по данным измерения положения линии «цель — ракета» относительно абсолютных осей пространства (например, метод параллельного сближения).

В первой подгруппе все измерения, связанные с управлением, осуществляются в связанной либо в скоростной системе координат ракеты, тогда как во второй подгруппе эти измерения осуществляются в абсолютной системе координат. Поэтому для реализации в системах самонаведения методов наведения второй подгруппы на борту ракеты должна быть гиростабилизированная платформа, необходимая для создания опорной системы координат.

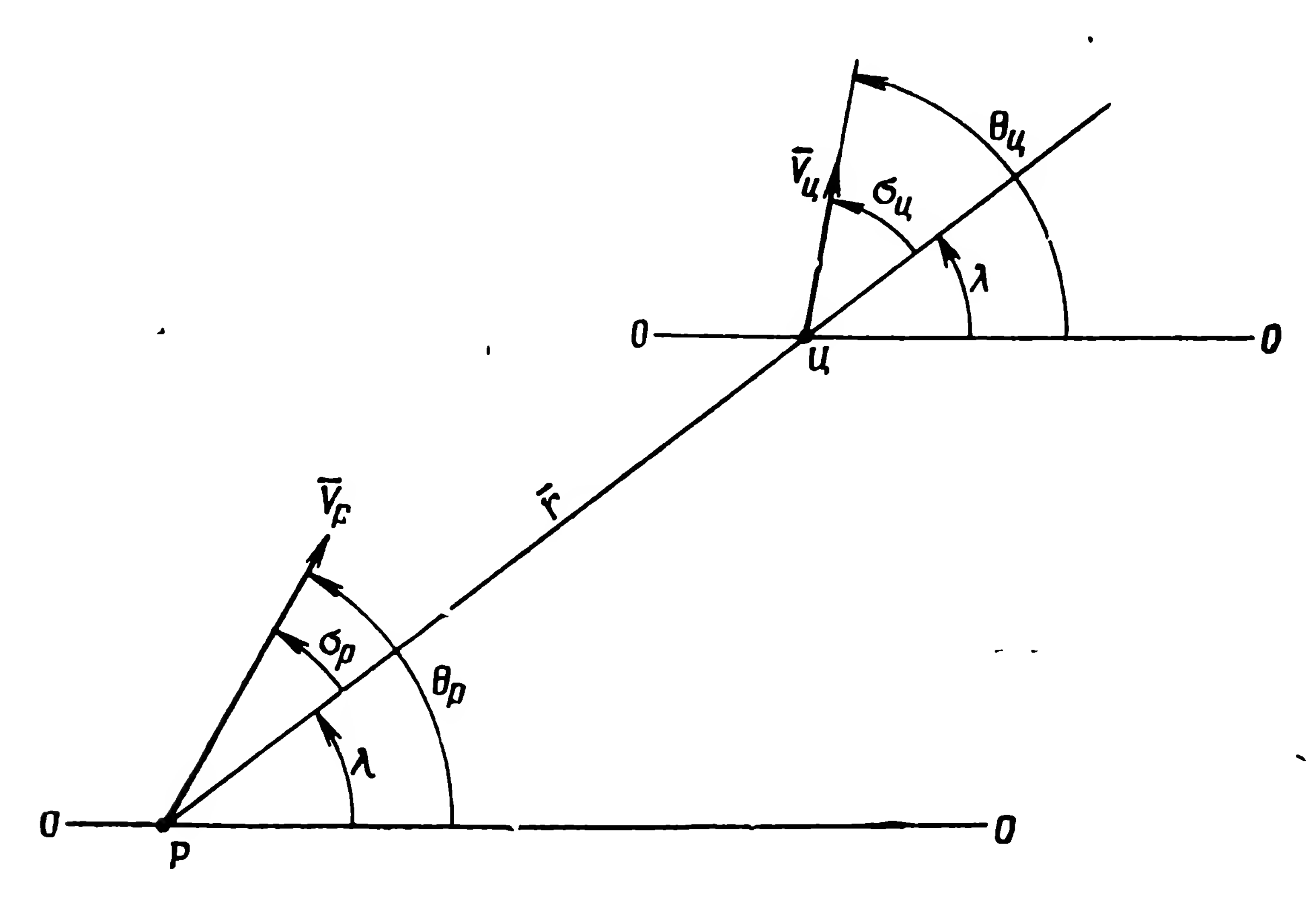


Рис. 3.9. Геометрические соотношения при курсовом управлении

В случае если управление осуществляется командно-курсовым методом, принципиально возможно управление любым из приведенных способов.

Для написания основных исходных кинематических уравнений, определяющих параметры траектории курсового управления, рассмотрим рис. 3.9.

Линия *O—O* определяет начало отсчета всех углов в абсолютной системе координат;

$\overline{V}_р$, $\overline{V}_ц$ — векторы скорости ракеты и цели;

$\theta_р$, $\theta_ц$ — углы, определяющие направление векторов скорости $\bar{V}_р$ и $\bar{V}_ц$ относительно линии $O—O$, отсчитанные против часовой стрелки;

λ — угол, определяющий направление «цель — ракета»;

$\sigma_р$, $\sigma_ц$ — углы между векторами $\bar{V}_р$ и $\bar{V}_ц$ и линией «цель — ракета»;

$\bar{r}$ — радиус-вектор «цель — ракета».

Как видно из рис. 3.9:

$$\sigma_р = \theta_р - \lambda;$$
$$\sigma_ц = \theta_ц - \lambda.$$

Основные кинематические соотношения могут быть записаны в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= -V_р \cos\sigma_р + V_ц \cos\sigma_ц; \\ r\dot{\lambda} &= (V_ц \sin\sigma_ц - V_р \sin\sigma_р). \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

Эти два уравнения, определяющие кинематические соотношения, являются общими для всех методов курсового управления. Для каждого конкретного метода эти уравнения дополняются уравнением метода.

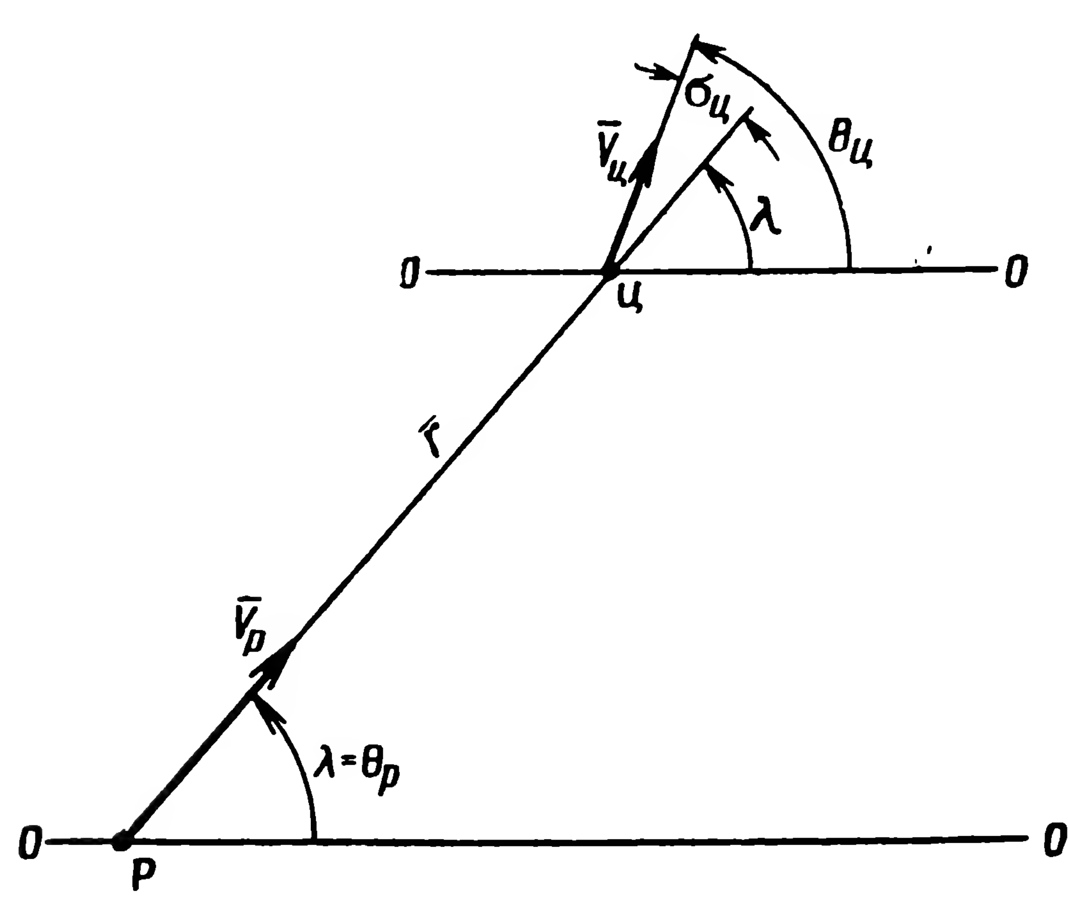


Рис. 3.10. Геометрические соотношения при методе прямого преследования

Рассмотрим эту задачу для метода прямого преследования и метода параллельного сближения *.

Метод прямого преследования является простейшим с точки зрения аппаратурного решения. Иногда его называют методом погони или «собачьей кривой». Сущность метода заключается в том, что вектор скорости ракеты все время направляется на цель.

На рис. 3.10 показано взаимное положение цели и ракеты для этого случая.

Уравнение метода наведения, дополняющее общую систему кинематических соотношений (3.18), может быть записано в виде

$$\sigma_р = 0. \qquad (3.19)$$

* Метод параллельного сближения уже рассматривался для случая реализации его в системах с лучевым управлением. Ниже будет рассмотрен этот метод для курсового управления.

Тогда основная система уравнений (3.18) для метода прямого преследования перепишется в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= V_ц \cos \sigma_ц - V_р; \\ r\dot{\lambda} &= V_ц \sin \sigma_ц. \end{aligned}\right\} \qquad (3.20)$$

При методе параллельного сближения линия «ракета — цель» остается все время параллельной самой себе.

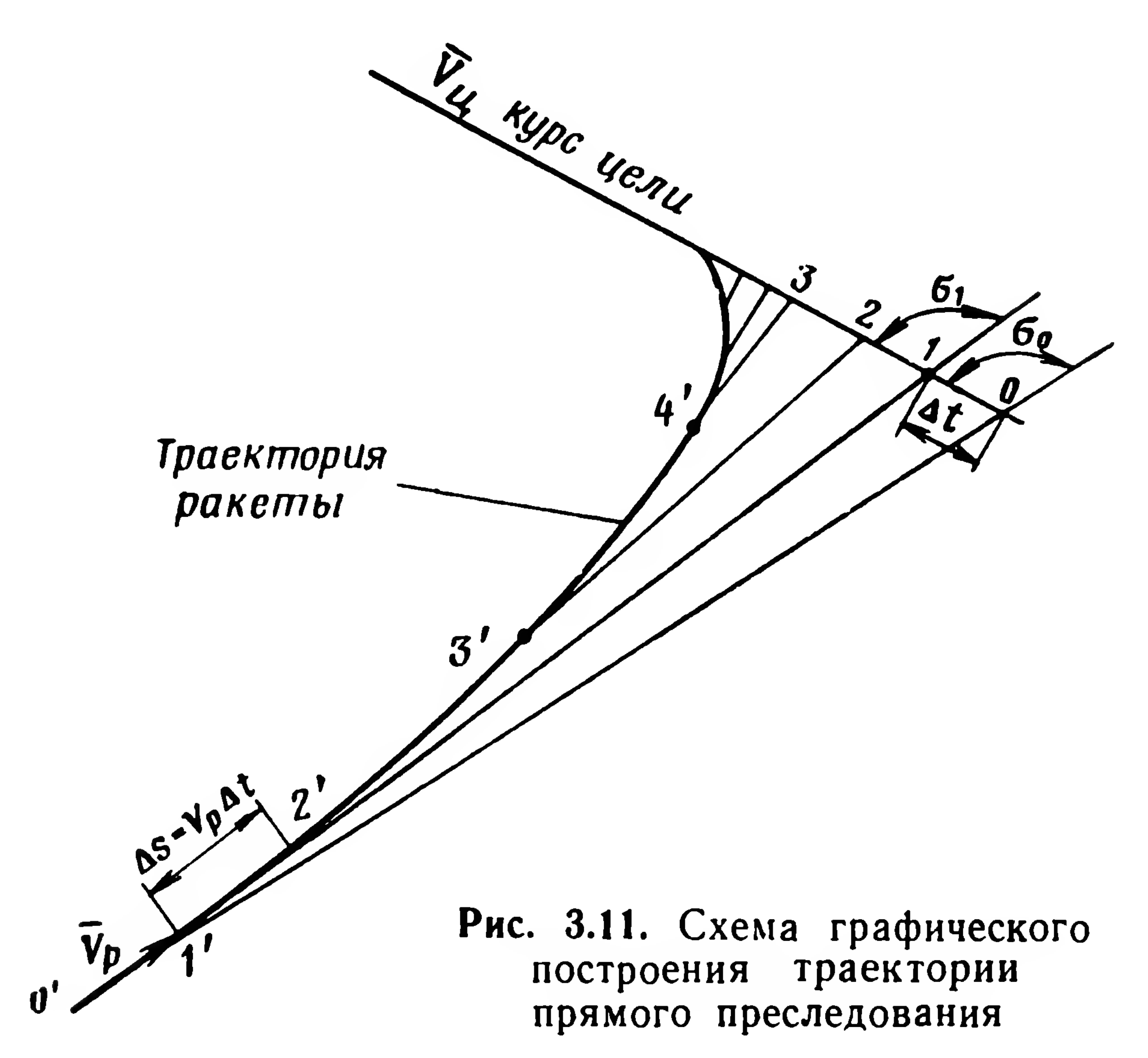


Рис. 3.11. Схема графического построения траектории прямого преследования

Поэтому уравнение, дополняющее систему (3.18), согласно рис. 3.9 в этом случае записывается так:

$$\lambda = \text{const}, \qquad (3.21)$$

откуда

$$\dot{\lambda} = 0. \qquad (3.22)$$

Тогда уравнения (3.18) перепишутся для метода параллельного сближения следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} V_ц \cos \sigma_ц - V_р \cos \sigma_р &= \dot{r}; \\ V_ц \sin \sigma_ц - V_р \sin \sigma_р &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3.23)$$

Траектория движения ракеты при наведении по кривой погони достаточно просто строится геометрическими методами (рис. 3.11).

Поскольку траектория движения цели не зависит от параметров движения ракеты, то строим предварительно траекторию цели, отметив на ней начальный момент времени t_0, затем через равные интервалы времени Δt наносим точки *1*, *2*, *3*... , соответствующие моментам t_1, t_2, t_3, ...

Затем начальную точку траектории ракеты O', соответствующую моменту t_0, соединим с точкой O на траектории цели. На по-

лученном луче откладываем отрезок $\Delta S = \Delta t\, V_р$, получаем точку *1'*; точку *1'* соединяем с точкой *1* траектории цели и на луче *1—1'* вновь откладываем отрезок ΔS и т. д. Плавно соединив полученные точки *1'*, *2'*, *3'*, ..., получаем траекторию движения ракеты.

Подобное геометрическое построение позволит достаточно просто получить траекторию движения и иметь в каждый момент времени с достаточной степенью точности текущие значения параметров r_i и σ_i ($i=1, 2, 3, ...$).

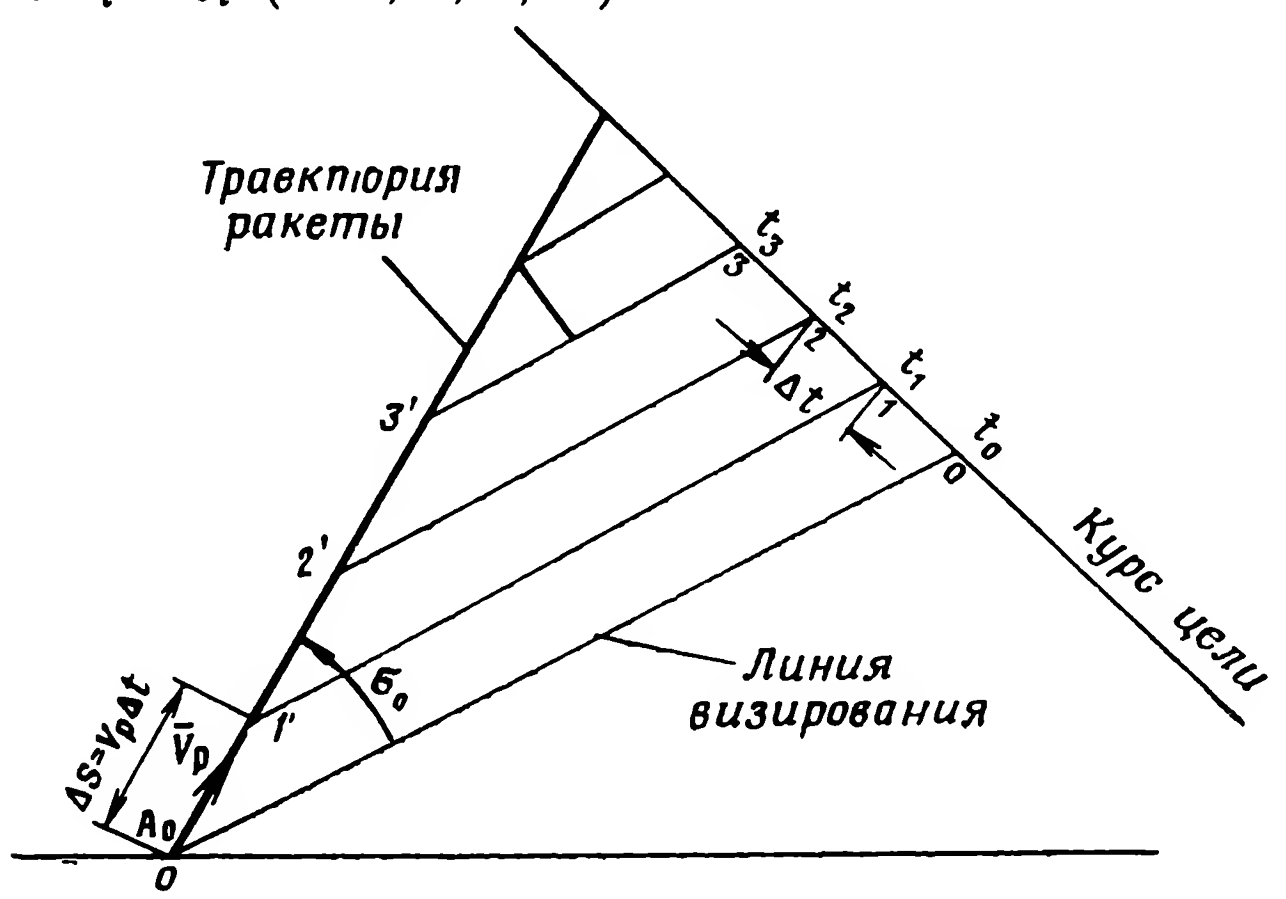


Рис. 3.12. Схема графического построения траектории параллельного сближения

Значение времени, оцениваемого от начального момента для каждой текущей точки, равно

$$t_i = t_0 + i\Delta t. \tag{3.24}$$

Кинематическая траектория наведения по методу параллельного сближения строится по аналогичной методике (рис. 3.12).

Принимается определенный закон движения цели и начальное положение ракеты. На траектории цели наносятся точки, соответствующие фиксированным моментам времени t_0, t_1, t_2, ... t_i, через равные промежутки Δt. Затем точка 0 траектории цели, соответствующая моменту t_0, соединяется с точкой, соответствующей начальному положению ракеты. Из точек *1*, *2*, *3*, ... проводятся линии, параллельные исходной (*O—O'*). Далее радиусом $\Delta S = V_р \Delta t$ из точки *O'* делается засечка на линии, проходящей через точку *1*, и находится точка *1'*, аналогично делается засечка от точки *1'* на линии, проходящей через точку *2*, и т. д. Соединяя точки *O'*, *1'*, *2'* и т. д., получаем траекторию ракеты.

Нетрудно убедиться в том, что в случае прямолинейного и равномерного движения цели и равномерного движения ракеты траектория метода параллельного сближения также будет прямолинейной.

Следует заметить, что рассмотрение метода прямого преследования представляет в основном методический интерес, посколь-

ку, несмотря на простоту конструктивных решений, применение его ограничено из-за больших значений кривизны траекторий наведения при стрельбе по движущимся целям. Это приводит к большим значениям потребных нормальных ускорений ракеты.

Решение этой задачи известно уже давно и рассмотрено рядом авторов. Поэтому в процессе дальнейшего изложения мы ограничимся рассмотрением кинематических соотношений лишь для метода параллельного сближения и его модификации — метода пропорциональной навигации.

Прежде чем переходить к этой задаче, рассмотрим еще одно условие, выполнение которого обязательно для любого метода при курсовом управлении. Это условие может быть названо условием сближения. Если для лучевых методов управления условием сближения является $\Delta\varphi \to 0$ при $\Delta R \to 0$, где ΔR — разность дальностей «цель — ракета», а $\Delta\varphi$ — разность угловых координат, то для методов курсового управления условие сближения запишется в виде $\dot{r} < 0$, где $\dot{r}$ — производная от расстояния «цель — ракета», найденная из уравнения (3.18).

Учитывая, что участок наведения ограничен по времени наведения $t_н$, это же условие можно записать в виде

$$r = r_0 + \int_{t_0}^{t_{тп}} \dot{r}(t)\, dt \underset{t_{тп} \to t_н}{\to} 0,$$

где t_0 — момент начала курсового управления;
r_0 — начальная дальность;
$t_{тп}$ — текущее полетное время ракеты.

2. Кинематические параметры траектории для метода параллельного сближения

Рассмотрим систему уравнений (3.23).

В полученной системе уравнений известной функцией времени являются скорости цели и ракеты $V_ц(t)$ и $V_р(t)$, а также угол $\sigma_ц(t)$. Последнее следует из рис. 3.9: $\sigma_ц = \theta_ц - \lambda$. Поскольку $\theta_ц$ является заданной функцией времени, а по условию $\lambda = \text{const}$ и может считаться заданным в виде начальных условий, то $\sigma_ц$ также является заданной функцией времени.

Значение угла $\sigma_р$ может быть получено непосредственно из второго уравнения как

$$\sigma_р = \arcsin a \sin \sigma_ц, \tag{3.25}$$

где

$$a = \frac{V_ц}{V_р}.$$

Угловая скорость $\dot{\theta}_р$ разворота вектора скорости снаряда $V_р$

и соответственно величина нормального кинематического ускорения может быть получена из следующих соображений.

Согласно рис. 3.9

$$\theta_р = \lambda + \sigma_р,$$

а потому

$$\dot{\theta}_р = \dot{\lambda} + \dot{\sigma}_р.$$

В соответствии с условием метода параллельного сближения $\dot{\lambda} = 0$, следовательно,

$$\dot{\theta}_р = \dot{\sigma}_р$$

и величина нормального ускорения найдется как

$$W = \dot{\theta}_р V_р = \dot{\sigma}_р V_р. \qquad (3.26)$$

Найдя $\dot{\sigma}_р$ из равенства (3.25), имеем

$$W = V_р \frac{1}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \sigma_ц}} (a \sin \sigma_ц)',$$

в свою очередь

$$(a \sin \sigma_ц)' = \dot{a} \sin \sigma_ц + \dot{\sigma}_ц a \cos \sigma_ц = \left(\frac{\dot{V}_ц}{V_р} - \frac{\dot{V}_р}{V_р} a\right) \sin \sigma_ц + \dot{\sigma}_ц a \cos \sigma_ц,$$

отсюда

$$W = \frac{(\dot{V}_ц - \dot{V}_р a) \sin \sigma_ц + \dot{\sigma}_ц V_ц \cos \sigma_ц}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \sigma_ц}}. \qquad (3.27)$$

Учитывая, что $V_ц \dot{\sigma}_ц = W_ц$, где $W_ц$ — нормальное ускорение, развиваемое целью при маневре, это же выражение может быть переписано в виде

$$W = \frac{(\dot{V}_ц - \dot{V}_р a) \sin \sigma_ц + W_ц \cos \sigma_ц}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \sigma_ц}}. \qquad (3.28)$$

Первый член числителя полученного выражения отражает зависимость нормального ускорения от переменной скорости полета цели и ракеты. Нетрудно видеть, что на встречных и догонных курсах при $\sigma_ц = 0$ и 180° величина нормального ускорения не зависит от изменения скорости полета цели и ракеты.

Второй член определяет зависимость нормального ускорения от величины маневра цели, который характеризуется нормальной перегрузкой. При стрельбе на поперечных курсах ($\sigma_ц = 90°$) нетрудно видеть, что величина нормального ускорения ракеты не зависит от поперечного маневра цели.

Величина нормального ускорения ракеты W, возникающая от обеих составляющих, пропорциональна их проекции на нормаль к направлению «цель — ракета».

Если предположить, что цель летит равномерно и прямолинейно, а скорость ракеты постоянна, т. е. $\dot{V}_ц=0$, $\dot{V}_р=0$, $\dot{\sigma}_ц=0$, то, как это следует из выражения (3.27), $W=0$, что нами уже и было показано ранее.

Рассмотренные соотношения определяют параметры кинематической траектории для условия идеального выполнения метода параллельного сближения.

Для систем самонаведения точное выполнение этих условий обычно ограничено условиями устойчивости системы самонаведения и ошибками координатора.

Поясним эту мысль. При рассмотрении структурных схем систем самонаведения в гл. I мы уже указывали, что возможны два варианта обеспечения метода параллельного сближения. В одном случае команда управления ракетой формируется на базе сигнала рассогласования $\Delta\lambda$ — отклонения линии визирования от базовой, в другом случае на основании $\dot{\lambda}$ — угловой скорости вращения линии визирования. Последний метод получил название метода пропорциональной навигации [2].

В силу того что в системе регулирования сигнал рассогласования обычно отличен от «0», условия выполнения «идеального» самонаведения, сформулированные нами в выражениях (3.21) и (3.22), обычно нарушаются, а потому исходные кинематические соотношения (3.23) являются лишь формулами первого приближения.

При строгом рассмотрении траектории систем самонаведения уравнения курсового управления (3.18) должны дополняться не чисто кинематическими соотношениями $\dot{\lambda}=0$ или $\lambda=\mathrm{const}$, а динамическими уравнениями вида

$$W=\dot{\theta}_р V_р = Y_1(p)\,\dot{\lambda}$$

либо

$$W=\dot{\theta}_р V_р = Y_2(p)\,\delta\lambda.$$

Здесь $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$ — передаточные функции ракеты, связывающие нормальное ускорение ракеты с сигналом рассогласования $\dot{\lambda}$ или $\delta\lambda$.

Дальнейшее изложение будем вести для случая, когда сигнал рассогласования формируется на основе измерения $\dot{\lambda}$.

Полная система уравнений для реально осуществимого метода наведения в этом случае может быть записана в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= -V_р\cos\sigma_р + V_ц\cos\sigma_ц; \\ r\dot{\lambda} &= V_ц\sin\sigma_ц - V_р\sin\sigma_р; \\ \dot{\theta}_р &= \frac{Y_1(p)\,\dot{\lambda}}{V_р}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.29)$$

Эта система должна быть дополнена кинематическими соотношениями:

$$\theta_р = \lambda + \sigma_р;$$
$$\theta_ц = \lambda + \sigma_ц.$$

Поскольку нас интересуют установившиеся движения, то оператор $\frac{1}{V_р} Y_1(p)$ в ряде случаев может быть заменен некоторым коэффициентом пропорциональности K и тогда уравнения (3.29) примут такой вид:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= -V_р \cos\sigma_р + V_ц \cos\sigma_ц; \\ r\dot{\lambda} &= V_ц \sin\sigma_ц - V_р \sin\sigma_р; \\ \dot{\theta}_р &= K\dot{\lambda}; \\ \theta_р &= \sigma_р + \lambda; \\ \theta_ц &= \sigma_ц + \lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (3.30)$$

Полученные выражения могут быть названы кинематическими уравнениями метода пропорциональной навигации.

Нетрудно видеть, что с увеличением коэффициента передачи K уравнения переходят в идеальные уравнения метода параллельного сближения.

Действительно, $\dot{\theta}_р = \frac{W}{V_р}$, где W — кинематическое ускорение, имеющее обычно конечное значение. При $K \to \infty$

$$\dot{\lambda} = \frac{\dot{\theta}_р}{K} \to 0.$$

Однако величина K есть не что иное, как коэффициент усиления системы «ракета — головка самонаведения», а потому выбор его должен вестись с учетом динамики процесса наведения.

Таким образом, можно считать, что метод пропорциональной навигации является одним из вариантов аппаратурного решения метода параллельного сближения.

Решение системы уравнений (3.30) может быть осуществлено численными методами на ЦВМ либо с помощью математического моделирования на непрерывных моделях. Численные методы для конкретно заданных параметров движения цели и скоростей ракеты позволят методами численного интегрирования провести расчет функции $W(t)$ в виде дискретных значений W_i для определенных фиксированных моментов времени.

Глава IV

РАКЕТА КАК ЭЛЕМЕНТ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

§ 1. МАНЕВРЕННЫЕ СВОЙСТВА РАКЕТЫ

Управлять ракетой — это в конечном итоге значит создавать необходимую подъемную силу, которая должна действовать в строго определенном направлении.

Под подъемной силой ракеты понимается составляющая внешних сил, перпендикулярная вектору скорости ракеты. Подъемная сила изменяет направление вектора скорости, а следовательно, создает определенную кривизну траектории.

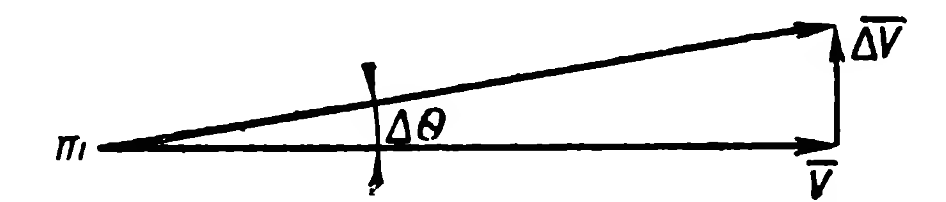


Рис. 4.1. Изменение направления вектора скорости

Физически это положение совершенно очевидно. Если некоторая точка имеет вектор скорости $\overline{V}$ (рис. 4.1), то для изменения его направления на величину $\Delta\Theta$ необходимо, чтобы приращение скорости $\Delta\overline{V}$ было направлено по нормали. Приращение скорости за единицу времени есть ни что иное, как ускорение

$$\overline{W} = \lim \frac{\Delta\overline{V}}{\Delta t}_{\Delta t\to 0} = \frac{d\overline{V}}{dt}.$$

Для материальной точки с массой m подобное ускорение может быть получено лишь путем приложения силы $\overline{F} = m\overline{W}$, совпадающей по направлению с вектором нормального ускорения.

Маневренные свойства ракеты характеризуются величиной нормального ускорения W, равного отношению

$$W = \frac{Y}{M},$$

где Y — подъемная сила ракеты;
M — масса ракеты.

Величина угловой скорости $\dot{\Theta}_р$ разворота вектора скорости $\bar{V}_р$ при приложении нормального ускорения W может быть найдена из соотношения

$$\dot{\Theta}_р = \frac{W}{V_р}.$$

Таким образом, нормальное ускорение, перпендикулярное направлению вектора скорости ракеты, не меняет величины скорости, а изменяет только ее направление. Чем больше величина этого ускорения, тем больше возможности у ракеты изменить свое направление полета, или, иначе говоря, тем больше ее маневренные свойства.

На практике удобнее пользоваться понятием нормальной или боковой перегрузки n, которая равна отношению нормального ускорения к ускорению силы тяжести. Величина боковой перегрузки определяет, во сколько раз развиваемое нормальное ускорение превосходит ускорение силы тяжести.

Для различного типа ракет требования в отношении маневренных свойств могут быть самыми различными.

Рассмотрим несколько типовых траекторий движения ракет для выяснения примерных требований к боковым (располагаемым) перегрузкам ракеты.

Горизонтальное движение ракеты. При скорости движения ракеты, значительно меньшей первой космической скорости, подъемная сила должна быть равна силе веса и соответственно боковая перегрузка ракеты равна $n=1$ (рис. 4.2, *а*).

Прямолинейное движение ракеты под углом $\Theta_р$ к горизонту (рис. 4.2, *б*). В этом случае сила веса G компенсируется двумя составляющими — тягой и подъемной силой. Как нетрудно видеть из простых геометрических соотношений, величина боковой перегрузки равна $n = \cos\theta_р$.

В случае если ракета движется перпендикулярно поверхности земли ($\theta_р = 90°$), компенсация веса будет происходить полностью за счет тяги, а величина боковой перегрузки обращается в нуль.

Баллистическая траектория полета. Баллистическая траектория полета соответствует полному отсутствию подъемной силы.

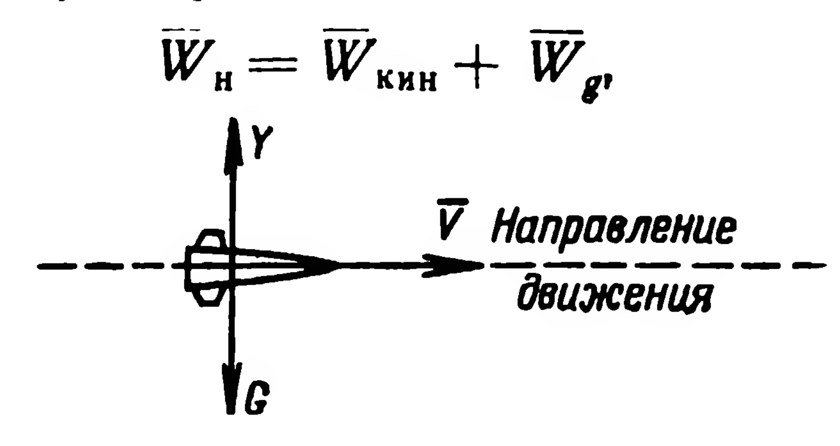
Движение по траектории с произвольной кривизной. Наиболее характерными в этом отношении являются траектории наведения ракеты по подвижной цели либо с подвижного объекта (например, для ракет классов «воздух — воздух», «воздух — земля», «земля — воздух» и т. д.). В этом случае величина и направление подъемной силы могут быть произвольными в отличие от рассмотренных выше примеров.

Чтобы преодолеть инерционные силы и изменить направление полета ракеты с угловой скоростью $\dot{\Theta}_р$, надо, чтобы ракета обладала боковыми перегрузками, равными $n = \frac{V\dot{\Theta}_р}{g}$.

Так, если скорость ракеты V_p равна 1000 *м/сек*, то для получения угловой скорости $\dot{\Theta}_p$, равной 6°/*сек* $\left(\sim \frac{1}{10}\ рад/сек\right)$, надо, чтобы она располагала перегрузкой, равной примерно 10.

Если учитывать также необходимость компенсации ускорения силы тяжести, то суммарная величина вектора полного нормального ускорения $\overline{W}_н$ будет равна

$$\overline{W}_н = \overline{W}_{кин} + \overline{W}_g,$$



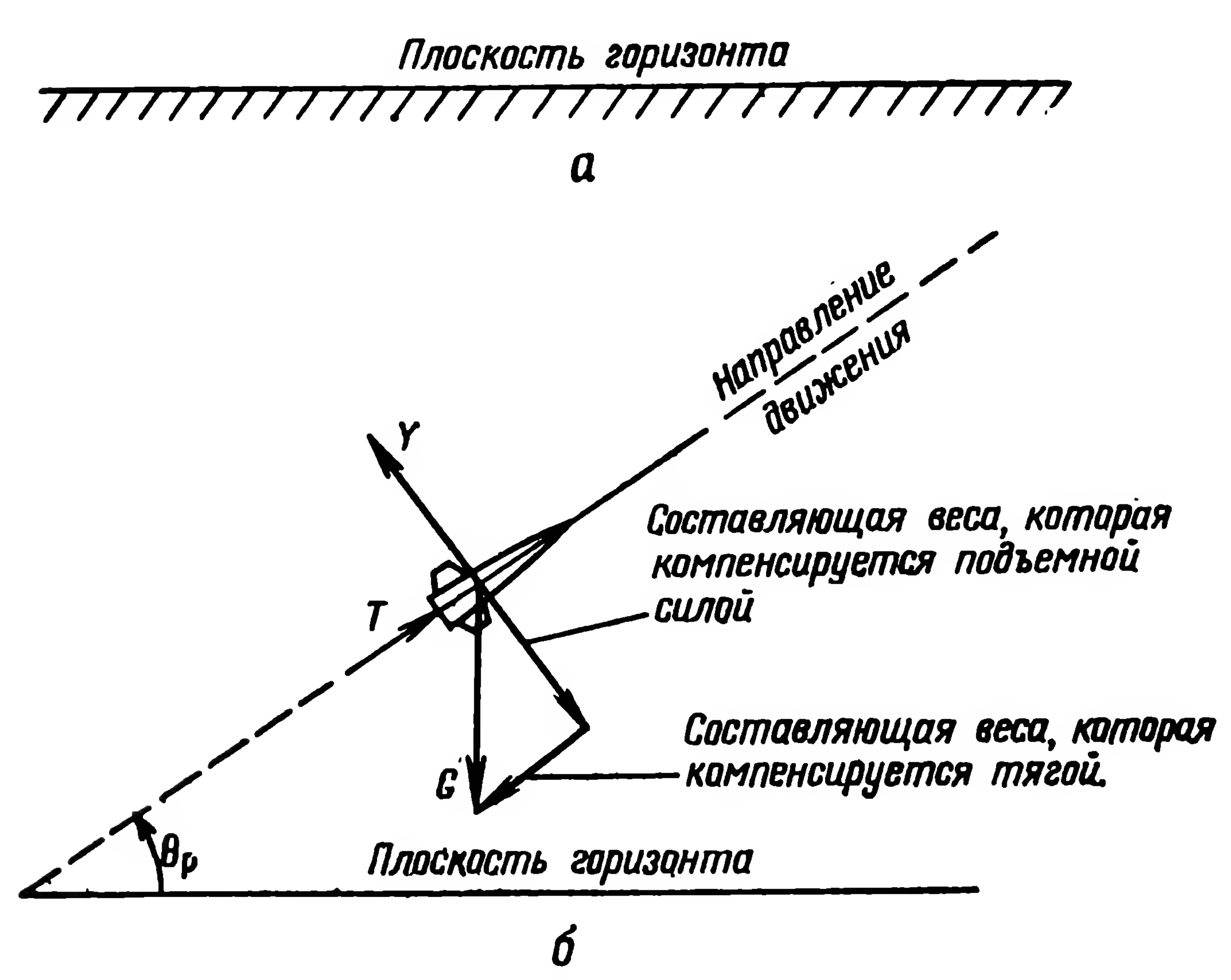


Рис. 4.2. Подъемная сила для двух случаев прямолинейного движения ракеты

где $\overline{W}_{кин}$ — вектор кинематического ускорения, модуль которого равен $W = V_p\dot{\Theta}_p$, а направление совпадает с нормалью к траектории полета в плоскости разворота вектора скорости;

$\overline{W}_g$ — составляющая ускорения силы тяжести в плоскости, перпендикулярной вектору скорости.

Для создания подъемной силы ракета должна, во-первых, обладать определенными несущими поверхностями — крыльями либо иметь возможность создавать подъемную силу с помощью реактивной струи, во-вторых, она должна обладать органами управле-

ния — рулями, рулевыми приводами и т. д., а в-третьих, иметь средства стабилизации, которые удерживали бы оси ракеты, а тем самым направление подъемной силы в заданном положении. Кроме того, органы стабилизации обеспечивают необходимую степень устойчивости процесса регулирования.

Чтобы описывать процесс управления, необходимо в первую очередь знать, какие силы и моменты действуют на ракету.

§ 2. ПОДЪЕМНАЯ СИЛА РАКЕТЫ. УРАВНЕНИЯ СИЛ

В зависимости от условий применения той или иной ракеты может быть использован либо аэродинамический, либо газодинамический способ создания подъемной силы. Для космического корабля в условиях полета его вне земной атмосферы возможен лишь газодинамический метод создания подъемной силы. При полете же ракеты в плотных слоях атмосферы подъемная сила в основном будет создаваться за счет аэродинамических сил.

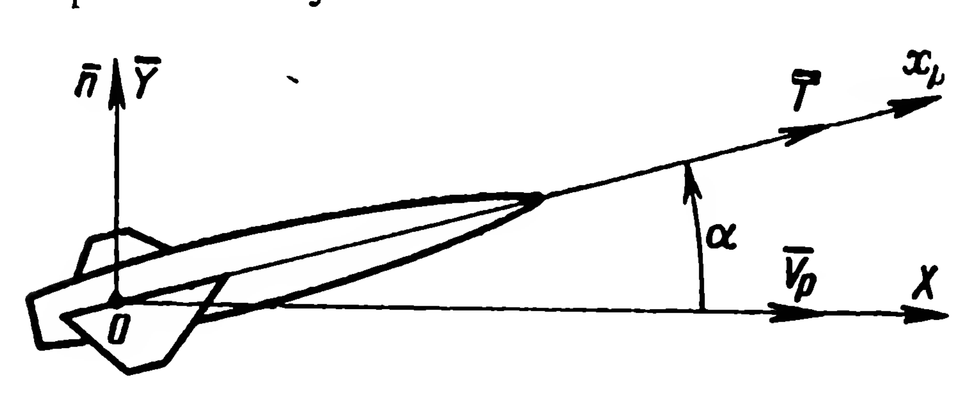


Рис. 4.3. Схема образования подъемной силы

Хотя следует отметить, что при работающем реактивном двигателе в общую подъемную силу будет всегда входить составляющая газодинамической силы, причем доля этой составляющей будет расти по мере увеличения высоты.

На рис. 4.3 продольная ось ракеты $Ox_р$ образует с направлением вектора скорости ракеты $\bar{V}_р$ некоторый угол α, который называется углом атаки. В силу того что в рассматриваемой схеме планера аэродинамические поверхности крыла совпадают с продольной осью ракеты, угол атаки крыла будет таким же, как и угол атаки корпуса.

Благодаря наличию этого угла α и возникает подъемная сила.

Возникновение аэродинамической силы связано со скоростным напором q, величина которого пропорциональна квадрату скорости ракеты и плотности атмосферы ρ:

$$q = \frac{\rho V_р^2}{2}.$$

В случае если угол атаки крыла равен нулю, происходит симметричное обтекание воздушным потоком плоскости крыла и подъемная сила не возникает. Если же, как это изображено на рис. 4.3, имеется угол атаки, то симметричность обтекания нарушается, на верхней и нижней поверхностях крыла возникает разность давлений и, как результат этого, появляется подъемная сила Y.

Величина подъемной аэродинамической силы Y пропорциональна значению скоростного напора q, некоторой характеристической

площади S и безразмерному аэродинамическому коэффициенту подъемной силы $c_y(\alpha)$, являющемуся функцией угла атаки:

$$Y = qSc_y(\alpha). \qquad (4.1)$$

В качестве характеристической площади S может приниматься произвольное число, имеющее размерность площади. Обычно в качестве S принимается площадь поперечного сечения ракеты (площадь миделя); значение S принимается одинаковым при расчете всех сил, действующих на ракету (лобового сопротивления, силы руля и т. д.).

Зависимость подъемной силы от угла атаки определяется только зависимостью $c_y(\alpha)$.

До определенных углов атаки величина $c_y(\alpha)$ растет примерно прямо пропорционально. Начиная же с некоторых углов, называе-

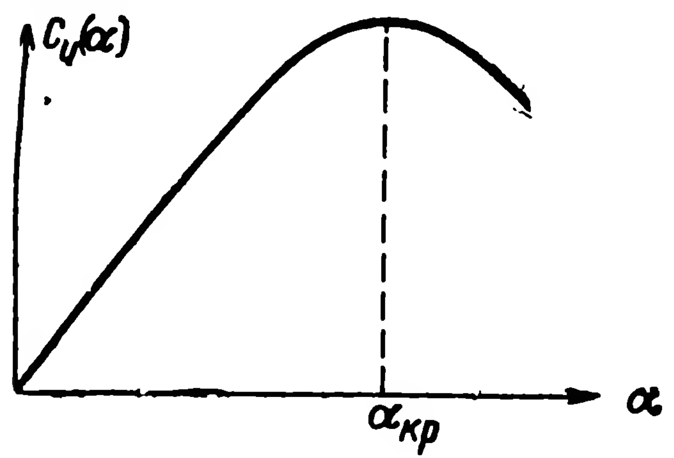


Рис. 4.4. Зависимость аэродинамического коэффициента подъемной силы от угла атаки

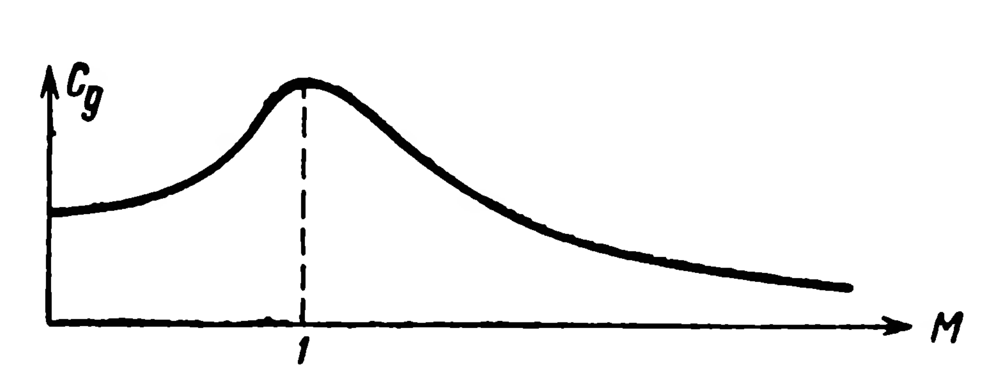


Рис. 4.5. Изменение аэродинамического коэффициента подъемной силы от числа M

мых критическими углами атаки ($\alpha_{кр}$), $c_y(\alpha)$ может не только не расти, а, наоборот, даже падать (рис. 4.4).

Аэродинамический коэффициент подъемной силы зависит от формы крыла и скорости полета ракеты $V_р$, вернее от отношения скорости ракеты к скорости звука на данной высоте полета. Это отношение называется числом Маха (M).

Примерный вид зависимости аэродинамического коэффициента c_y от числа M приведен на рис. 4.5.

Для этой кривой характерным является резкий рост при значениях M, равных примерно 1, т. е. при полете ракеты со скоростью, близкой к скорости звука.

Подобную характерную зависимость от числа M имеют все аэродинамические коэффициенты, в том числе и коэффициент лобового сопротивления. Поскольку рост лобового сопротивления вблизи $M=1$ приводит к необходимости увеличения мощности двигателей самолета, то довольно долгое время это обстоятельство (так называемый звуковой барьер) являлось главным препятствием к росту скоростей.

Что касается газодинамической подъемной силы $T(\alpha)$, то ее значение зависит от величины проекции тяги на перпендикуляр к вектору скорости, или, иначе говоря, от синуса угла атаки:

$$T(\alpha) = T \sin \alpha.$$

При изменении угла атаки от 0 до 90° зависимость газодинамической подъемной силы будет меняться от нуля до максимального значения, равного силе тяги.

Соответственно максимальное значение этой составляющей боковой перегрузки будет равно отношению силы тяги к весу ракеты.

Полное уравнение проекций сил на нормаль к вектору скорости может быть записано согласно второму закону Ньютона в виде

$$mW = Y(\alpha) + T(\alpha) - mg\cos\Theta_р = Sqc_y(\alpha) + \\ + T\sin\alpha - mg\cos\Theta_р, \quad (4.2)$$

где m — масса ракеты;

W — нормальное ускорение, развиваемое ракетой, равное $W = V\dot{\Theta}_р$.

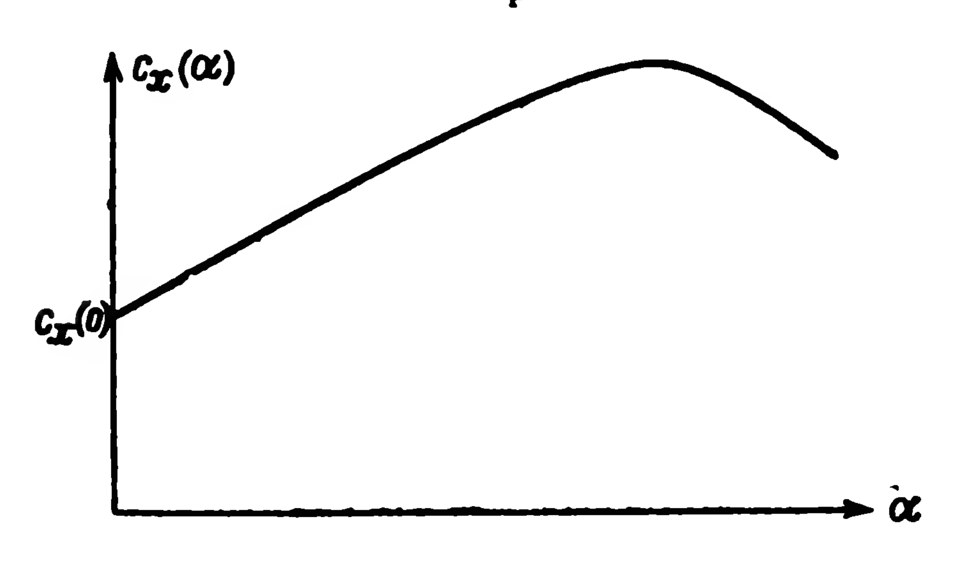


Рис. 4.6. Зависимость коэффициента лобового сопротивления от угла атаки

Последнее слагаемое в уравнении (4.2) определяется силой тяжести (mg). В данном случае рассматривается уравнение сил в вертикальной плоскости и угол $\Theta_р$ — угол между вектором скорости ракеты и горизонтом.

Уравнение (4.2) определяет составляющие силы, действующие в направлении нормали к вектору скорости, и может быть названо поэтому уравнением подъемной силы.

В проекции на ось X, совпадающей с направлением вектора скорости (рис. 4.3), может быть записано второе уравнение сил

$$X(\alpha) + m\dot{V}_р + mg\sin\Theta_р = T\cos\alpha, \quad (4.3)$$

где $X(\alpha)$ — сила лобового сопротивления.

По аналогии с уравнением (4.2) это уравнение может быть переписано так:

$$m\dot{V}_р = T\cos\alpha - c_x(\alpha)Sq - mg\sin\Theta_р. \quad (4.4)$$

В полученном выражении $c_x(\alpha)$ — аэродинамический коэффициент лобового сопротивления, имеющий в отличие от $c_y(\alpha)$ некоторое вполне определенное значение $c_x(0) \neq 0$ при $\alpha=0$. С увеличением α $c_x(\alpha)$ растет так же, как и $c_y(\alpha)$, до определенного предела (рис. 4.6). Остальные составляющие, входящие в выражение (4.4), аналогичны составляющим уравнения (4.2).

§ 3. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СХЕМЫ РАКЕТ

Чтобы двигаться по широкому классу пространственных траекторий, ракета должна развивать нормальное ускорение (т. е. соответствующую подъемную силу) в любом направлении, перпенди-

кулярном направлению ее полета. Это осуществляется с помощью двух основных схем расположения аэродинамических плоскостей. В одном случае подъемная сила создается с помощью одного крыла, в другом — подъемная сила образуется с помощью двух аэродинамических поверхностей, расположенных взаимноперпендикулярно (рис. 4.7).

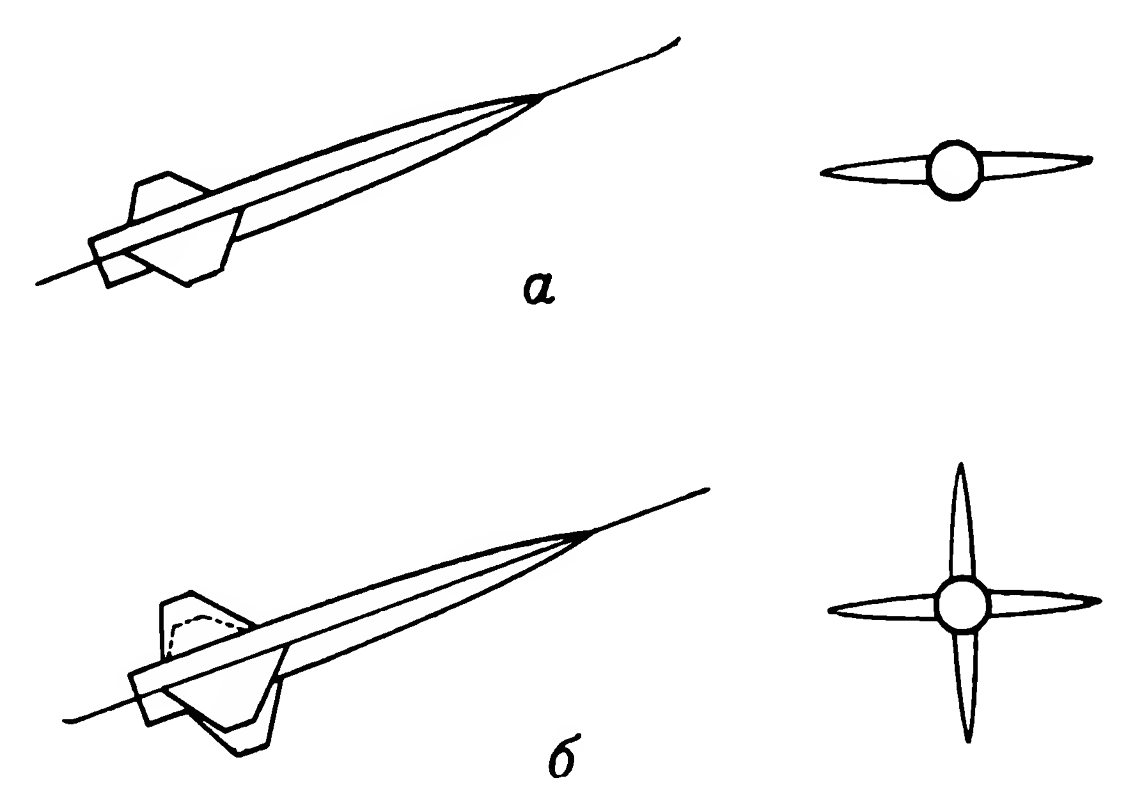


Рис. 4.7. Две схемы расположения аэродинамических поверхностей:

а — одноплоскостная аэродинамическая схема; *б* — двухплоскостная симметричная аэродинамическая схема

Первая схема самолетного типа более характерна для самолетов-снарядов. Для зенитных ракет типа «Найк», «Эрликон», баллистических ракет типа немецкой «V-2» и др. характерна вторая, двукрылая симметричная схема.

Подобное распределение схем, вообще говоря, необязательно. Например, в зенитной ракете «Боумарк» использована самолетная аэродинамическая схема.

Определяющей особенностью первой схемы является то обстоятельство, что подъемная сила может быть получена только в одном направлении, перпендикулярном плоскости крыла.

В зависимости от знака угла атаки будет соответственно меняться только знак силы (рис. 4.8).

Рис. 4.8. Направление подъемной силы одноплоскостной схемы

Вторая схема позволяет получить подъемную силу в любом направлении в зависимости от комбинации углов атаки в одной и другой плоскостях управления.

Заметим, что в горизонтальной плоскости угол атаки обычно называют углом скольжения. Однако для симметричных двухплоскостных схем это не всегда применимо, поскольку совершенно необязательно, чтобы одна плоскость была вертикальной, а другая горизонтальной. Поэтому мы в дальнейшем будем пользоваться в любом случае понятием «угол атаки».

Например, если имеется угол атаки только в одной плоскости то и подъемная сила образуется в этой же плоскости (рис. 4.9, *а*)

Если создать равные углы атаки одновременно в обеих плоскостях, то в результате векторного сложения сил суммарная подъемная сила будет направлена под углом 45° к плоскостям (рис. 4.9, *б*). Если соответствующим образом комбинировать углы атаки, то направление и величина суммарной подъемной силы будет меняться. Возможные значения сил в плоскости, перпендикулярной скорости, уже надо представлять не в виде прямой линии, а в виде квадрата (рис. 4.9, *в*).

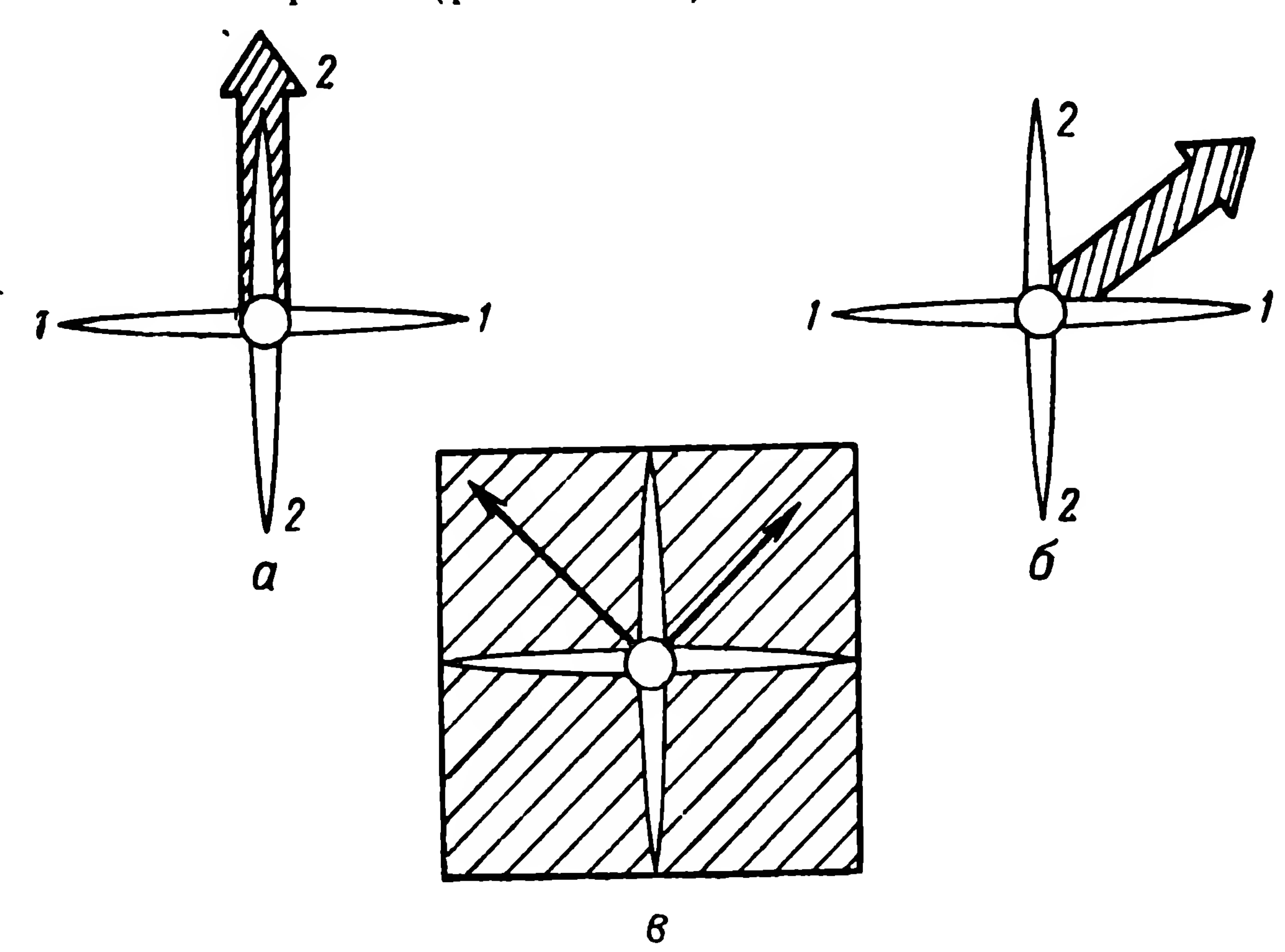


Рис. 4.9. Подъемная сила при двухплоскостной аэродинамической схеме:

а — угол атаки в плоскости 2-2; *б* — угол атаки в плоскостях 1-1 и 2-2; *в* — область возможных значений подъемной силы в зависимости от различных комбинаций углов атаки

Следует сразу отметить, что для первой схемы эпюра нормальных сил будет представлять собой не просто линию, а эллипс с сильно выраженной большой осью. Это вызвано тем обстоятельством, что сам корпус также может создавать определенную подъемную силу.

Что касается второго случая, то эпюра сил также может иметь несколько отличный от изображенного на рис. 4.9, *в* характер в особенности при больших углах атаки. Эпюра, представленная на рис. 4.9, *в*, предполагает полное отсутствие взаимного аэродинамического влияния обоих каналов, что может нарушаться из-за различных искажений обтекающего потока, при одновременном возникновении углов атаки в обеих плоскостях.

Однако принимаемая идеализация не меняет существа дела и на ход дальнейших рассуждений не влияет.

В зависимости от аэродинамической схемы управление ракетой строится по различным принципам.

При управлении по первой схеме необходимо предварительно ракету повернуть вокруг продольной оси, ориентируя вектор подъемной силы в направлении совершаемого маневра. Поэтому подобный маневр совершается одновременно с креном.

Назначение крена заключается в правильном ориентировании в пространстве вектора подъемной силы. Таким образом, пространственный маневр обеспечивается в этом случае за счет управления в одной аэродинамической плоскости, в которой путем соответствующего угла атаки создается необходимая для маневра величина подъемной силы; поворотом вокруг продольной оси обеспечивается необходимое направление этой силы и соответственно боковое движение ракеты.

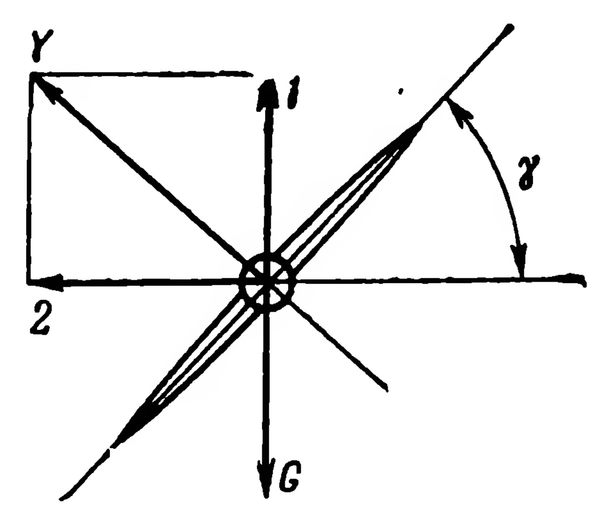


Рис. 4.10. Силы, действующие в одноплоскостной аэродинамической схеме при горизонтальном развороте:

G — сила веса; $\overline{Y}$ — вектор подъемной силы; γ — угол крена; 1 — составляющая подъемной силы для компенсации веса; 2 — составляющая подъемной силы для совершения маневра

Соответственно и счетно-решающие устройства независимо от места их расположения должны вырабатывать две команды: одну на доворот ракеты по крену и вторую — для выработки соответствующей величины подъемной силы.

Подобный метод управления используется на обычных самолетах. Очевидно, каждый имел возможность наблюдать и непосредственно ощущать, как перед совершением горизонтального разворота самолет вначале «закладывает» крен. На рис. 4.10 изображены силы, действующие на самолет при горизонтальном развороте.

Приведем пример. Если самолет движется со скоростью около 700 *км/час*, то для совершения разворота с радиусом $R=10$ *км* ему необходимо развивать, как нетрудно рассчитать по формуле центробежного ускорения $\left(W=\frac{V^2}{R}\right)$, боковую перегрузку $n \cong 0{,}4$.

При горизонтальном полете величина подъемной силы была равна силе веса, т. е. нормальная перегрузка была равна 1. Чтобы при развороте самолет «не провалился», вертикальная составляющая подъемной силы должна остаться прежней.

Полное значение нормальной перегрузки самолета при этом найдется как гипотенуза треугольника, один катет которого равен 1, а другой — 0,4, и будет равна 1,08. Необходимый угол крена γ может быть найден по тангенсу угла, который равен

$$\operatorname{tg}\gamma=\frac{0{,}4}{1},$$

откуда $\gamma=22°$.

Для совершения разворота с радиусом 3 *км* самолету потребуется уже общая перегрузка, равная примерно 1,6, а угол крена будет при этом равен $\gamma \simeq 53°$.

Управление ракетой в случае двухплоскостной аэродинамической схемы осуществляется иными способами. Поскольку ракета имеет возможность создавать подъемную силу в любом направлении, то для совершения маневра не требуется предварительного крена. Необходимые для совершения маневра направление и величина подъемной силы обеспечиваются соответствующей комбинацией углов атаки в обеих плоскостях управления. Поэтому задача счетно-решающего прибора заключается в выработке соответствующих команд для двух симметричных плоскостей управления.

Нами рассмотрены в общем виде существо и схема образования подъемной силы управляемой ракеты.

Следует заметить, что требование к подъемной силе во многом определяет и конструкцию самой ракеты.

Высокоманевренные ракеты, обладающие большой аэродинамической подъемной силой, имеют относительно большие крылья. Однако следует оговориться, что вообще крылья у сверхзвуковых ракет существенно меньше, чем у самолетов. Связано это со скоростным напором, который растет пропорционально квадрату скорости.

§ 4. УПРАВЛЕНИЕ ПОДЪЕМНОЙ СИЛОЙ. УРАВНЕНИЕ МОМЕНТОВ

Для управления ракетой требуется определенная подъемная сила, а величина последней определяется в свою очередь необходимым углом атаки. Таким образом, управление ракетой сводится к созданию определенного угла атаки. Рассмотрим, каким образом осуществляется это управление.

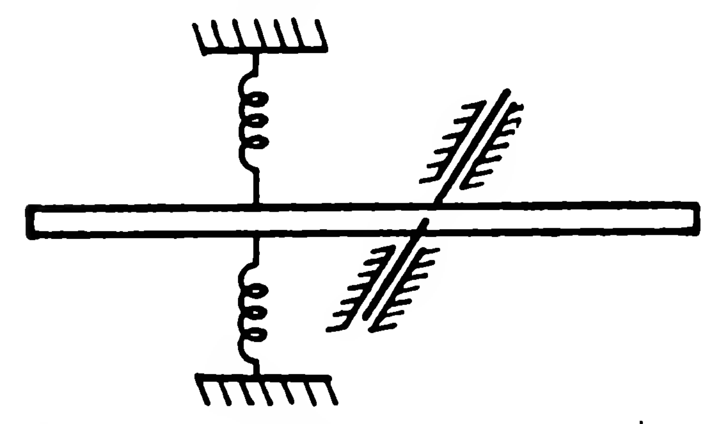


Рис. 4.11. Механическая аналогия устойчивой ракеты

Обычно ракета проектируется таким образом, что полет ее устойчив и любое отклонение угла атаки от нулевого положения вызывает момент, препятствующий этому отклонению. Поэтому ракета летит устойчиво, непрерывно ориентируя свою продольную ось в направлении вектора скорости.

Необходимым условием подобного устойчивого движения является размещение центра приложения аэродинамической силы позади (по полету) центра тяжести ракеты.

Это условие отвечает требованию статической устойчивости ракеты (т. е. устойчивости в установившемся режиме полета).

Механическая аналогия устойчивой ракеты может быть представлена в виде некоторого стержня, вращающегося вокруг оси в центре тяжести и прикрепленного одним концом к середине пружины (рис. 4.11).

Если приложить силу к концу стержня и попытаться вывести стержень из положения равновесия, то это вызовет противодействие пружины. После прекращения действия силы стержень вновь займет исходное положение.

Таким образом, чтобы создать подъемную силу, необходим угол атаки, появлению которого препятствует стабилизирующий аэродинамический момент. Поэтому нужен противодействующий момент, который выводил бы ракету из состояния динамического равновесия. Для создания этого момента, необходимого для управления углом атаки ракеты, служит рулевое устройство.

Рассмотрим два основных способа создания угла атаки крыла.

Поворот крыла ракеты совместно с ее корпусом при помощи руля поворота (рулевое управление). Упрощенная картина динамики этого процесса выглядит следующим образом. При повороте руля (рис. 4.12) у него возникает небольшая подъемная аэродинамическая сила

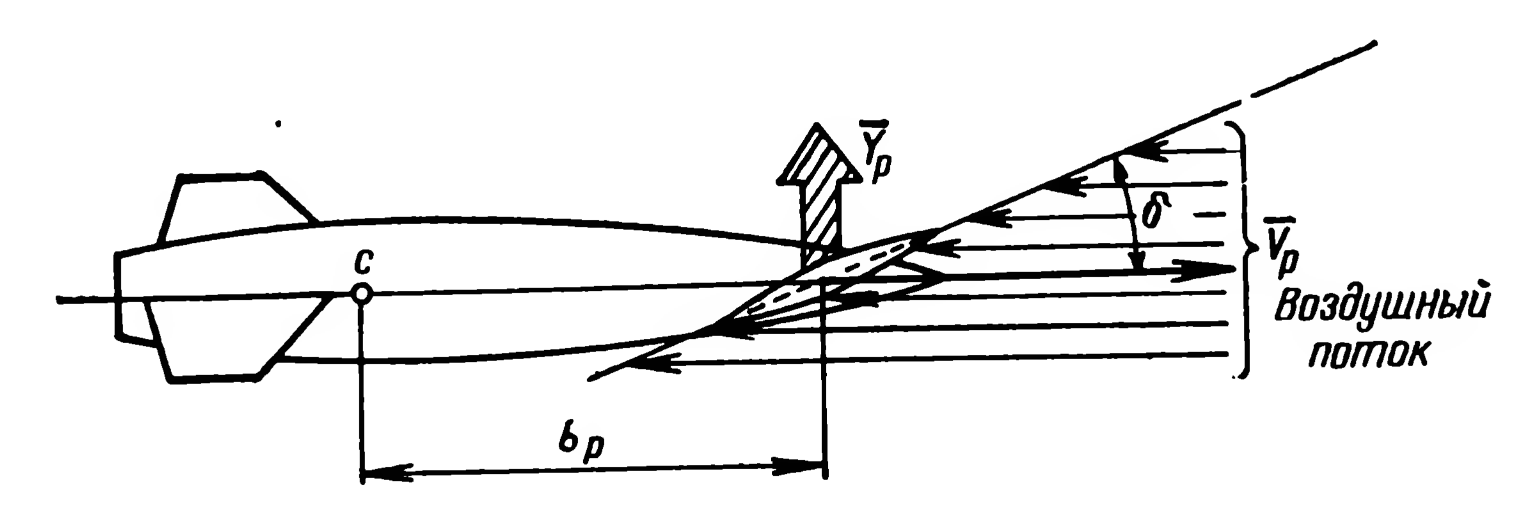


Рис. 4.12. Схема управления ракетой с помощью аэродинамического руля:

δ — угол атаки руля; $Y_р$ — аэродинамическая подъемная сила руля; $\bar{V}_р$ — вектор скорости ракеты; c — центр тяжести ракеты; $b_р$ — плечо силы руля

$Y_р(\delta)$, перпендикулярная вектору скорости. Благодаря тому что рули располагаются на одном из концов ракеты, т. е. далеко от центра тяжести, относительно последнего возникает большой аэродинамический момент

$$M_р(\delta) = Y_р(\delta)\, b_р.$$

Под действием этого момента ракета начинает поворачиваться вокруг центра тяжести до некоторого угла атаки, при котором стабилизирующий момент упругой аэродинамической силы крыла, возрастающий по мере увеличения угла атаки, не скомпенсирует этот момент от руля.

Благодаря тому что плечо силы руля ($b_р$) гораздо больше плеча подъемной аэродинамической силы крыла ($b_{кр}$), усилие со стороны руля $Y_р$ должно быть во столько же раз меньше величины подъемной силы крыла $Y_{кр}$, т. е.

$$Y_р = Y_{кр} \frac{b_{кр}}{b_р}.$$

Это выражение, как будет показано, является приближенным и справедливо лишь для установившегося режима. Мы им пользуемся только для пояснения физической картины управления.

Существуют две основные схемы расположения рулей — носовое (схема «утка») и хвостовое (нормальная схема).

Упрощенно ракета может быть уподоблена либо рычагу первого, либо второго родов с точкой опоры в центре тяжести ракеты.

Механический аналог обеих схем приведен на рис. 4.13, *а* и *б*.

Характерно, что общая подъемная сила, как это видно из рисунков, в первом случае (схема «утка») равна сумме подъемных сил руля и крыльев, т. е.

$$Y = Y_{кр} + Y_{р},$$

а во втором случае (нормальная схема) общая подъемная сила будет меньше, поскольку она равна разности сил



$$Y = Y_{кр} - Y_{р}.$$

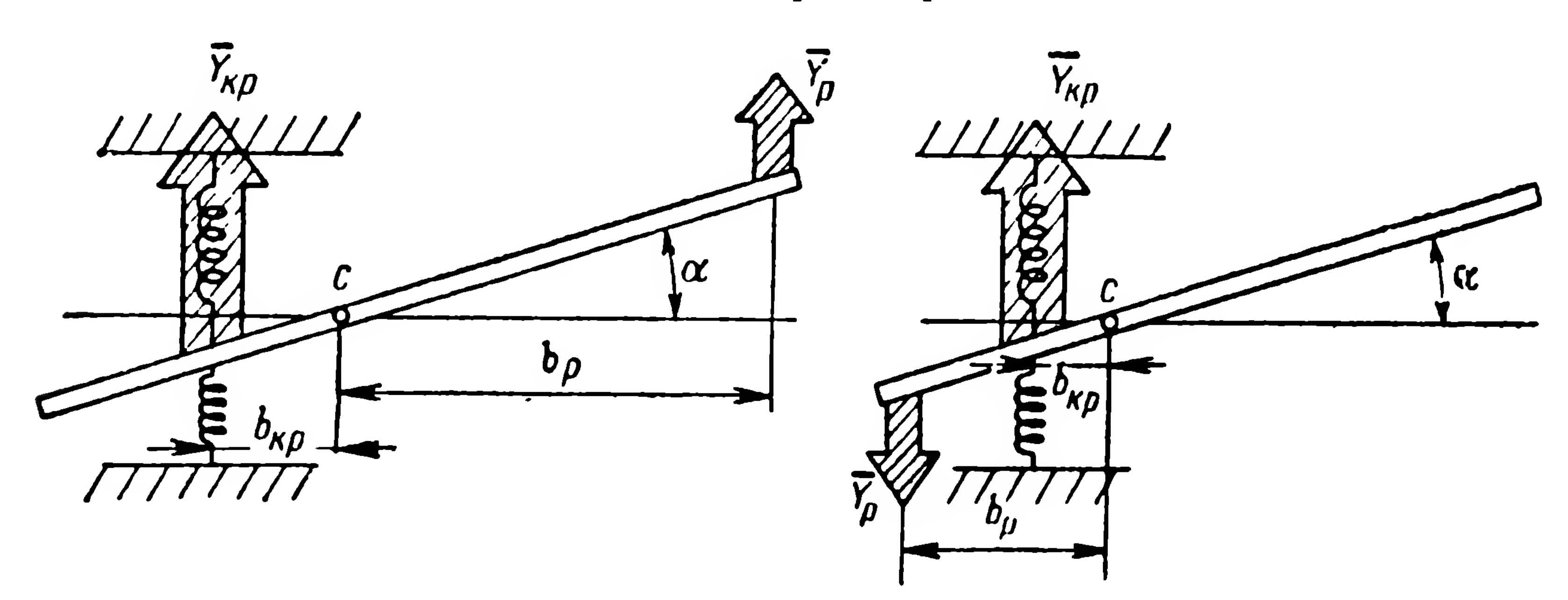


Рис. 4.13. Механическая аналогия двух систем управления:
а — схема «утка»; *б* — нормальная схема; α — угол атаки; $Y_{кр}$ — подъемная сила крыла; $Y_{р}$ — подъемная сила руля; $b_{кр}$ — плечо силы крыла; $b_{р}$ — плечо силы руля; *с* — центр тяжести

Однако в силу того, что $Y_{р}$ значительно меньше $Y_{кр}$, это обстоятельство не существенно отражается на величине подъемной силы.

П о в о р о т к р ы л а о т н о с и т е л ь н о к о р п у с а р а к е т ы с о р и е н т и р о в а н и е м с а м о г о к о р п у с а в д о л ь п о т о к а. Схема управления подобного вида может работать по следующему принципу. Ракета имеет достаточно сильное хвостовое оперение, которое обеспечивает устойчивый полет и удерживает ее все время вдоль потока, т. е. угол атаки корпуса близок к нулю. Подъемная сила создается поворотными крыльями, расположенными непосредственно около центра тяжести ракеты (рис. 4.14).

При повороте крыла появляется угол атаки крыла и образуется подъемная сила ($Y_{кр}$).

Если центр давления подъемной силы крыла точно совпадает с центром тяжести ракеты ($b_{кр}=0$), то корпус будет продолжать полет с нулевым углом атаки. Если же в силу каких-либо причин не будет точного совпадения, то возникает момент, который повернет корпус в положение, при котором противодействующий

момент от хвостового оперения не скомпенсирует этот момент. Таким образом, может возникнуть угол атаки корпуса ракеты (α). Величина угла атаки корпуса в данном случае будет небольшой, поскольку момент крыла, вызвавший его, благодаря центральному расположению крыла будет весьма мал. Очевидно, что и в этом случае в установившемся режиме должно выполняться условие равенства моментов

$$Y_{кр}b_{кр} = Y_{хв}b_{хв},$$

где $Y_{хв}$ и $b_{хв}$ соответственно сила и плечо для хвостового оперения.

Очевидно, что углы атаки крыла и корпуса ракеты ($\alpha_{кр}$ и α) будут совершенно различны. При этом могут быть достигнуты условия, при которых $\alpha_{кр} \gg \alpha$.

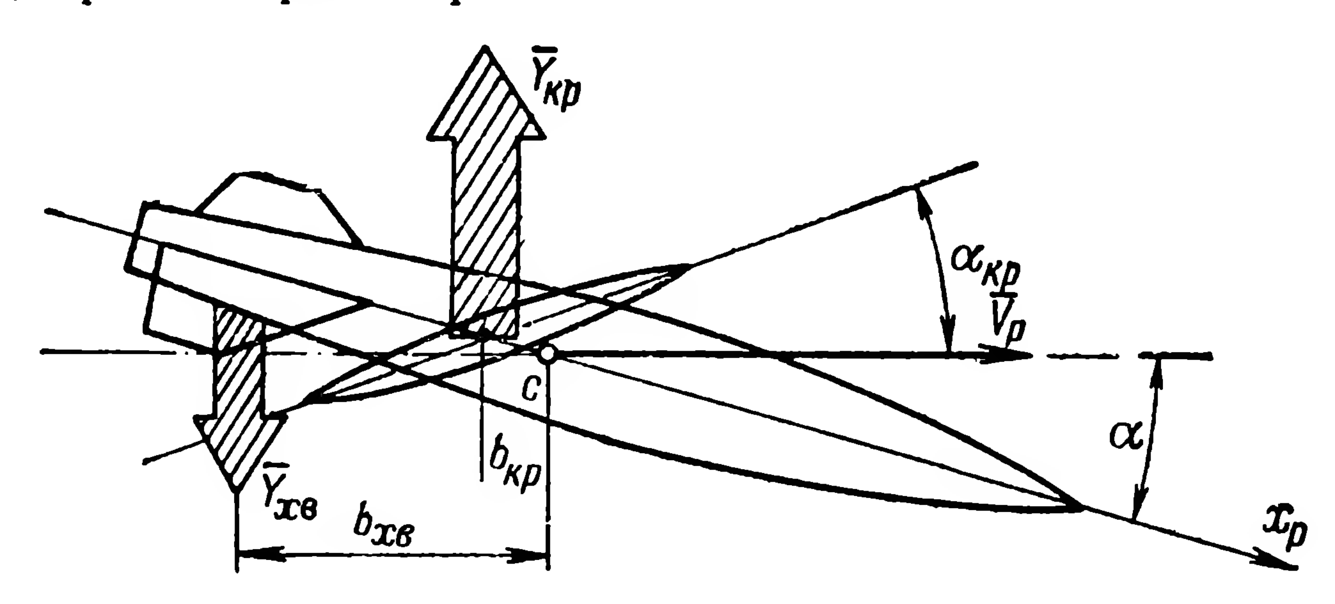


Рис. 4.14. Схема управления с поворотным крылом: $Y_{кр}$ — подъемная сила крыла; $Y_{хв}$ — подъемная сила хвостового оперения; $b_{кр}$ — плечо силы крыла; $b_{хв}$ — плечо силы хвостового оперения; $\alpha_{кр}$ — угол атаки крыла; α — угол атаки корпуса ракеты

К достоинствам первой из рассмотренных схем следует отнести то обстоятельство, что в создании подъемной силы в этом случае участвует и сам корпус, а также то, что управление осуществляется с помощью поворота руля, имеющего малую поверхность и соответственно требующего меньшую мощность рулевого привода, чем это имеет место в случае поворотного крыла.

Достоинством второй схемы является малая инерционность системы управления углом атаки и соответственно подъемной силы, поскольку процесс установления подъемной силы связан не с поворотом всего корпуса, а требует лишь поворота крыла с помощью рулевых машинок.

Рассмотрим уравнение моментов, действующих на ракету относительно ее поперечной оси z, проходящей через центр масс, для случая рулевого управления.

Величина восстанавливающего аэродинамического момента $M_z(\alpha)$ равна произведению подъемной аэродинамической силы $Y(\alpha)$ на плечо действия этой силы $b_{кр}$:

$$M_z(\alpha) \approx Y(\alpha)\, b_{кр}. \tag{4.5}$$

Плечо $b_{кр}$ равно расстоянию между центром приложения аэродинамических сил (аэродинамический фокус ракеты) и центром масс ракеты. Обе точки перемещаются в процессе полета вдоль продольной оси. Центр тяжести перемещается вследствие выгорания топлива, а фокус — вследствие изменения скорости полета. Кроме того, центр давления может перемещаться вдоль оси x в зависимости от угла атаки ракеты. Поэтому плечо $b_{кр}$, характеризующее запас статической устойчивости, является функцией времени (t), числа Маха (M) и угла атаки (α). Для определенной точки траектории полета, где можно считать заданным t и M, плечо $b_{кр}$ будет являться функцией только угла атаки α. Таким образом, в выражении (4.5) оба множителя $Y(\alpha)$ и $b_{кр}$ являются функциями угла атаки, а потому момент $M_z(\alpha)$ может иметь функциональную зависимость от угла атаки, существенно отличную от зависимости $Y(\alpha)$. Это отличие может быть особенно существенно тогда, когда мал запас статической устойчивости. В этом случае малые смещения фокуса при изменении угла атаки вызовут большое относительное уменьшение запаса статической устойчивости.

Поскольку плечо $b_р$ имеет значительно большую величину, чем плечо приложения аэродинамической силы, а фокус руля может перемещаться только вдоль поверхности руля, имеющего относительно небольшую протяженность, то кривая $M_z(\delta)$ почти полностью повторяет в некотором масштабе кривую $Y_р(\delta)$.

Кроме рассмотренных моментов (момент от руля и момент от аэродинамической подъемной силы), на ракету также действует так называемый демпфирующий момент, который подобно моменту вязкого трения пропорционален угловой скорости поворота ракеты ω_z.

Сумма внешних моментов

$$\Sigma M = M_z(\alpha) + M_z(\delta) + M_z(\omega)$$

равна моменту сил инерции

$$M_z = J\dot{\omega}_z,$$

где J — момент инерции ракеты;

$\dot{\omega}_z$ — угловое ускорение.

Таким образом, общее уравнение моментов может быть записано так:

$$J\dot{\omega}_z = M_z(\alpha) + M_z(\delta) + M_z(\omega). \qquad (4.6)$$

Для установившихся режимов полета ($\alpha=\text{const}$) $J\dot{\omega}_z$ весьма мало, $M_z(\omega)$ (демпфирующий член) в уравнении моментов вообще мал, и мы приходим к условию, записанному нами ранее:

$$M_z(\alpha) = M_z(\delta).$$

Аэродинамические моменты, воздействующие на ракету, могут быть так же, как и аэродинамические силы, выражены через

скоростной напор q, характеристическую площадь S, характеристическое плечо l и безразмерные аэродинамические коэффициенты. Последние полностью отражают функциональную зависимость момента от углов атаки (отклонения руля). Заметим, что безразмерные коэффициенты зависят также от числа Маха и времени.

Характеристическое плечо l, как и S, может выбираться произвольным. Обычно в качестве l принимается один из линейных размеров ракеты, например средняя аэродинамическая хорда крыла (САХ).

Таким образом, момент аэродинамической силы может быть выражен в виде

$$M_z(\alpha) = qSlm_z(\alpha), \qquad (4.7а)$$

а момент руля — в виде

$$M_z(\delta) = qSlm_z(\delta). \qquad (4.7б)$$

Выражение для демпфирующего момента $M_z(\omega)$ имеет некоторую специфику.

Величина $M_z(\omega)$ пропорциональна отношению $\frac{\omega_z}{V_р}$, где ω_z — угловая скорость вращения и $V_р$ — линейная скорость ракеты (см., например, [5]).

По аналогии с $M_z(\alpha)$ в $M_z(\omega)$ могут быть введены значения S и l, скоростной напор и безразмерный коэффициент m_z^ω. Нетрудно показать, что из соображения размерности в выражение должно быть введено l^2. Тогда получим

$$M_z(\omega) = \frac{q}{V_р} Sl^2 m_z^\omega \omega_z. \qquad (4.7в)$$

Как видно из полученного выражения, значение $M_z(\omega)$ связано со значением ω_z линейной зависимостью.

Отметим одну особенность в отношении начала отсчета углов α и δ.

Угол α отсчитывается, как уже указывалось, от направления вектора скорости.

Строго говоря, угол поворота руля δ также должен отсчитываться от направления вектора скорости.

Однако при некоторых допущениях, которые существенно упрощают дальнейшие рассуждения, можно вести отсчет угла от оси ракеты. Рассмотрим сущность этих допущений, для чего обратимся к рис. 4.15. Полный угол атаки руля $\delta = \delta' + \alpha$, где δ' — угол отклонения руля, отсчитанный от оси ракеты.

Запишем сумму двух аэродинамических моментов

$$M_\Sigma = M(\alpha) + M(\delta) = M_\alpha(\alpha) + M_\delta(\alpha + \delta').$$

Полагая, что момент от руля является линейной функцией отклонения руля δ, можно записать

$$M_\alpha(\alpha) + M_\delta(\alpha + \delta') = M_\alpha(\alpha) + M_\delta(\alpha) + M_\delta(\delta').$$

Заменим

$$M_\alpha(\alpha) + M_\delta(\alpha) = M'(\alpha),$$

тогда получим

$$M_\Sigma = M'(\alpha) + M_\delta(\delta'),$$

где $M'(\alpha)$ — полный суммарный момент от внешних аэродинамических сил, вызванных углом атаки.

Физическая сущность этого момента заключается в следующем. Если закрепить рули в нулевом положении и сообщать ракете отклонения по углу атаки, то суммарный момент, возникающий при этом, и будет являться значением $M'(\alpha)$.

В дальнейшем изложении мы опустим индексы и оставим старые обозначения в уравнении моментов (4.6), полагая при этом под $M(\alpha)$ суммарный момент от всего оперения и корпуса ра-

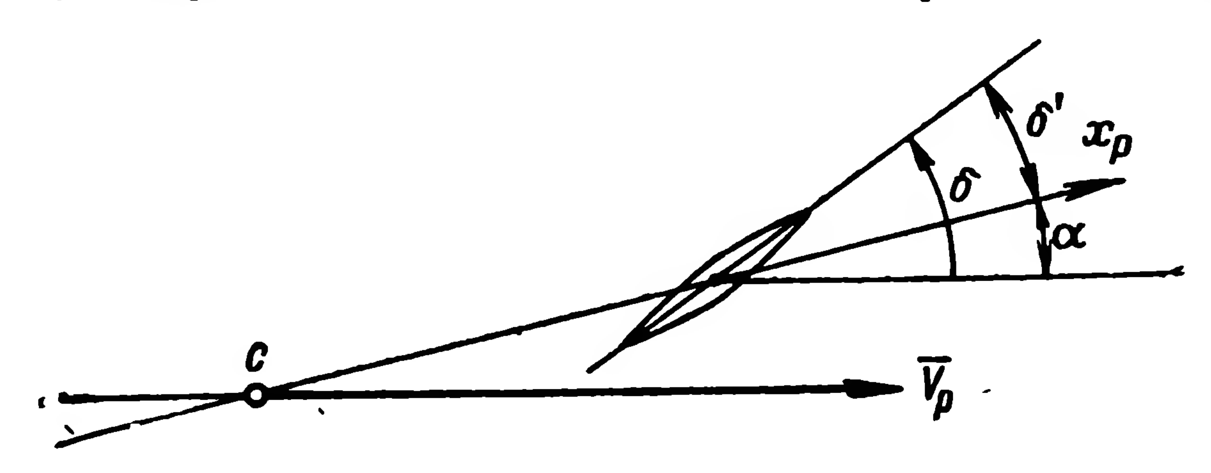


Рис. 4.15. Схема отсчета углов атаки руля

кеты, а под $M(\delta)$ момент от рулевого управления, причем угол δ будет отсчитываться от направления продольной оси ракеты.

По аналогии с выражением (4.6) можно записать уравнение моментов для схемы управления с поворотным крылом:

$$J\dot{\omega}_z = M_z(\alpha_{\text{кр}}) + M_z(\alpha) + M_z(\omega), \tag{4.8}$$

где $M_z(\alpha_{\text{кр}})$ — момент, образуемый за счет угла атаки крыла, отсчитываемого относительно оси ракеты;

$M_z(\alpha)$ — момент за счет угла атаки корпуса ракеты при крыле, закрепленном в нулевом положении;

$M_z(\omega)$ — демпфирующий момент.

Каждая из составляющих моментов может быть развернута по аналогии с выражениями (4.7*а*, *б*, *в*), полученными для рулевого управления.

§ 5. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ

1. Основные допущения

Для количественного анализа системы управления необходимо описать движение ракеты системой дифференциальных уравнений. В качестве основы при этом могут быть использованы уравнения сил и моментов, полученные ранее.

Система дифференциальных уравнений может быть упрощена и приведена к виду, позволяющему достаточно просто производить анализ системы регулирования. Характер упрощений, которые при этом допускаются, во многом зависит от методов решения. Чем более полно математическое отображение физических процессов, тем более сложно решение. Степень допущений достаточно полно и обоснованно можно оценить только конкретно для каждой системы.

Поэтому мы остановимся лишь на некоторых допущениях, которые в ряде случаев применяются в расчетах, без обоснования их приемлемости.

Кроме указанных нами в гл. II допущений, связанных с линеаризацией и «замораживанием» коэффициентов уравнений, рассматриваемых в теории регулирования, специфичным для систем управления ракетой является допущение, связанное с представлением общей задачи пространственного управления в виде независимых задач движения в курсовой и тангажной плоскостях. Кроме того, рассматривается независимо движение ракеты по крену.

Попробуем пояснить физически эти допущения для случая симметричной двухплоскостной ракеты.

Рассмотрим движение ракеты в поточных осях. При этом за ось x принимается направление вектора скорости, а за две другие оси — оси, нормальные вектору скорости и совпадающие с направлением подъемной силы, возникающей при командах по одной или другой плоскости.

Если решать задачу в этой системе координат, то условием независимости двух решений в одной и другой плоскости управления является отсутствие добавочной подъемной силы вдоль одной поперечной оси при подаче команды по другой плоскости управления.

Если это условие будет выполнено, то можно полагать, что отсутствуют физические связи между двумя плоскостями управления, а потому движение в одной и другой плоскостях может рассматриваться независимо.

Канал крена рассматривается в этом случае как «однонаправленный». Пояснить последнее можно следующим образом. При возмущениях по каналам управления в силу тех или иных причин они проникают в канал крена, но при этом обратная реакция отсутствует, т. е. колебания по крену, вызванные этими возмущениями, таковы, что они не отражаются на процессе наведения по курсу и тангажу. Общая структурная схема, соответствующая такой постановке, рассмотрена на рис. 4.16.

Таким образом, общая пространственная задача управления ракетой рассматривается в виде двух «плоских» задач управления по курсу и тангажу и управления по крену. Каналы курса и тангажа при этом являются для последнего только источниками возмущений.

Следующее допущение связано с принятием закона измене-

ния скорости в виде независимой функции времени $V_р(t)$. Это допущение может быть принято в случае, если исследуется движение ракеты вблизи определенной траектории и возмущения, определяющие скоростной режим полета ракеты, в основном известны. Это может иметь место, например, в случае, когда наведение ракеты осуществляется с неподвижного пункта и траектория цели вполне определена. Если к тому же заданы характеристики случайных возмущений, действующих на ракету, то можно полагать режим полета ракеты заданным.

Принятие такого допущения позволяет рассматривать уравнение (4.3), определяющее проекции сил на направлении вектора скорости, изолированно от уравнений подъемной силы (4.2) и моментов (4.6).

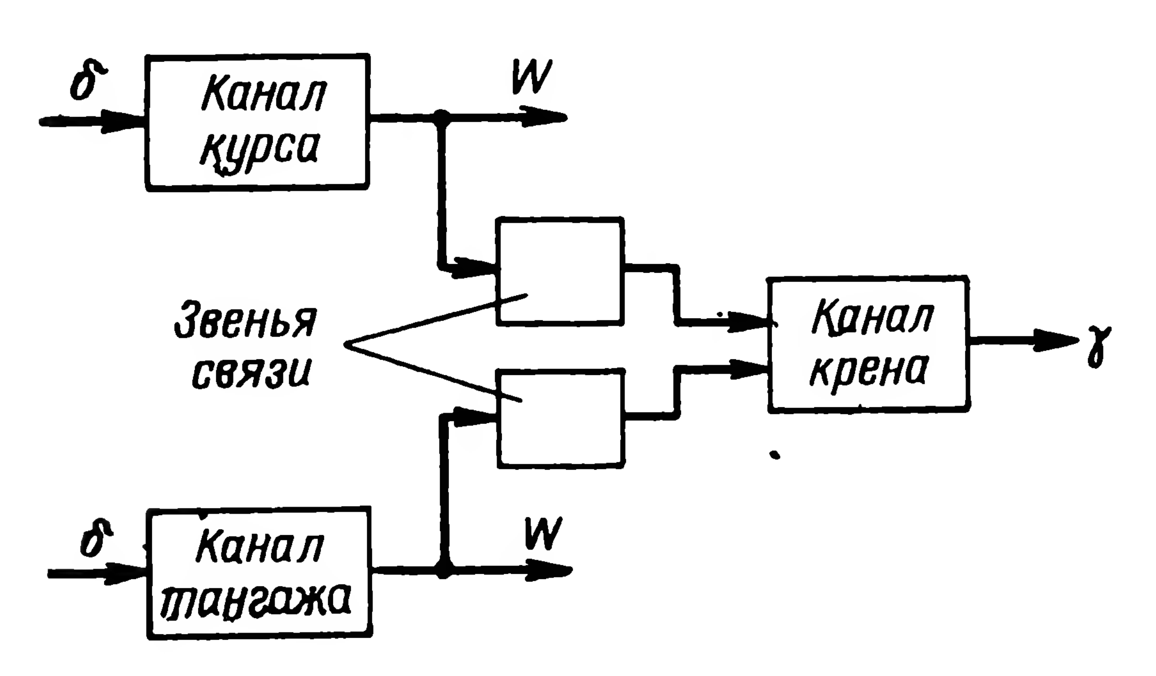


Рис. 4.16. Упрощенная структурная схема связи каналов управления ракетой с каналом крена

Для оценки этого допущения рассмотрим уравнение проекций сил на ось x (4.3), которое по сути дела определяет закон изменения скорости по траектории.

Согласно этому уравнению

$$m\dot{V}_р = T\cos\alpha - X(\alpha) - mg\sin\Theta_р, \tag{4.9}$$

т. е. скорость $V_р$ может быть найдена только путем интегрирования системы уравнений, включающей в том числе уравнения (4.2) и (4.6), поскольку в уравнение (4.9) входят переменные α и $\Theta_р$, которые не являются заданными функциями времени. Однако при определенных условиях можно обойти эту трудность.

Если полагать α достаточно малым (10—15°), то можно считать $\cos\alpha = 1$.

При движении ракеты внутри определенной трубки траекторий можно считать угол траектории $\Theta_р$ также заданной функцией времени.

Таким образом, из трех членов правой части уравнения (4.9) два могут считаться заданными функциями времени.

Что касается $X(\alpha)$ — силы лобового сопротивления, то величина ее растет в зависимости от угла атаки весьма существенно.

Для определения $X(\alpha)$ можно использовать метод последовательных приближений. Полагая в первом приближении скорость ракеты заданной в виде функции времени, можно, решая систему уравнений, найти изменения угла α также в виде функции времени $\alpha(t)$. В случае действия случайных возмущений это будет некоторая стохастическая функция времени. Зная $\alpha(t)$, можно

перейти к $X(\alpha)$. Тогда в правой части уравнения (4.9) все члены будут являться заданными функциями времени. Интегрируя его численными методами, можно найти $V_p(t)$, которое является уже решением второго приближения. Принимая далее полученное значение $V_p(t)$ за исходное, можно повторять этот цикл до тех пор, пока расхождения между последующими решениями $V_p(t)$ не будут меньше допустимых. Несомненно, что все рассмотренные допущения имеют границы своей применимости, однако подобная «развязка» системы, т. е. изолированное рассмотрение систем уравнений, существенно упрощает исследование системы управления.

2. Уравнения движения ракеты для схемы управления с помощью рулевых устройств

Составим систему уравнений с учетом сделанных выше допущений.

Составление уравнений движения в этом случае сводится к совместной записи уравнений подъемной силы и моментов, полученных ранее, и добавлению недостающих кинематических соотношений.

В уравнение сил (4.2) следует внести некоторые уточнения с учетом дополнительной подъемной силы, образующейся за счет руля. Об этом мы уже говорили выше. Величина ее незначительна и в большинстве случаев ею можно пренебрегать, однако для строгости дальнейших рассуждений ее целесообразно учесть.

При этом следует провести те же рассуждения в отношении начала отсчета угла δ, которые мы сделали выше при рассмотрении уравнений моментов.

С учетом сказанного уравнения сил (4.2) и моментов (4.6) будут иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} mW &= -mg\cos\theta_p + Y(\alpha) + T\sin\alpha + Y(\delta), \\ J\dot{\omega} &= M(\delta) + M(\alpha) + M(\omega). \end{aligned}\right\} \qquad (4.10)$$

В обоих уравнениях угол руля δ отсчитывается от оси ракеты, а $Y(\alpha)$ и $M(\alpha)$ являются суммарными характеристиками, полученными от всего оперения ракеты, при закрепленном руле.

Полученная система основных уравнений должна быть дополнена геометрическим соотношением $\alpha = \vartheta - \Theta_p$, вытекающим из рис. 4.17. Поскольку выражение для нормального ускорения имеет вид $W = V_p\dot{\Theta}_p$, то полная система уравнений, описывающая движение ракеты, запишется в виде:

$$\left.\begin{aligned} mV_p\dot{\Theta}_p + mg\cos\Theta_p &= Y(\alpha) + T\sin\alpha + Y(\delta), \\ J\dot{\omega} &= M_z(\delta) + M_z(\alpha) + M_z(\omega), \\ \alpha &= \vartheta - \Theta_p, \end{aligned}\right\} \qquad (4.11)$$

где α — угол атаки, отсчитываемый в поточной системе коорди нат;

$\Theta_р$ — угол траектории ракеты между направлением вектор скорости ракеты $\bar{V}_р$ и некоторым выбранным направле нием отсчета OO';

ϑ — угол между осью ракеты и направлением OO';

δ — угол отклонений руля от оси ракеты.

При составлении полной системы уравнений имелось в виду что в соответствии с принятым допущением скорость принимаетс

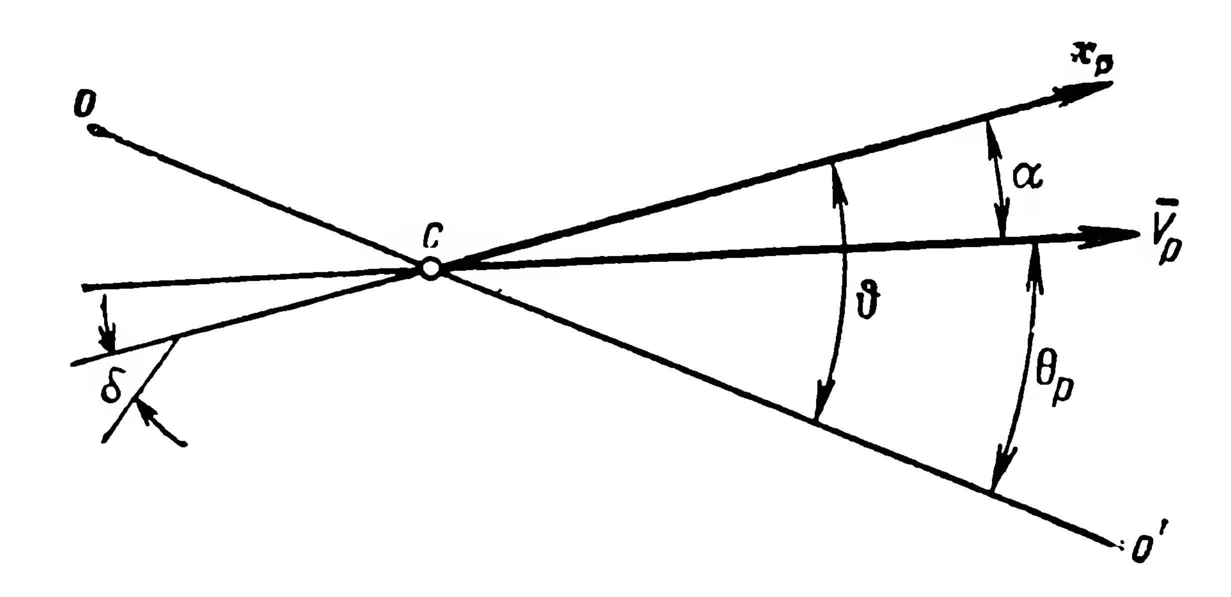


Рис. 4.17. Основные углы, входящие в уравнения ракеты:

$x_р$ — ось ракеты; $\bar{V}_р$ — вектор скорости ракеты; OO' — координатная ось для отсчета углов; α — угол атаки; $\Theta_р$ — курсовой угол; ϑ — угол оси ракеты; δ — угол руля

в виде независимой функции времени $V_р = V_р(t)$, а потому из си стемы уравнений выпало уравнение сил в проекции на продольную ось (4.3).

Отметим, что первое уравнение системы (4.11) справедливо для вертикальной (тангажной) плоскости.

Для горизонтальной курсовой плоскости это уравнение перепи шется в виде

$$mV_р\dot{\Theta}_р = Y(\alpha) + T\sin\alpha + Y(\delta), \qquad (4.12)$$

так как влиянием веса здесь можно пренебречь.

Рассмотрим правила знаков для уравнения сил и моментов.

Примем положительными углы, угловые скорости и мо менты, отсчитываемые против часовой стрелки, силы, действующи вверх.

Используя это положение, нетрудно видеть, что зна функций $Y(\alpha)$, $M(\alpha)$ и $Y(\delta)$ совпадает со знаком α и δ (рис 4.18, *а*, *б*).

Функции $M(\delta)$ положительны при $\delta > 0$ для схемы «утка» и от рицательны для нормальной схемы (рис. 4.18, *в*).

Момент $M(\omega)$, создаваемый угловой скоростью ω, поскольку он препятствует движению, имеет при $\omega > 0$ отрицательное значение (рис. 4.18, *г*).

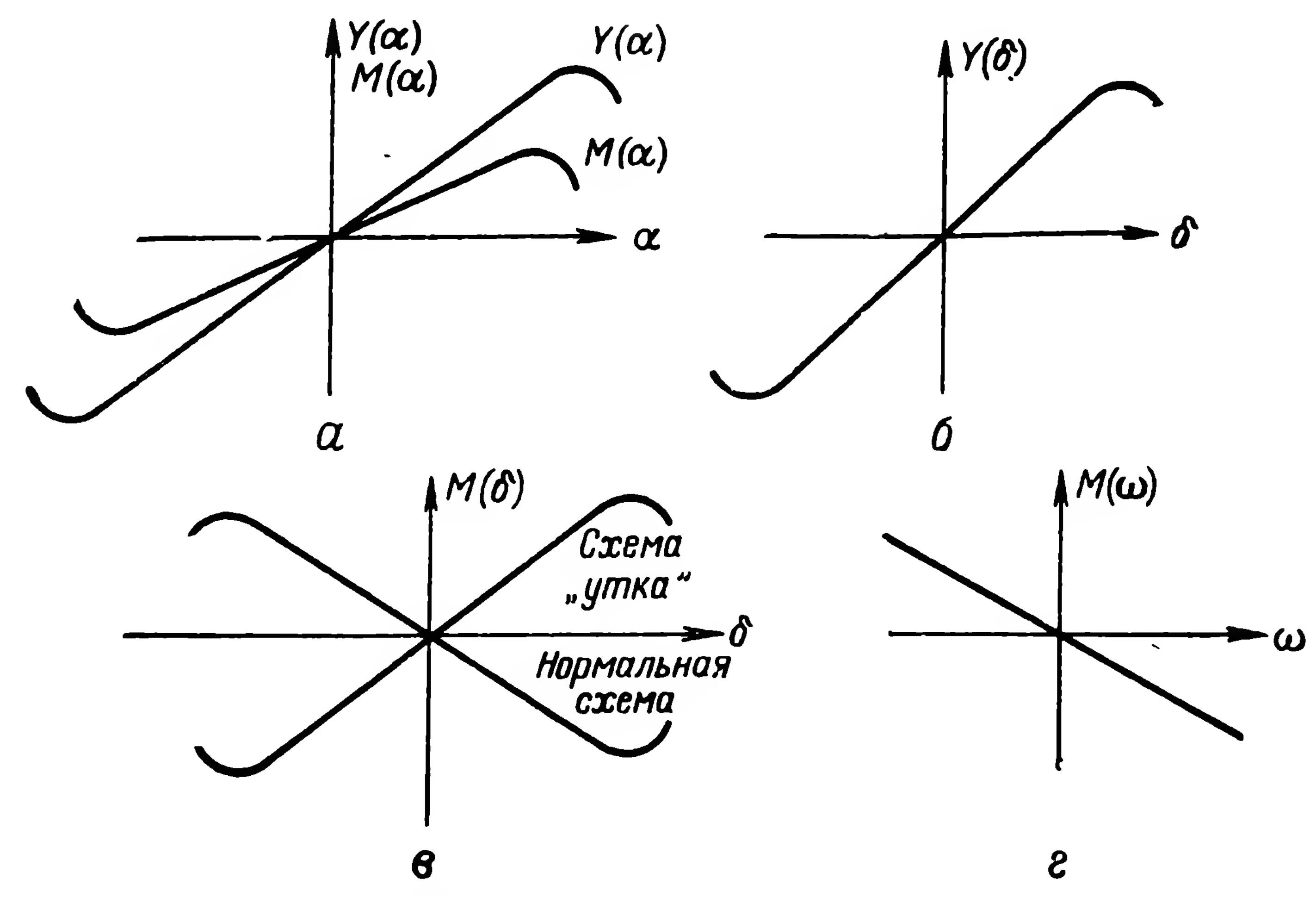


Рис. 4.18. К пояснению правила знаков

3. Уравнения движения ракеты для схемы с поворотным крылом

Как и для первого случая, будем полагать, что скорость может быть принята в виде независимой функции времени $V_р = V_р(t)$.

Схемы образования аэродинамических сил и моментов для этого случая нами были пояснены в § 4. Уравнение моментов определено выражением (4.8). Что касается уравнений сил, то они записываются по аналогии с выражением (4.11), если заменить в нем отклонение руля δ углом атаки крыла. Исходя из этого, система уравнений для схемы «поворотное крыло» может быть записана в виде

$$\left.\begin{aligned} mV_р\dot{\Theta}_р + mg\cos\Theta_р &= Y(\alpha_{кр}) + Y(\alpha) + T\sin\alpha, \\ J\dot{\omega}_z &= M_z(\alpha_{кр}) + M_z(\alpha) + M_z(\omega), \\ \alpha &= \vartheta - \Theta_р, \end{aligned}\right\} \quad (4.13)$$

где α — угол атаки корпуса ракеты (рис. 4.14);

$\alpha_{кр}$ — угол атаки крыла;

ϑ и $\Theta_р$ — углы ракеты и касательной траектории, оговоренные ранее.

Сравнение уравнений (4.13) и (4.11) показывает полное совпадение их структуры.

Заметим, что аналогия систем уравнений (4.11) и (4.13) носит формальный характер, поскольку, как уже указывалось, составляющая сил $Y(\delta)$ имеет относительно малое значение, тогда как $Y(\alpha_{кр})$ является определяющей.

Однако то обстоятельство, что уравнения имеют аналогичный вид, позволит нам в дальнейшем упростить процесс исследований, распространяя результаты преобразования систем уравнений для одной схемы на другую.

Для полученной системы уравнений (4.13) справедливы все приведенные выше рассуждения в отношении углов отсчета и правила знаков.

При этом угол $\alpha_{кр}$ отсчитывается от оси ракеты, а функция $M_z(\alpha)$ является полным моментом при закрепленном крыле $(\alpha_{кр} = 0)$.

В случае если центр давления на крыле расположен впереди центра тяжести, мы переходим к схеме «утка», если позади — к нормальной схеме. Соответственно меняется знак функции $M_z(\alpha_{кр})$ (по аналогии с $M_z(\delta)$.

4. Структурные схемы исходных систем уравнений

Перейдем к построению математических моделей, соответствующих полученным системам уравнений. Начнем рассмотрение с системы (4.11).

Полученная система уравнений является нелинейной в силу того обстоятельства, что в нее входят тригонометрические функции $\cos\Theta_р$ и $\sin\alpha$, нелинейные зависимости сил и моментов от угла атаки (α) и отклонения руля (δ).

На основании полученной системы уравнений может быть построена структурная схема математической модели ракеты. «Входом» математической модели будет являться угол отклонения руля δ. В качестве выхода принимается нормальное ускорение W, равное $W = V_р \cdot \dot{\Theta}_р$. Система уравнений (4.11) для схемы с рулевыми устройствами может быть переписана в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} &W = \frac{Y(\alpha)}{m} + \frac{T}{m}\sin\alpha - g\cos\Theta_р + \frac{Y(\delta)}{m};\\ &\dot{\omega} = \frac{M_z(\delta)}{J} + \frac{M_z(\alpha)}{J} + \frac{M_z(\omega)}{J};\\ &\alpha = \vartheta - \Theta_р. \end{aligned}\right\} \qquad (4.14)$$

Указанная система уравнений может быть дополнена очевидными равенствами, записанными в символическом виде:

$$\omega = \frac{1}{p}\dot{\omega}; \quad \vartheta = \frac{1}{p}\omega; \quad \Theta_р = \frac{1}{p}\dot{\Theta}_р,$$

где $\frac{1}{p}$ — символ операции интегрирования.

Каждое из уравнений (4.14) может быть представлено в виде структурной схемы (рис. 4.19).

Объединим три полученные структурные схемы. Если система уравнений составлена правильно, то согласно условию система

должна иметь только одну независимую входную связь δ и одну выходную W.

Нетрудно показать, что, будучи объединены, эти три структурные схемы удовлетворяют поставленному условию.

Действительно, на первой и второй структурных схемах необходимо подключить связи по α. Они получаются из схемы «*в*». Выходная связь ϑ из второй структурной схемы («*б*») замыкается

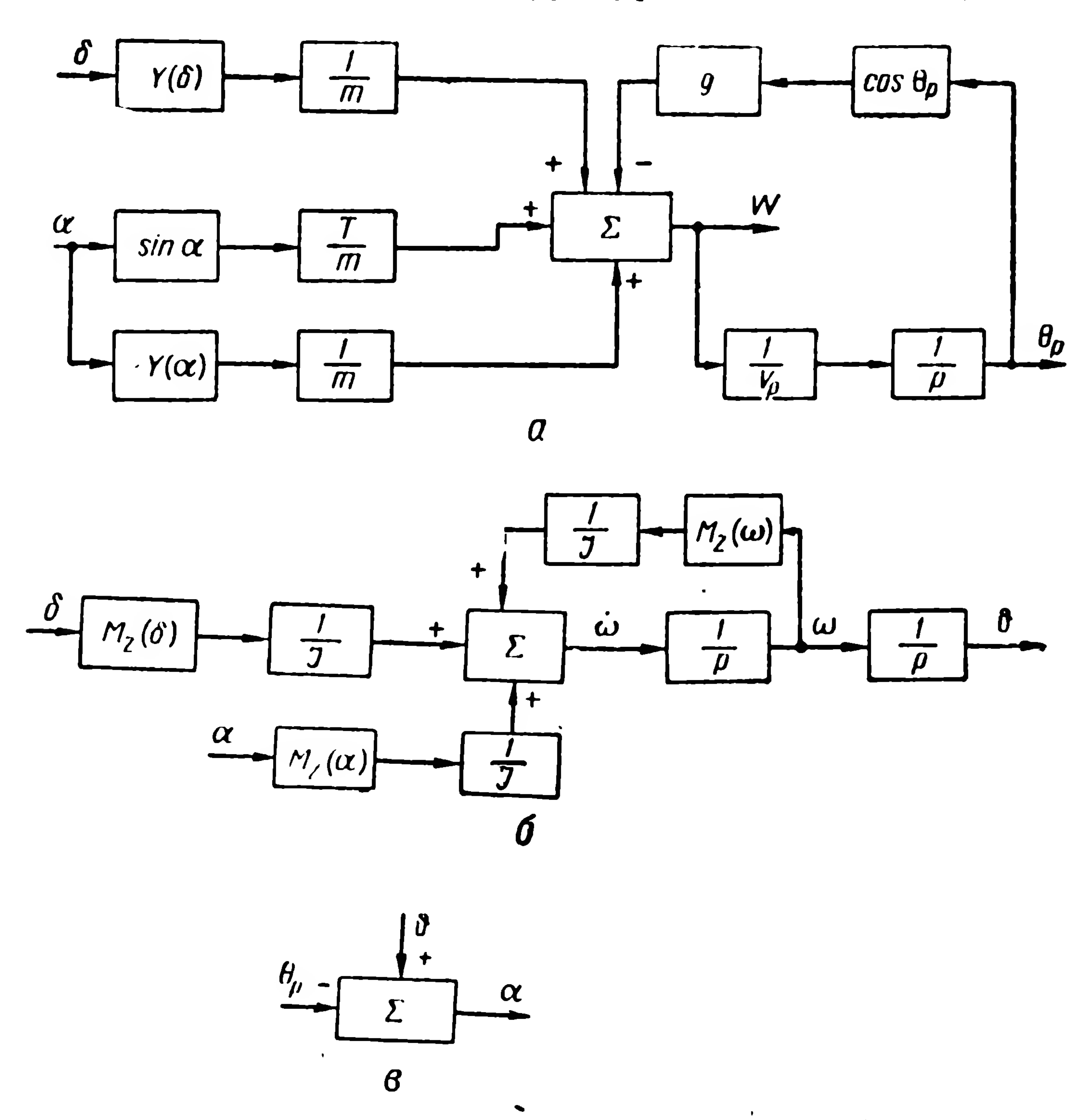


Рис. 4.19. Структурные схемы уравнений движения ракеты с рулевым управлением

на третью схему. Значение входной связи Θ_p для схемы «*в*» получается из первой схемы («*а*»).

Объединение трех структурных схем в одну даст структурную схему ракеты, изображенную на рис. 4.20.

Нетрудно провести аналогичные рассуждения для схемы «поворотное крыло».

Входным сигналом в рассматриваемом случае является угол атаки крыла $\alpha_{кр}$, выходом, как и в предыдущем варианте, — нормальное ускорение W. В силу указанной ранее аналогии систем уравнений (4.11) и (4.13) структурная схема, изображенная на рис. 4.20, может быть переписана для рассматриваемого случая в виде, изображенном на рис. 4.21.

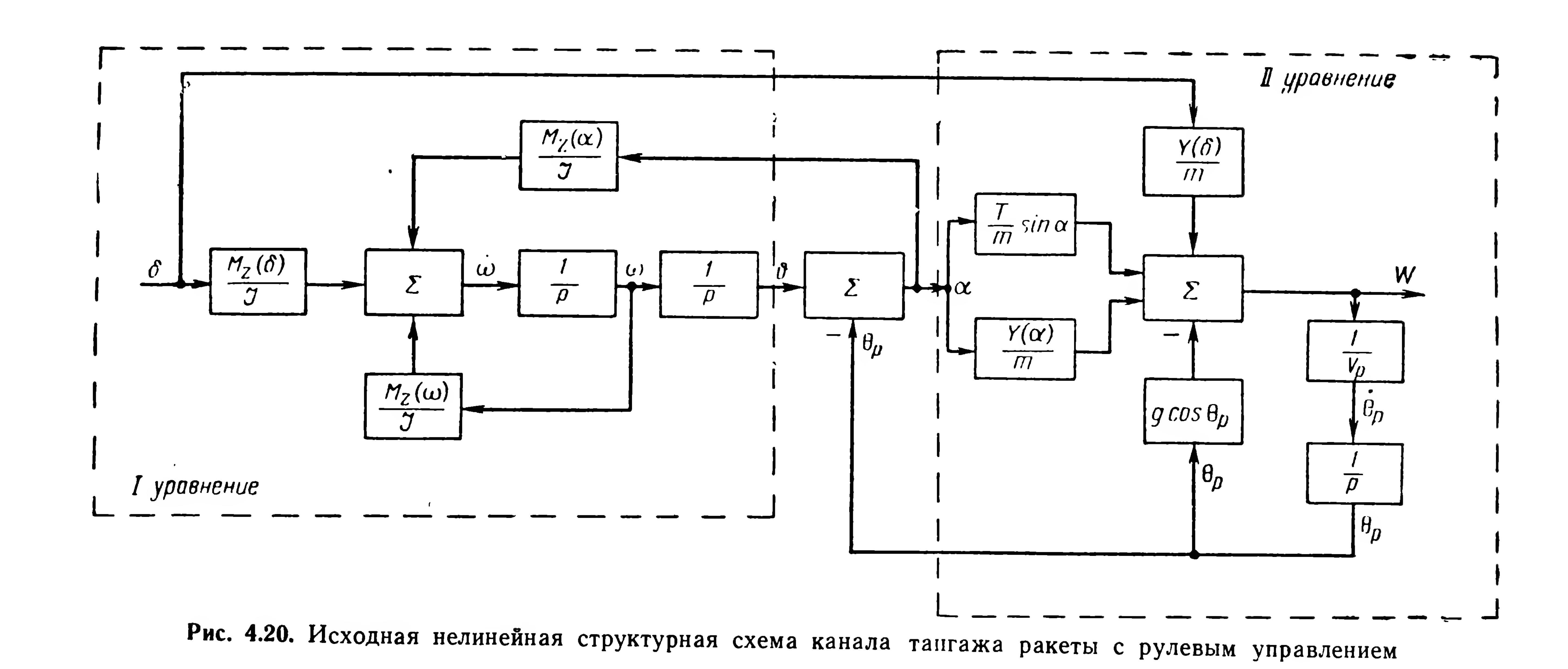


Рис. 4.20. Исходная нелинейная структурная схема канала тангажа ракеты с рулевым управлением

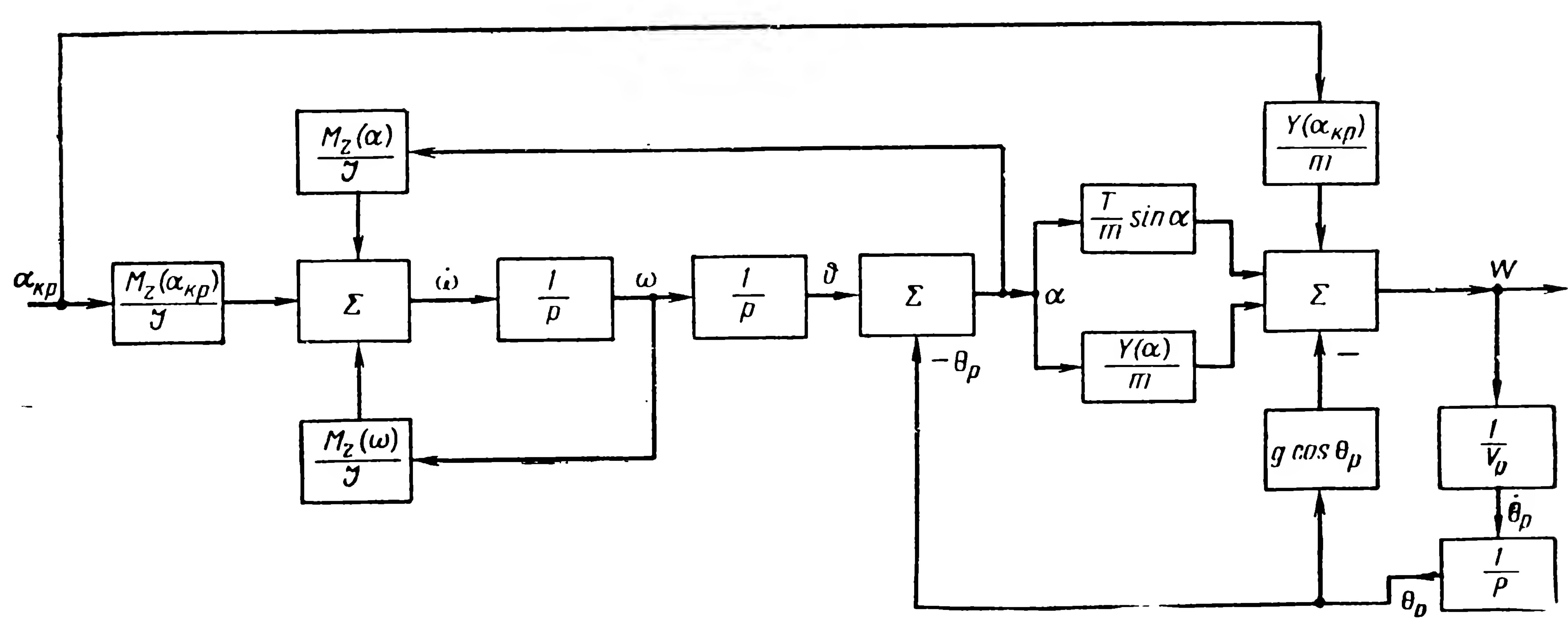


Рис. 4.21. Исходная нелинейная структурная схема канала тангажа ракеты с поворотным крылом

Таким образом, формально схемы, изображенные на рис. 4.20 и рис. 4.21, полностью аналогичны.

Качественно разница заключается, как указывалось, в весах коэффициентов подъемной силы $Y(\alpha_{кр})$ и $Y(\delta)$.

Эта ветвь отображена на структурной схеме прямой связью с входа на выход (W), шунтирующей весь контур ракеты, через безынерционное звено $\frac{Y(\alpha_{кр})}{m}$ и $\frac{Y(\delta)}{m}$.

Для управления с помощью рулевых устройств эта связь практически отсутствует и величина W является результатом прохождения сигнала δ через всю структурную схему, включающую ряд инерционных звеньев. Для управления же по схеме «поворотное крыло» эта шунтирующая безынерционная связь является определяющей.

Полученные структурные схемы отображают математическую модель ракеты и могут быть использованы для моделирования процесса управления.

Заметим, что значения нелинейных характеристик M и Y могут быть заданы либо таблично или графически в виде значений, непосредственно полученных опытным путем, либо в виде некоторой их математической аппроксимации. Знаки этих функций для различного типа ракет нами уже оговаривались выше и представлены на рис. 4.18.

Использовать полученные системы уравнений и их математические структуры для аналитических исследований в силу указанных выше нелинейностей не представляется возможным. Поэтому следующим этапом преобразования, которое будет рассматриваться в следующем параграфе, является приведение полученных схем и систем уравнений к линейному виду и нахождение соответствующих передаточных функций.

5. Канал крена

Входным возмущением для канала крена являются возмущающие моменты, связанные с работой каналов тангажа и крена (рис. 4.22). Выходным сигналом является угол крена γ. Парирующие моменты создаются элеронами $M_{эл}$. Уравнение канала крена может быть записано для симметричной ракеты в виде уравнений моментов относительно ее продольной оси:

$$J_x \dot{\omega}_x = M_x(\omega_x) + M_x(\delta_{эл}) + M_{x_{возм}}, \qquad (4.15)$$

где ω_x — угловая скорость вращения по крену $\omega_x = \dot{\gamma}$;
$M_x(\delta_{эл})$ — момент, создаваемый элеронами;
$M_{x_{возм}}$ — возмущающий момент по каналу крена;
$M_x(\omega_x)$ — демпфирующий момент.

На рис. 4.22 представлена структурная схема, соответствующая уравнению (4.15).

Нетрудно видеть, что полученная структурная схема имеет незаконченный вид, поскольку она имеет входные сигналы, один из которых ($\delta_{эл}$) не может быть отнесен к независимым входным сигналам.

Это несоответствие устраняется путем введения связи $\gamma \to \delta_{эл}$, имеющей место за счет гироскопической системы стабилизации, вырабатывающей сигнал рассогласования как функцию угла крена γ.

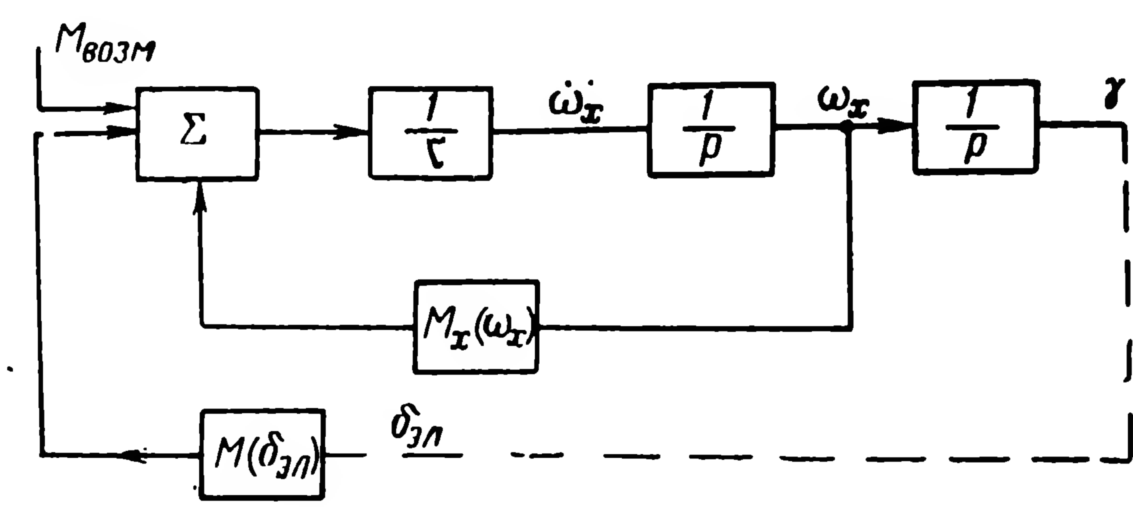


Рис. 4.22. Исходная нелинейная структурная схема канала крена ракеты

На схеме эта связь указана пунктиром. Математическое описание и структурная схема этой связи рассматриваются в разделе, посвященном схемам стабилизации.

§ 6. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ РАКЕТЫ

1. Схема с рулевым управлением

Перепишем систему уравнений (4.11):

$$\left.\begin{aligned} mV_p\dot{\Theta}_p + mg\cos\Theta_p &= Y(\alpha) + T\sin\alpha + Y(\delta); \\ J\dot{\omega}_z &= M_z(\delta) + M_z(\alpha) + M_z(\omega); \\ \alpha &= \vartheta - \Theta_p. \end{aligned}\right\} \qquad (4.16)$$

Принимаем $V_p = V_p(t)$.

Выражение для подъемной силы $Y(\alpha)$ нами было получено в уравнении (4.1). Выражение для $Y(\delta)$ может быть записано аналогичным образом. Выражения для моментных характеристик были получены в уравнениях (4.7 *а, б, в*). С учетом этих выражений значения подъемных сил и моментов, входящих в систему (4.16), могут быть переписаны в виде:

$$\left.\begin{aligned} Y(\alpha) &= qSc_y(\alpha); \\ Y(\delta) &= qSc_y(\delta); \\ M_z(\alpha) &= qSlm_z(\alpha); \\ M_z(\delta) &= qSlm_z(\delta); \\ M_z(\omega) &= \frac{q}{V_p}Sl^2m_z^{\omega}\omega. \end{aligned}\right\} \qquad (4.17)$$

c_y и m_z безразмерные коэффициенты подъемной силы и моментов (крыла и руля). Эти аэродинамические коэффициенты

полностью отражают нелинейную зависимость подъемной силы и моментов от угла атаки и угла руля, а также являются функцией скорости (числа Маха) и времени.

Рассмотрим, как можно линеаризовать уравнения (4.16) и (4.17).

Первое допущение, которое следует принять, заключается в исключении из уравнений движения в вертикальной плоскости весового члена $mg\cos\Theta_р$, т. е. привести системы уравнений, соответствующие вертикальной (тангажной) и горизонтальной (курсовой) плоскостям, к одному виду.

При этом можно исходить из следующих физических соображений. Сила тяжести является систематической, медленно изменяющейся силой, а потому в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут различны лишь условия движения в установившемся режиме. Будет как бы смещена рабочая точка, относительно которой мы рассматриваем интересующий нас процесс.

Если это смещение не существенно и не уводит в область нелинейностей, то реакции ракеты на входные возмущения будут практически одинаковы в обеих плоскостях. Для нашего случая это будет означать следующее. Пусть на борт симметричной ракеты, одна из плоскостей управления которого вертикальна, а другая горизонтальна, поступают две одинаковые команды по курсу и тангажу. Тогда мы вправе ожидать, что реакции ракеты в обеих плоскостях на эти команды будут практически одинаковы, т. е. различие не превосходит значений допусков на элементы ракеты. Выполнение этих условий и позволяет нам использовать в качестве исходного уравнение движения для горизонтальной плоскости.

Вторым допущением, которое будет нами принято для линеаризации, является допущение о малости угла атаки α.

Непосредственным следствием этого допущения является возможность избавиться от второго тригонометрического члена в уравнениях сил, выразив $\sin\alpha$ через аргумент α.

Следующие допущения связаны с линеаризацией аэродинамических коэффициентов подъемной силы и моментов $c_y(\alpha)$, $c_y(\delta)$, $m_z(\alpha)$ и $m_z(\delta)$, входящих в выражение для моментов и сил (4.17).

Эти аэродинамические коэффициенты являются опытными характеристиками и могут быть получены на основе продувок моделей ракет в аэродинамических грубах (примерный вид зависимости $c_y(\alpha)$ был представлен на рис. 4.4). В пределах определенных углов атаки α и отклонений руля δ эти зависимости близки к линейным. Поэтому они могут быть в этих линейных пределах аппроксимированы в виде

$$c_y(\alpha) = c_y^{\alpha}\alpha,$$

$$c_y(\delta) = c_y^{\delta}\delta,$$

$$m_z(\alpha) = m_z^{\alpha}\alpha,$$

$$m_z(\delta) = m_z^{\delta}\delta,$$

где коэффициенты c_y^α, c_y^δ, m_z^α, m_z^δ являются тангенсами углов касательных к соответствующим кривым и называются производными аэродинамических коэффициентов.

Линеаризация аэродинамических коэффициентов, как видим, возможна в пределах линейной зависимости аэродинамических коэффициентов от аргументов.

В том случае когда значения углов атаки выходят за пределы линейных зависимостей, точность линеаризованных методов начинает резко падать. Пределы допустимых отклонений определяются требуемой точностью результатов. Проверка точности расчета в этом случае проводится путем сравнения результатов решения линеаризованной системы с решением полной системы уравнений. Последнее может быть осуществлено на базе использования цифровых машин либо электронных моделирующих стендов.

Иногда можно подобрать некоторую среднюю эквивалентную крутизну преобразования $c_{y_{\text{экв}}}^\alpha$. При этом $c_y(\alpha)$ находится как $c_y(\alpha) = c_{y_{\text{экв}}}^\alpha \alpha$.

Подбор коэффициента пропорциональности $c_{y_{\text{экв}}}^\alpha$ производится графически выбором некоторой средней крутизны либо математически с помощью гармонического анализа. Для этой цели задаются законом изменения $\alpha(t)$ в виде гармонической функции. Тогда функция $c_y(t)$ станет также некоторой периодической функцией. Отношение амплитуды первой гармоники $c_y(t)$ к амплитуде входного сигнала (α) и дает нам эквивалентную крутизну $c_{y_{\text{экв}}}^\alpha$. При использовании этого метода предполагается, что вторые гармоники подавляются последующими инерционными звеньями.

Производные аэродинамических коэффициентов являются с учетом указанных допущений функцией числа Маха.

Коэффициенты m_z^α и m_z^δ, кроме того, могут быть также связаны определенной зависимостью со временем в силу того обстоятельства, что по мере выгорания топлива в ракете может меняться ее центровка, т. е. место положения центра тяжести, а следовательно, и плечи сил, действующих на крыле и рулевом оперении. Характер зависимости производных аэродинамических коэффициентов от числа Маха близок к зависимости, изображенной ранее на рис. 4.5. Резкий рост отмечается вблизи звукового барьера при $M = 1$.

Введем еще одно условие в отношении знаков всех производных аэродинамических коэффициентов.

Условимся считать все аэродинамические коэффициенты положительными величинами. Тогда с учетом знаков функций, приведенных на рис. 4.18, в уравнениях сил для всех типов аэродинамических схем все члены в правой части будут иметь положительный знак.

В уравнениях моментов в правой части для всех аэродинамических схем будет знак минус перед членом, пропорциональным ω.

Для нормальной схемы знак минус будет также перед членом, пропорциональным δ.

Аналогично последнему для схем с поворотным крылом при расположении центра давления на крыле позади центра тяжести (эквивалентно нормальной схеме) знак минус будет перед членом, пропорциональным $\alpha_{\text{кр}}$.

Вернемся к вопросу линеаризации уравнений. С учетом линейной аппроксимации аэродинамических коэффициентов, соображений в отношении эквивалентности горизонтальной и вертикальной плоскостей, а также правил знаков исходная система уравнений (4.16) и 4.17) для случая нормальной схемы перепишется в виде:

$$\left.\begin{aligned} mV_{\text{р}}\dot{\Theta}_{\text{р}} &= (qSc_y^{\alpha} + T)\,\alpha + qSc_y^{\delta}\delta; \\ J\dot{\omega} &= -qlSm_z^{\delta}\delta + qlSm_z^{\alpha}\alpha - \frac{q}{V_{\text{р}}}\,l^2Sm_z^{\omega}\omega; \\ \alpha &= \vartheta - \Theta_{\text{р}}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.18)$$

Для простоты дальнейших выкладок введем обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{qSc_y^{\alpha} + T}{mV_{\text{р}}} = d_1; \quad \frac{qSlm_z^{\delta}}{J} = d_2; \\ &\frac{qSlm_z^{\alpha}}{J} = d_3; \quad \frac{ql^2Sm_z^{\omega}}{V_{\text{р}}J} = d_4; \quad \frac{qSc_y^{\delta}}{mV_{\text{р}}} = d_5. \end{aligned}\right\} \qquad (4.19)$$

Поясним физический смысл принятых коэффициентов:

d_1 — коэффициент подъемной силы, получаемой за счет аэродинамической и газодинамической подъемных сил;

d_5 — коэффициент подъемной силы руля;

d_2 и d_3 — коэффициенты аэродинамических моментов соответственно руля и стабилизирующего момента угла атаки;

d_4 — коэффициент демпфирующего момента за счет угловой скорости вращения ракеты.

С учетом введенных обозначений система уравнений (4.18) перепишется в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\Theta}_{\text{р}} &= d_1\alpha + d_5\delta; \\ \dot{\omega} &= -d_2\delta + d_3\alpha - d_4\omega; \\ \alpha &= \vartheta - \Theta_{\text{р}}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.20)$$

Для схемы «утка» во втором уравнении перед первым членом правой части знак минус должен быть изменен на знак плюс.

Сравнивая полученное выражение с выражением (4.14), нетрудно видеть их структурную идентичность. Разница заключается лишь в отсутствии в первом уравнении линеаризованной системы «весового члена», а также объединении первых двух членов в урав-

нении сил в одно. Действуя по тем же принципам, можно составить структурную схему полученной системы уравнений.

Примем в качестве входного сигнала угол отклонения руля, в качестве выходного, как и прежде, нормальное ускорение $W = V_p\dot{\Theta}_p$.

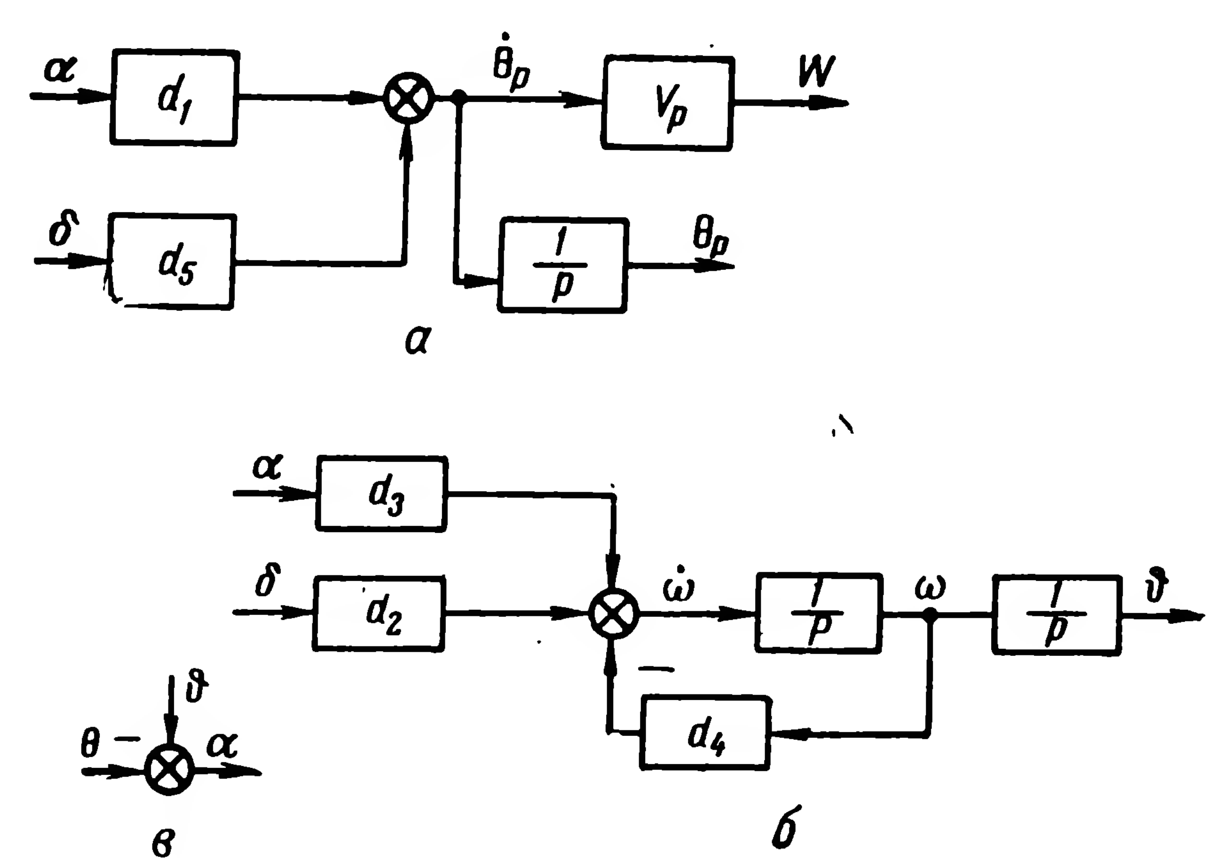


Рис. 4.23. Структурные схемы линеаризованных уравнений движения ракеты:

а — уравнение сил; *б* — уравнение моментов; *в* — кинематическое уравнение

Линеаризованная система уравнений может быть дополнена очевидным равенством:

$$\omega = \frac{1}{p}\dot{\omega};\quad \Theta = \frac{1}{p}\omega;\quad \Theta_p = \frac{1}{p}\dot{\Theta}_p.$$

Уравнения сил, моментов и кинематическое соотношение системы (4.20) могут быть представлены в виде структурных схем, изображенных на рис. 4.23 (*а*, *б*, *в*).

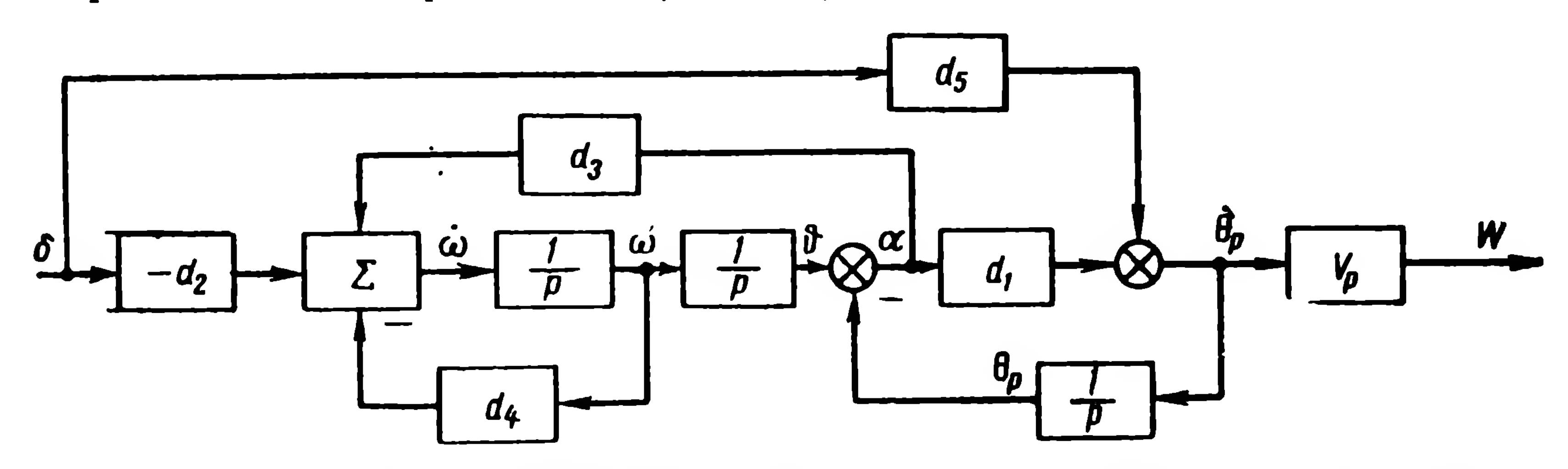


Рис. 4.24. Линейная структурная схема ракеты с рулевым управлением

Объединив три структурные схемы, имеем структурную схему в виде, изображенном на рис. 4.24. Она может служить основой для моделирования линеаризованной системы с переменными во времени коэффициентами d_1, d_2, d_3, d_4, d_5. Поясним последнее обстоятельство.

Коэффициенты d_i структурной схемы являются функцией аэродинамических коэффициентов c_i и m_i и скоростного напора q (4.19).

В свою очередь аэродинамические коэффициенты являются функцией числа М (т. е. скорости) и времени, а скоростной напор $q = \frac{\rho V_p^2}{2}$ — функцией скорости и плотности атмосферы (т. е. высоты).

Если считать траекторию полета заданной, то скорость и высота будут являться также заданной функцией времени. Следовательно,

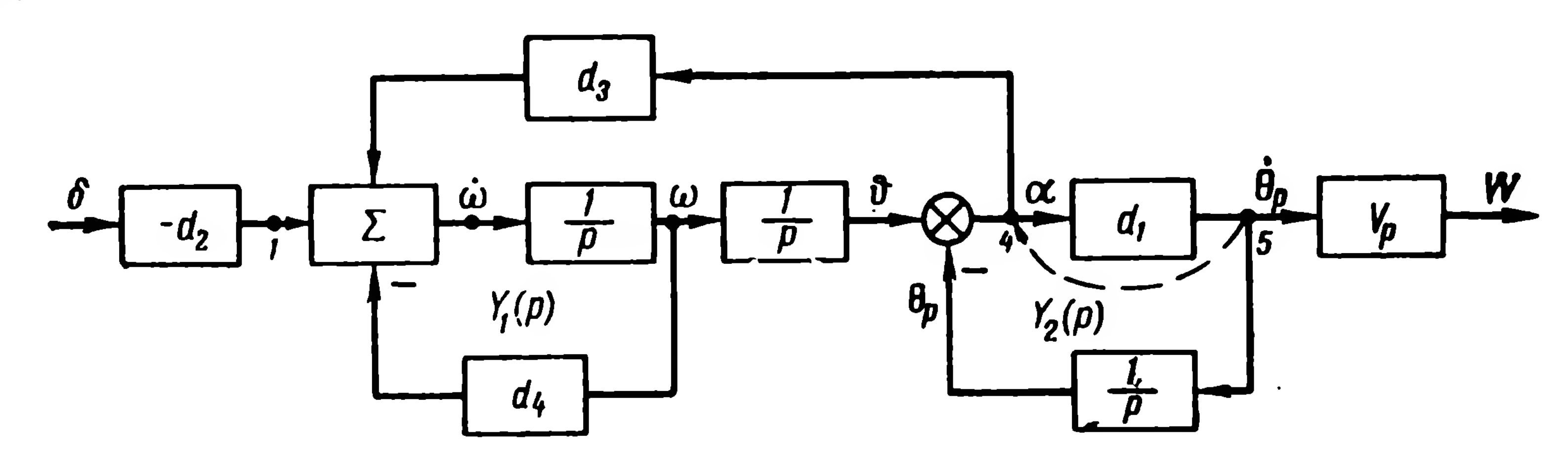


Рис. 4.25. Упрощенная линейная структурная схема ракеты с рулевым управлением

и все коэффициенты d_i будут также являться заданными функциями времени.

Перейдем к рассмотрению передаточных функций, соответствующих полученной структурной схеме.

Предварительно упростим несколько структурную схему, представленную на рис. 4.24. Пренебрежем в уравнении сил подъем-

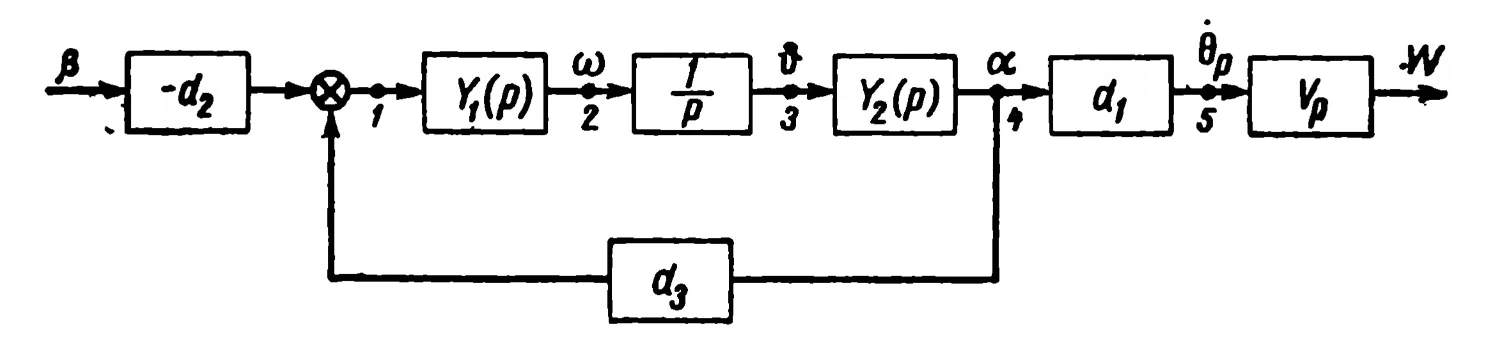


Рис. 4.26. Свернутая линейная структурная схема ракеты с рулевым управлением

ной силой руля. Тогда коэффициент $d_5 = 0$ и структурная схема будет приведена к виду, изображенному на рис. 4.25.

Для перехода к передаточным функциям необходимо далее сделать допущение о «замораживании» коэффициентов, т. е. предположить, что на исследуемом участке времени можно считать систему стационарной, т. е. коэффициенты уравнений движения постоянными. Полученная структурная схема многопетлевая. Для упрощения задачи исходная структурная схема может быть преобразована на основании правил, изложенных в гл. II, § 5.

Для этой цели перенесем выходную связь из точки *5* в точку *4* (рис. 4.25).

Обозначив далее две малые петли операторами $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$, получим свернутую структурную схему (рис. 4.26).

Оператор $Y_1(p)$ определяет связь между точками *1* и *2* и соответствует структурной схеме, изображенной на рис. 4.27.

Передаточная функция $Y_1(p)$ согласно схеме равна

$$Y_1(p) = \frac{\frac{1}{p}}{1 + d_4 \frac{1}{p}} = \frac{1}{d_4 + p}. \tag{4.21}$$

Оператор $Y_2(p)$ определяет связь между точками *3* и *4* и имеет структурную схему, изображенную на рис. 4.28, и передаточную функцию

$$Y_2(p) = \frac{1}{1 + \frac{d_1}{p}} = \frac{p}{p + d_1}. \tag{4.22}$$

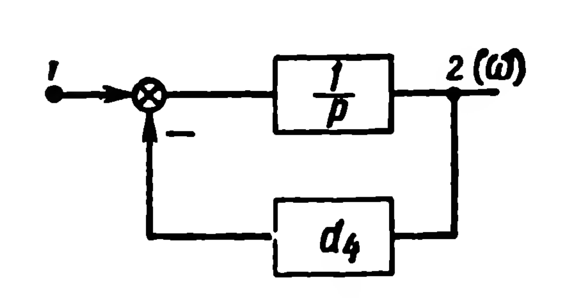


Рис. 4.27. Структурная схема участка 1-2 [оператор $Y_1(p)$]

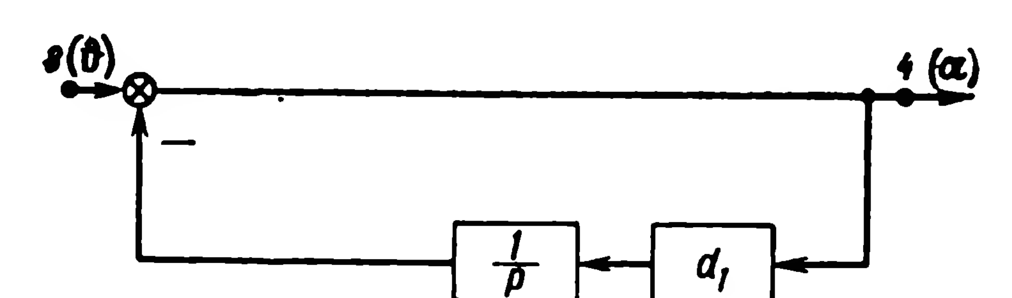


Рис. 4.28. Структурная схема участка 3-4 [оператор $Y_2(p)$]

Найдем передаточные функции связи между различными точками структурной схемы. Передаточная функция между углом отклонения руля δ и углом тангажа ϑ согласно схеме (рис. 4.26) будет равна

$$Y_\delta^\vartheta = -d_2 \frac{Y_1(p) \frac{1}{p}}{1 - Y_1(p) Y_2(p) \frac{1}{p} d_3}. \tag{4.23}$$

Подставляя вместо $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$ их значения, получим

$$Y_\delta^\vartheta = -\frac{d_2}{p(p + d_4)\left(1 - \frac{d_3}{(p + d_4)(p + d_1)}\right)} =$$

$$= -\frac{d_2(p + d_1)}{p\,[p^2 + p(d_1 + d_4) + d_4 d_1 - d_3]}. \tag{4.24}$$

Для того чтобы привести их к обычно принятому виду, необходимо в числителе и знаменателе вынести за скобки свободные члены d_1 и $d_4 d_1 - d_3$. Тогда передаточная функция в окончательном виде может быть записана в виде

$$Y_\delta^\vartheta = -\frac{K_\vartheta (T_1 p + 1)}{p\left(T_2^2 p^2 + 2T_2 \xi p + 1\right)}, \tag{4.25}$$

где

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{d_1}; \\ K_\vartheta &= \frac{d_2 d_1}{d_4 d_1 - d_3}; \\ T_2 &= \sqrt{\frac{1}{d_4 d_1 - d_3}}; \\ \xi &= \frac{1}{2}\,\frac{d_1 + d_4}{\sqrt{d_4 d_1 - d_3}}. \end{aligned}\right\} \quad (4.26)$$

Как видим, передаточная функция представляет собой цепочку из последовательно включенных форсирующего первого порядка, интегрирующего, колебательного и усилительного звеньев.

Найдем передаточную функцию связи между углом отклонения руля δ и углом атаки α. Как видно из структурной схемы рис. 4.26,

$$\alpha = \vartheta\, Y_2(p),$$

в свою очередь

$$\vartheta = Y_\delta^\vartheta(p)\,\delta.$$

Таким образом,

$$\alpha = Y_\delta^\vartheta(p)\, Y_2(p)\,\delta$$

и соответственно

$$Y_\delta^\alpha(p) = Y_\delta^\vartheta(p)\, Y_2(p).$$

Подставляя вместо $Y_\delta^\alpha(p)$ его значение (4.24), а вместо $Y_2(p)$ выражение (4.22), имеем

$$Y_\delta^\alpha(p) = \frac{\alpha}{\delta} = \frac{-d_2(p + d_1)\,p}{p\,[p^2 + p\,(d_1 + d_4) + (d_4 d_1 - d_3)]\,(p + d_1)}$$

или

$$Y_\delta^\alpha(p) = -k_\alpha \frac{1}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}, \quad (4.27)$$

где ξ и T_2 — ранее записанные коэффициенты (4.26), а

$$K_\alpha = \frac{d_2}{d_4 d_1 - d_3} = \frac{K_\vartheta}{d_1}. \quad (4.28)$$

Таким образом, связь между углом отклонения руля и углом атаки описывается колебательным звеном. Поскольку угол атаки вызывает подъемную силу, а следовательно, и нормальное ускорение, то угол отклонения руля δ связан с нормальным ускорением, развиваемым ракетой, также через колебательное звено. Количественно эта связь может быть установлена согласно структурной

схеме, изображенной на рис. 4.26. Поскольку $\dot{\Theta}_р = d_1\alpha$ и $W = V_р\dot{\Theta}_р = V_р d_1\alpha$, то

$$Y_\delta^W = \frac{W}{\delta} = Y_\delta^\alpha V_р d_1 = -K_\alpha d_1 V_р \frac{1}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}. \tag{4.29}$$

Поскольку согласно выражению (4.28) $K_\alpha \cdot d_1 = K_\vartheta$, то

$$Y_\delta^W = \frac{-K_\vartheta \cdot V_р}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)} = \frac{K_W}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}, \tag{4.30}$$

где $K_W = -K_\vartheta \cdot V_р = -K_\alpha d_1 V_р$. (4.30a)

Для исследования устойчивости ракеты без стабилизирующей бортовой аппаратуры можно рассмотреть передаточную функцию ее разомкнутой петли, которая, как видно из рис. 4.26, равна

$$Y_0(p) = Y_1(p) \cdot Y_2(p) \cdot \frac{1}{p} d_3. \tag{4.31}$$

Подставляя вместо $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$ их значения из выражений (4.21) и (4.22), получаем

$$Y_0(p) = \frac{d_3}{(p + d_1)(p + d_4)} = \frac{d_3}{p^2 + p(d_1 + d_4) + d_1 d_4} \tag{4.32}$$

или

$$Y_0(p) = \frac{K_0}{T_0^2 p^2 + 2\xi_0 T_0 p + 1},$$

где

$$\left.\begin{aligned} K_0 = \frac{d_3}{d_1 d_4}; \quad T_0 = \sqrt{\frac{1}{d_1 d_4}} \\ \text{и} \\ \xi_0 = \frac{1}{2}\frac{d_1 + d_4}{\sqrt{d_1 d_4}}. \end{aligned}\right\}. \tag{4.33}$$

Построив частотную характеристику передаточной функции $Y_0(p)$, можно определить согласно критериям устойчивости запасы устойчивости собственно ракеты по фазе и модулю.

Таким образом, нами получены основные передаточные функции, связывающие входной сигнал ракеты δ с различными точками передаточной функции ракеты. Эти передаточные характеристики будут нами использованы для составления общей передаточной функции системы, а также анализа собственных свойств ракеты.

Заметим, что полученные выражения полностью могут быть использованы и для схемы «утка». С учетом принятого правила знаков для схемы «утка» во всех выражениях для передаточных функций коэффициенты d_2 должны быть приняты с положительным знаком. Соответственно знак «—» перед выражениями (4.27) и (4.29) должен быть изменен на знак «+».

2. Схема с поворотным крылом

Линеаризованная система уравнений для схемы с поворотным крылом может быть записана с учетом допущений и правила знаков, сделанных для первой схемы, в виде

$$\left.\begin{aligned}
&mV_{\text{р}}\dot{\Theta}_{\text{р}} = qSc_y^{\alpha_{\text{кр}}} \cdot \alpha_{\text{кр}} + qSc_y^{\alpha}\alpha + T \cdot \alpha;\\
&J\dot{\omega}_z = -qlm_z^{\alpha_{\text{кр}}} \cdot \alpha_{\text{кр}} + qlSm_z^{\alpha} \cdot \alpha - qSlm_z^{\omega} \cdot \omega;\\
&V_{\text{р}} = V_{\text{р}}(t);\\
&\alpha = \vartheta - \Theta_{\text{р}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.34)$$

Заметим, что полученная система записана для ракеты, имеющей аэродинамический фокус крыла, расположенный позади центра тяжести (эквивалентно нормальной схеме). В случае если фокус крыла будет впереди центра тяжести ракеты, то с учетом принятых условий о положительности производных аэродинамических коэффициентов перед первым членом во втором уравнении знак будет изменен на обратный.

По аналогии с принятыми для схем с рулевым управлением введем обозначения

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{qSc_y^{\alpha} + T}{mV_{\text{р}}} = d_1; \quad \frac{qlSm_z^{\alpha_{\text{кр}}}}{J} = d_2; \quad \frac{qlSm_z^{\alpha}}{J} = d_3;\\
&\frac{qSc_y^{\alpha_{\text{кр}}}}{mV_{\text{р}}} = d_5; \quad \frac{ql^2Sm_z^{\omega}}{V_{\text{р}}J} = d_4,
\end{aligned}\right\} \qquad (4.35)$$

где d_1 — коэффициент аэродинамической и газодинамической сил всего корпуса ракеты вместе с крылом, установленным в нулевое положение;

d_2 и d_3 — коэффициенты аэродинамических моментов соответственно крыла и корпуса;

d_4 — коэффициент демпфирующего момента за счет угловой скорости вращения ракеты;

d_5 — коэффициент подъемной силы крыла.

С учетом принятых обозначений система уравнений (4.34) запишется так:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\Theta}_{\text{р}} = d_1\alpha + d_5\alpha_{\text{кр}};\\
&\dot{\omega}_z = -d_2\alpha_{\text{кр}} + d_3\alpha + d_4 \cdot \omega;\\
&\alpha = \vartheta - \Theta_{\text{р}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.36)$$

Сравнивая полученную систему уравнений (4.36) с линеаризованными уравнениями для систем с рулевым управлением (4.20), видим их полную идентичность после замены δ на $\alpha_{\text{кр}}$.

Соответственно и структурная схема, отображающая систему уравнений (4.36), будет полностью аналогична исходной структурной схеме, изображенной на рис. 4.24, с той лишь разницей, что входным сигналом для нее будет не угол отклонения руля δ, а угол атаки крыла $\alpha_{\text{кр}}$ (рис. 4.29).

Коэффициент d_5 в рассматриваемой схеме поворотного крыла является определяющим. Он собственно и определяет специфику схемы управления с поворотным крылом.

Напомним, что при рассмотрении предыдущей структурной схемы мы этой связью пренебрегли.

Проведем структурные преобразования исходной схемы, необходимые для получения передаточных функций ракеты.

Рассматриваемая структурная схема более сложна, чем рассмотренная нами ранее (рис. 4.25), поэтому ее структурное преобразование произведем в несколько этапов.

1-й этап. Перенесем входную связь с сумматора Σ_3 (рис. 4.29) через точку разветвления *8*, после этой операции выходную связь из точки *8* перенесем в точку *6*. Одновременно свер-

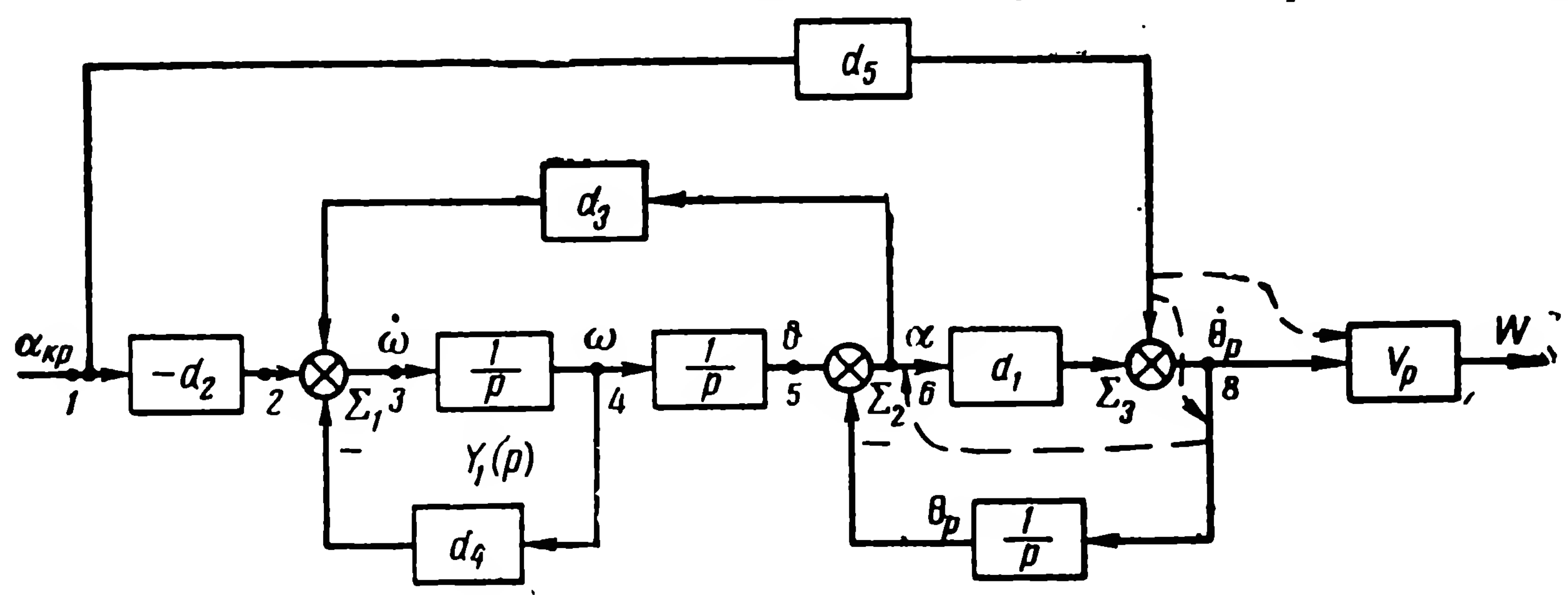


Рис. 4.29. Линейная структурная схема ракеты с поворотным крылом

нем первую замкнутую цепь, обозначив ее оператором $Y_1(p)$ (между точками *2* и *4*). В результате этих операций получим эквивалентную структурную схему, изображенную на рис. 4.30, *а*.

2-й этап. Перенесем входную связь с сумматора Σ_2 в точку *2* на вход оператора $Y_1(p)$; одновременно свернем вторую замкнутую цепь, обозначив ее оператором $Y_2(p)$ (рис. 4.30, *б*).

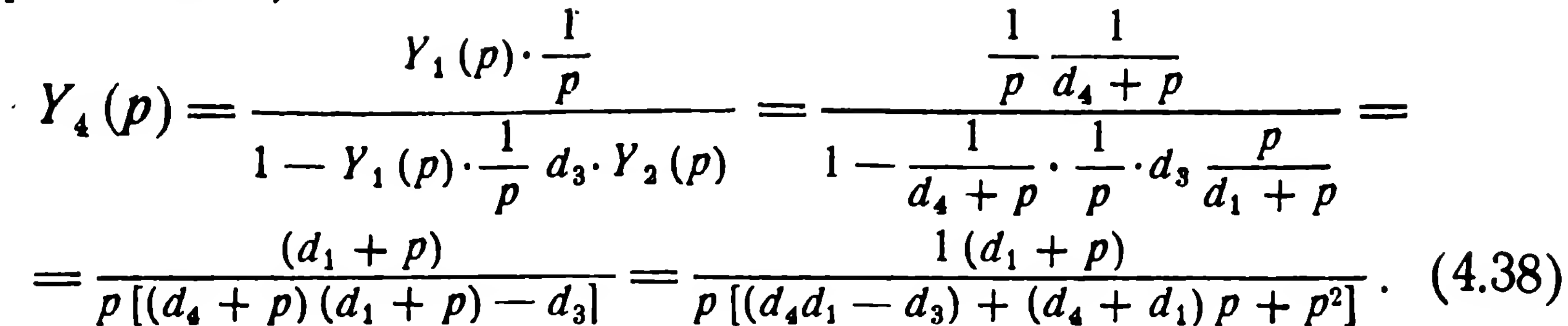
3-й этап. Объединим две прямые входные связи, подключенные к оператору $Y_1(p)$, обозначив их оператором $Y_3(p)$, и перенесем выходную связь из точки *6* в точку *5*.

В результате трех этапов структурных преобразований получаем свернутую структурную схему, представленную на рис. 4.30, *в*.

Согласно рис. 4.29, 4.30, операторы $Y_1(p)$, $Y_2(p)$ и $Y_3(p)$ имеют следующие значения.

$$\left.\begin{aligned} Y_1(p) &= \frac{\frac{1}{p}}{1 + d_4\frac{1}{p}} = \frac{1}{d_4 + p};\\ Y_2(p) &= \frac{1}{1 + d_1\frac{1}{p}} = \frac{p}{d_1 + p};\\ Y_3(p) &= -\left(d_2 + d_5\frac{1}{Y_1(p)}\right) = -[d_2 + d_5(d_4 + p)] =\\ &= -(d_2 + d_5 d_4 + d_5 p). \end{aligned}\right\} \quad (4.37)$$

Найдем оператор $Y_4(p)$ замкнутой петли, связывающий точки 2 и 5 (рис. 4.30, *в*):



$$Y_4(p)=\frac{Y_1(p)\cdot\frac{1}{p}}{1-Y_1(p)\cdot\frac{1}{p}\,d_3\cdot Y_2(p)}=\frac{\frac{1}{p}\,\frac{1}{d_4+p}}{1-\frac{1}{d_4+p}\cdot\frac{1}{p}\cdot d_3\,\frac{p}{d_1+p}}=$$

$$=\frac{(d_1+p)}{p\,[(d_4+p)(d_1+p)-d_3]}=\frac{1\,(d_1+p)}{p\,[(d_4d_1-d_3)+(d_4+d_1)\,p+p^2]}. \qquad (4.38)$$

Рис. 4.30. Преобразование линейной структурной схемы ракеты с поворотным крылом

Заменив в структурной схеме, изображенной на рис. 4.30, *в*, оператором $Y_4(p)$ замкнутую петлю, получим в окончательном виде свернутую структурную схему (рис. 4.31).

Структурная схема, представленная на рис. 4.31, сформирована таким образом, что позволяет получить любые интересующие нас связи между входным сигналом $\alpha_{кр}$ и любым из параметров ракеты (ϑ, α, $\dot\Theta_р$, W). Согласно этой структурной схеме

$$\left.\begin{aligned}
&Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}=Y_3(p)\,Y_4(p);\\
&Y^{\alpha}_{\alpha_{кр}}=Y_3(p)\,Y_4(p)\cdot Y_2(p)=Y^{\vartheta}_{\alpha}Y_2(p);\\
&Y^{W}_{\alpha_{кр}}=[d_5+Y_3(p)\,Y_4(p)\cdot Y_2(p)\,d_1]\,V_р=(d_5+Y^{\alpha}_{\alpha_{кр}}d_1)\,V_р.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.39)$$

Подставляя в выражения (4.39) значение операторов Y_2, Y_3 и Y_4, получаем

$$Y^{\vartheta}_{\alpha_{\text{кр}}} = -(d_2 + d_5 d_4 + d_5 p)\frac{1}{p}\frac{(d_1 + p)}{(d_4 d_1 - d_3) + (d_4 + d_1)p + p^2};$$

$$Y^{\alpha}_{\alpha_{\text{кр}}} = -(d_2 + d_5 d_4 + d_5 p)\frac{1}{[(d_4 d_1 - d_3) + (d_4 + d_1)p + p^2]};$$

$$Y^{W}_{\alpha_{\text{кр}}} = d_5 V_{\text{р}} - \frac{(d_2 + d_5 d_4 + d_5 p)\, d_1 V_{\text{р}}}{[(d_4 d_1 - d_3) + (d_4 + d_1)p + p^2]}.$$

Для приведения полученных выражений к принятому виду вынесем в числителе и знаменателе первого равенства свободные члены $(d_2 + d_5 \cdot d_4)$; d_1 и $(d_4 \cdot d_1 - d_3)$. Тогда передаточная функция $Y^{\vartheta}_{\alpha_{\text{кр}}}$ может быть записана в таком виде:

$$Y^{\vartheta}_{\alpha_{\text{кр}}} = -\frac{K_{\vartheta}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{p\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}, \tag{4.40}$$

где

$$\left.\begin{aligned} T_1 = \frac{1}{d_1};\quad T_2 = \sqrt{\frac{1}{d_4 d_1 - d_3}};\quad T_3 = \frac{d_5}{d_2 + d_5 d_4};\\ K_{\vartheta} = \frac{(d_2 + d_5 d_4)\, d_1}{d_4 d_1 - d_3}. \end{aligned}\right\} \tag{4.41}$$

Сравнение полученного выражения с аналогичным для схемы с рулевым управлением (4.25) показывает, что различие сводится к появлению в числителе дополнительного форсирующего оператора $(1 + T_3 p)$.

Выражение для K_{ϑ} также имеет отличное от приведенного в выражении (4.26) значение.

Соответственно для передаточной функции $Y^{\alpha}_{\alpha_{\text{кр}}}$

$$Y^{\alpha}_{\alpha_{\text{кр}}} = -\frac{K_{\vartheta}(T_3 p + 1)}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right) d_1} = -K_{\alpha}\frac{(T_3 p + 1)}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}, \tag{4.42}$$

где $K_{\alpha} = \dfrac{K_{\vartheta}}{d_1}$,

и выражение для $Y^{W}_{\alpha_{\text{кр}}}$

$$Y^{W}_{\alpha_{\text{кр}}} = \left[d_5 - \frac{K_{\vartheta}(T_3 p + 1)}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}\right] V_{\text{р}}, \tag{4.43}$$

или

$$Y^{W}_{\alpha_{\text{кр}}} = \left[K_{W_1} - \frac{K_{W_2}(T_3 p + 1)}{\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}\right] V_{\text{р}}, \tag{4.44}$$

где

$$K_{W_1} = d_5 V_{\text{р}} \text{ и } K_{W_2} = K_{\vartheta} V_{\text{р}}. \tag{4.45}$$

Заметим, что выражение для нормального ускорения W может быть получено непосредственно из структурной схемы (рис. 4.31) в виде

$$W = V_{\text{р}}(d_5\alpha_{\text{кр}} + d_1\alpha) = V_{\text{р}}d_5\alpha_{\text{кр}}\left(1 + \frac{d_1}{d_5}\frac{\alpha}{\alpha_{\text{кр}}}\right),$$

отсюда

$$Y^W_{\alpha_{\text{кр}}} = V_{\text{р}}d_5\left(1 + \frac{d_1}{d_5}Y^{\alpha}_{\alpha_{\text{кр}}}\right). \tag{4.46}$$

Рассматривая физические процессы, протекающие в схеме «поворотное крыло», мы отмечали, что при правильной его центровке подъемная сила связана практически безынерционной связью с углом отклонения крыла $\alpha_{\text{кр}}$.

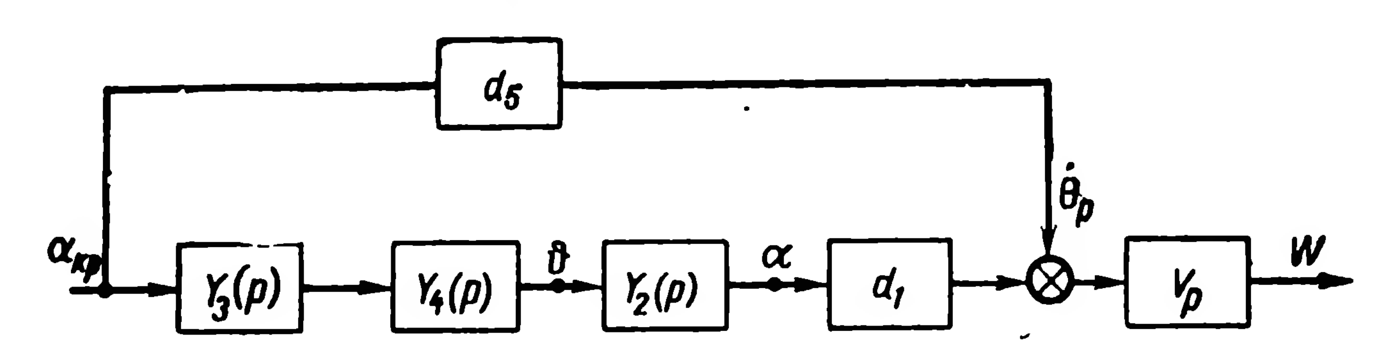


Рис. 4.31. Свернутая линейная структурная схема ракеты с поворотным крылом

Действительно при точной центровке крыла момент его подъемной силы относительно центра тяжести равен нулю. Математически это условие согласно выражению (4.35) запишется как $d_2=0$.

Если пренебречь демпфирующим моментом, который, вообще говоря, значительно меньше моментов, образуемых подъемными силами, то в качестве первого приближения можно положить, что $d_4 = 0$.

Тогда нетрудно видеть, что выражение для $Y^{\alpha}_{\alpha_{\text{кр}}}$ (4.42) с учетом выражения (4.41) может быть приведено к виду

$$Y^{\alpha}_{\alpha_{\text{кр}}} = \frac{d_5 p}{d_3\left(T_2^2p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)},^{*} \tag{4.47}$$

а выражение (4.43) для передаточной функции нормального ускорения (подъемной силы) перепишется следующим образом:

$$Y^W_{\alpha_{\text{кр}}} = V_{\text{р}}d_5\left[1 + \frac{d_1 p}{d_3\left(T_2^2p^2 + 2\xi T_2 p + 1\right)}\right]. \tag{4.48}$$

Анализ полученного выражения позволяет заключить, что в установившемся режиме ($p \to 0$) второй член выражения стремится к нулю, т. е. подъемная сила в установившемся режиме будет вызываться только отклонением крыла, а угол атаки корпуса α будет

* Для этой цели следует первоначально подставить в уравнение (4.42) значения T_3 и K_{ϑ} (4.41), а затем положить $d_4=0$ и $d_2=0$.

равен нулю. Что касается переходных режимов, то за счет влияния корпуса будет иметь место колебательный процесс.

Эквивалентная структурная схема, соответствующая выражению (4.48), представлена на рис. 4.32.

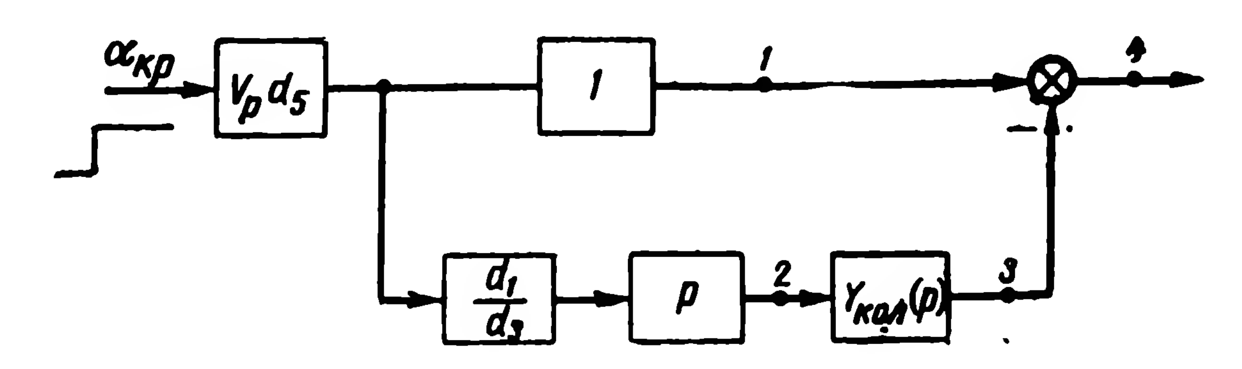


Рис. 4.32. Свернутая линейная структурная схема ракеты с поворотным крылом при идеальной центровке

При подаче на вход ее скачкообразного сигнала (мгновенное отклонение крыла) верхняя ветвь дает безынерционную реакцию, равную

$$x_1 = V_p d_5 \alpha_{кр}.$$

Вторая же ветвь дает реакцию колебательного звена $Y_{кол}(p)$ на δ-функцию, т. е. его функцию веса.

Примерный вид реакции в различных точках схемы представлен на рис. 4.33.

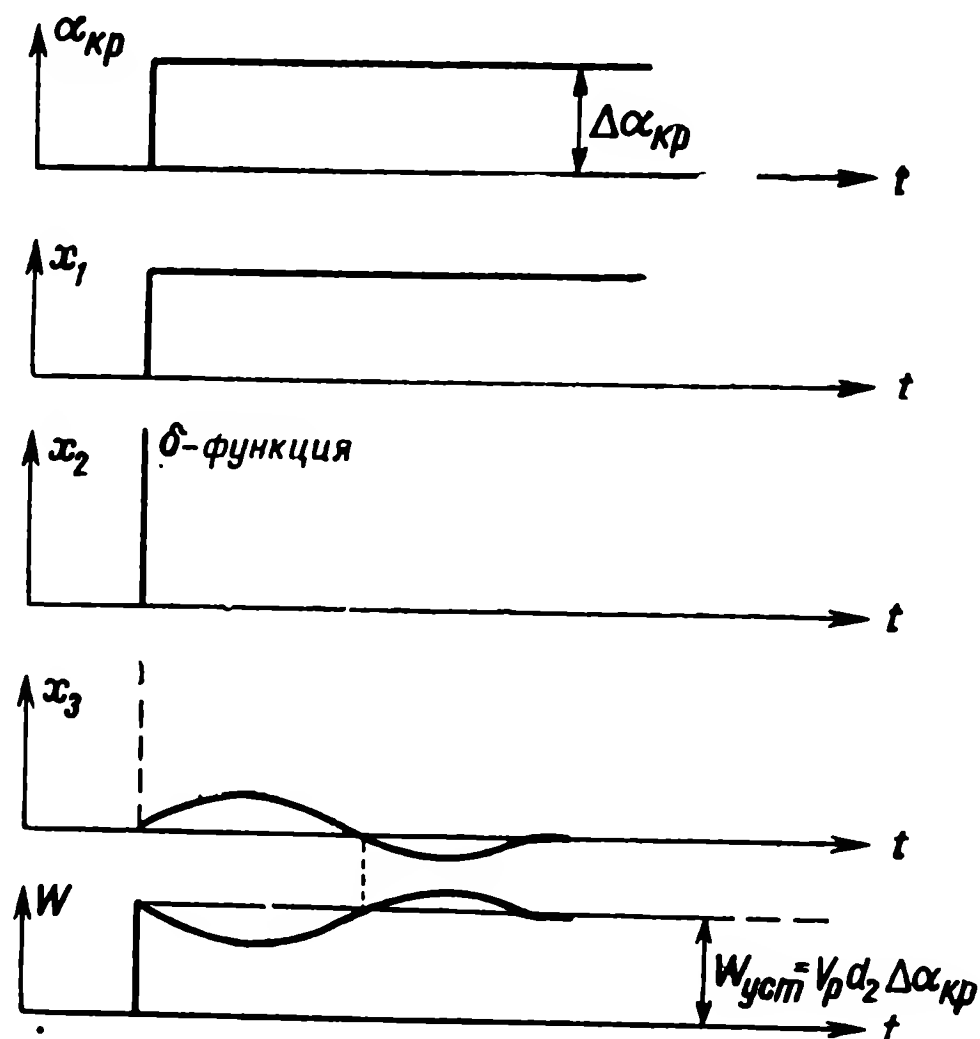


Рис. 4.33. Эпюры сигналов в различных точках (*1*, *2*, *3*, *4*) структурной схемы 4.32

При мощном хвостовом оперении, когда достигается высокая стабильность полета и коэффициент аэродинамического момента корпуса d_3 велик, относительная величина сигнала по второй ветви, пропорциональная соотношению $\frac{d_1}{d_3}$, становится малой, а потому и реакция ее также уменьшается. Таким образом, увеличивая хвостовое оперение (т. е. d_3), можно и в переходном режиме добиться малых выбросов по нормальному ускорению.

Физически явление выброса в переходном режиме при идеальной центровке может быть объяснено следующим образом.

Дадим на ракету, имеющую идеальную центровку крыла (d_2), возмущение в виде мгновенного отклонения крыла. Тогда на нем образуется «мгновенное» нормальное ускорение W и соответственно вектор скорости начнет разворачиваться со скоростью, равной

$\dot{\Theta}_p = \frac{W}{V_p}$. Однако в силу инерционных свойств корпуса ось x ракеты в первый момент времени будет отставать от вектора скорости $\overline{V}_p$, т. е. $\Theta_p \neq \vartheta$ (явление, обратное тому, что имеет место в схеме с рулевым управлением).

В силу этого даже в случае идеальной центровки возникнет некоторое рассогласование между углом вектора скорости ракеты Θ_p и углом ϑ, т. е. появится угол атаки корпуса $\alpha = \vartheta - \Theta_p$, который вызовет в свою очередь дополнительную подъемную силу, противодействующую основной подъемной силе.

Поскольку момент от хвостового оперения корпуса противодействует появлению угла атаки, то чем больше этот момент, тем меньше будет проявляться указанное явление.

В заключение рассмотрим передаточную функцию разомкнутой петли, необходимую для исследования собственной устойчивости ракеты с поворотным крылом.

Как видно из рис. 4.30, *в*, она будет определяться разомкнутой петлей контура $Y_4(p)$, равной

$$Y_0(p) = Y_1(p) \frac{1}{p} Y_2(p) d_3. \tag{4.49}$$

Подставляя вместо $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$ из системы (4.37) их значения, получим

$$Y_0(p) = \frac{d_3}{(d_4 + p)(d_1 + p)} = \frac{d_3}{p^2 + (d_1 + d_4)p + d_1 d_4}$$

или

$$Y_0(p) = \frac{K_0}{\left(T_0^2 p^2 + 2\xi_0 T_0 p + 1\right)}, \tag{4.50}$$

где

$$K_0 = \frac{d_3}{d_1 d_4};$$

$$T_0 = \sqrt{\frac{1}{d_1 d_4}};$$

$$\xi_0 = \frac{1}{2} \frac{(d_1 + d_4)}{\sqrt{d_1 d_4}}.$$

Нетрудно видеть полную идентичность выражений (4.32) и (4.50), определяющих собственную устойчивость ракеты с рулевым управлением и поворотным крылом соответственно.

В оба выражения входят одни и те же коэффициенты моментов и подъемной силы. Физически это совершенно очевидно. Обе схемы различаются только по методу воздействия на них входного возмущения. Предоставленные же самим себе (а этому условию и соответствует понятие собственной устойчивости), они будут подвергаться воздействию одних и тех же сил.

3. Канал крена

Для линеаризации уравнений канала крена перепишем выражение (4.15) в виде

$$\dot{\omega}_x = \frac{M_x(\omega_x)}{J_x} + \frac{M(\delta_{эл})}{J_x} + \frac{M_{возм}}{J_x}. \qquad (4.51)$$

В свою очередь по аналогии с выражениями (4.17)

$$\left.\begin{aligned} M_x(\omega_x) &= \frac{q}{V_р} l^2 S m_x^{\omega_x} \omega_x; \\ M(\delta_{эл}) &= q l S m_x(\delta_{эл}). \end{aligned}\right\} \qquad (4.52)$$

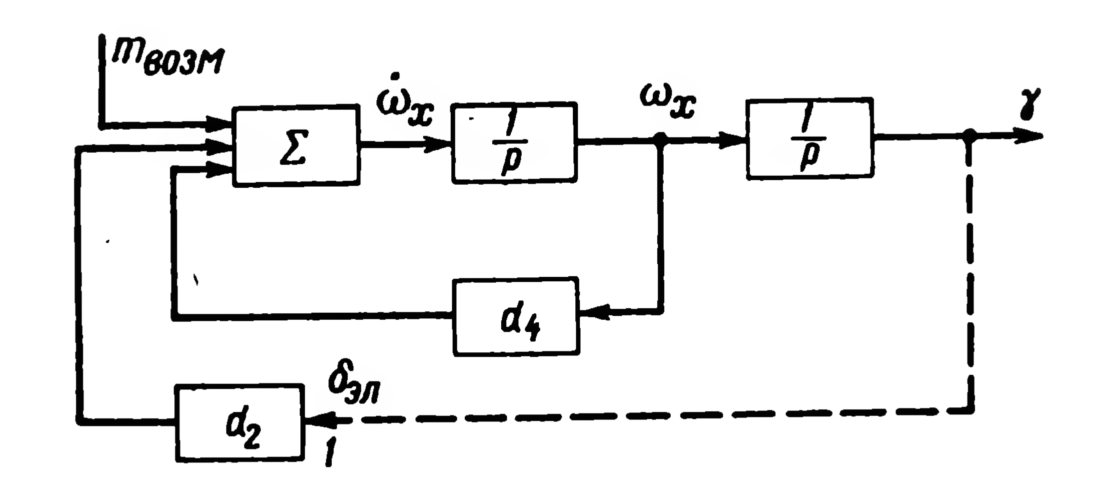


Рис. 4.34. Линейная структурная схема канала крена

Коэффициент $m_x(\delta_{эл})$ может быть линеаризован:

$$m_x(\delta_{эл}) = m_x^{\delta_{эл}} \delta_{эл}$$

и тогда выражение (4.51) перепишется в виде линейного уравнения:

$$\dot{\omega}_x = d_4 \omega_x + d_2 \delta_{эл} + m_{возм}, \qquad (4.53)$$

где

$$d_4 = \frac{q l^2 S m_x^{\omega_x}}{V_р J_x};$$

$$d_2 = \frac{q l S m_x^{\delta_{эл}}}{J_x};$$

$$m_{возм} = \frac{M_{возм}}{J_x}.$$

Структурная схема, соответствующая выражению (4.53), представлена на рис. 4.34.

По аналогии с рис. 4.22 пунктиром на ней показана обратная связь через стабилизирующую связь $\gamma \to \delta_{эл}$.

Возмущения удобно представлять в виде некоторого эквивалентного отклонения элерона $\delta_{экв}$. Для получения этой эквивалентной величины возмущение $m_{возм}$ можно перенести в точку *1*

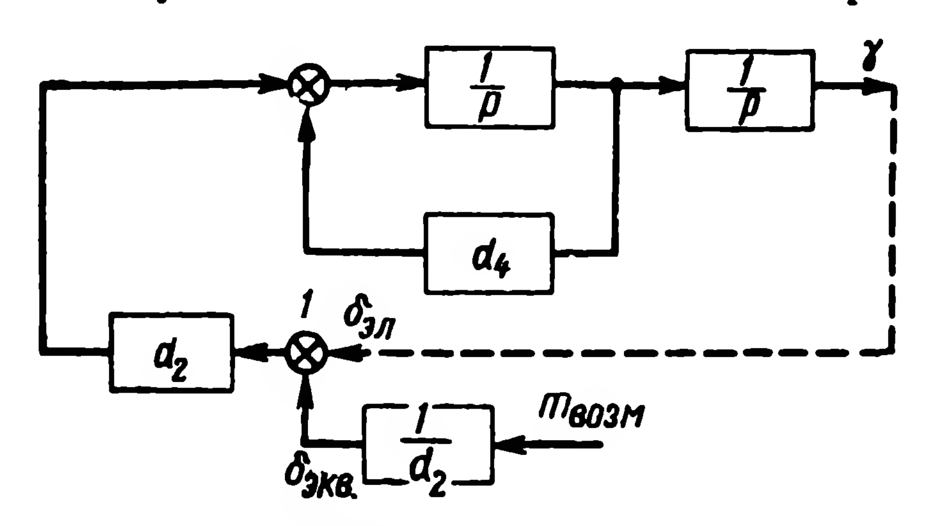


Рис. 4.35. Линейная структурная схема канала крена после переноса возмущения

(рис. 4.34), и тогда структурная схема приводится к виду, изображенному на рис. 4.35:

$$\delta_{экв} = \frac{m_{возм}}{d_2} = \frac{M_{возм}}{J_x d_2}. \qquad (4.54)$$

Глава V

КОНТУР СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТЫ

§ 1. НАЗНАЧЕНИЕ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТЫ

Можно сформулировать три основные задачи систем стабилизации.

1. Стабилизация осей ракеты относительно заданных осей пространства, т. е. обеспечение пространственной угловой ориентации осей ракеты.

2. Стабилизация динамических характеристик ракеты как элемента системы регулирования.

3. Стабилизация статических передаточных чисел ракеты.

Первая задача может быть пояснена на примере канала крена и курсового управления.

В канале крена отсутствует собственная устойчивость, поэтому даже при неизменности условий полета на ракете необходимо устройство, обеспечивающее ориентацию осей ракеты по крену.

Такое же положение складывается и в том случае, когда необходимо обеспечить стабилизацию осей ракеты относительно неподвижной системы координат либо управлять положением ракеты относительно этих осей, например, при командном курсовом управлении ракетой.

При автономном управлении бортовое устройство уже будет играть роль не только стабилизирующего элемента, а и системы управления. Функции стабилизирующих элементов отличны от этих функций. И хотя элементы стабилизации и управления могут быть конструктивно объединены, рассматривать их целесообразно раздельно.

Вторая и третья задачи близки по своему характеру. В силу того что условия полета ракеты могут изменяться в широких пределах за счет изменения скоростного напора, массы, моментов энерции и центровки ракеты вследствие выгорания топлива, а также аэродинамических коэффициентов (из-за изменения числа Маха), будут меняться и ее динамические характеристики. К таким характеристикам могут быть отнесены запасы устойчивости, переходные процессы, а также эквивалентные полосы пропускания.

Таким же образом будут изменяться и статические характеристики ракеты, такие, как коэффициенты передачи, связывающие в установившемся режиме полета величину команды со значениями нормального ускорения ракеты, угловой скорости ее разворота и т. д. Эти нестабильности объекта регулирования усложняют формирование системы регулирования, не говоря уже о том, что в ряде случаев возможность управления исключается вообще.

Роль стабилизации на ракетах и заключается в обеспечении стабильности статических и динамических ее характеристик во всех условиях полета, т. е. в удержании их в определенных пределах. В общем случае эти пределы могут изменяться в зависимости от входных условий (маневр цели, уровень флюктуационных ошибок и т. д.).

Системы стабилизации должны отвечать определенным критериям качества управления.

Такими показателями качества могут быть, например, следующие:

1. Контур стабилизации должен иметь максимальное значение запасов устойчивости, усредненных по различным режимам полета; при этом минимальное значение не должно быть ниже определенной величины. Математически это может быть записано в следующем виде:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta\psi_i = \max\left(\text{или } \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}\Delta A_i = \max\right),$$

$$\text{при } \Delta\psi \geqslant \Delta\psi_0, \quad \Delta A_i \geqslant \Delta A_0 \quad (i = 0,\ 1, \ldots, n),$$

где n — число точек, по которым произведено усреднение;

$\Delta\psi_i$, ΔA_i — запасы устойчивости по фазе и модулю в i-ой точке траектории.

2. Среднее значение флюктуационных перегрузок по зоне должно быть минимальным. При этом максимальное значение перегрузки, исходя из прочностных характеристик ракеты, не должно превосходить определенного уровня, т. е.

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\text{фл}_i} = \min \quad \sigma_{\text{фл}\,i\,\max} \leqslant \sigma_{\text{фл.}\,0}.$$

Число таких показателей может быть увеличено. Задача выбора системы стабилизации сводится к формулировке этих критериев и определению параметров элементов стабилизации, отвечающих данным требованиям.

§ 2. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

А. Угловая ориентация осей ракеты

Ориентация осей ракеты может обеспечиваться трехстепенным (позиционным) гироскопическим устройством. Трехстепенный гироскоп располагается в карданном подвесе (рис. 5.1).

Ротор гироскопа вращается во внутренней рамке вокруг оси *ox* карданного подвеса. Сама внутренняя рамка свободно вращается во внешней рамке вокруг оси *oy* и, наконец, внешняя рамка вращается относительно корпуса ракеты.

Подобная трехстепенная подвеска позволяет гироскопу сохранять направление своей оси *ox* в пространстве неизменным при любых поворотах ракеты. В подобной системе подвеса гироскоп называется свободным. Трехстепенный гироскоп может измерять величину поворота ракеты относительно осей *oz* и *oy*. Угол поворота ракеты измеряется специальным потенциометром, корпус которого жестко связан с корпусом ракеты, а движок — с осью вращения рамки гироскопа. (На рисунке показан потенциометр, позволяющий измерять поворот ракеты вокруг оси *oz*.)

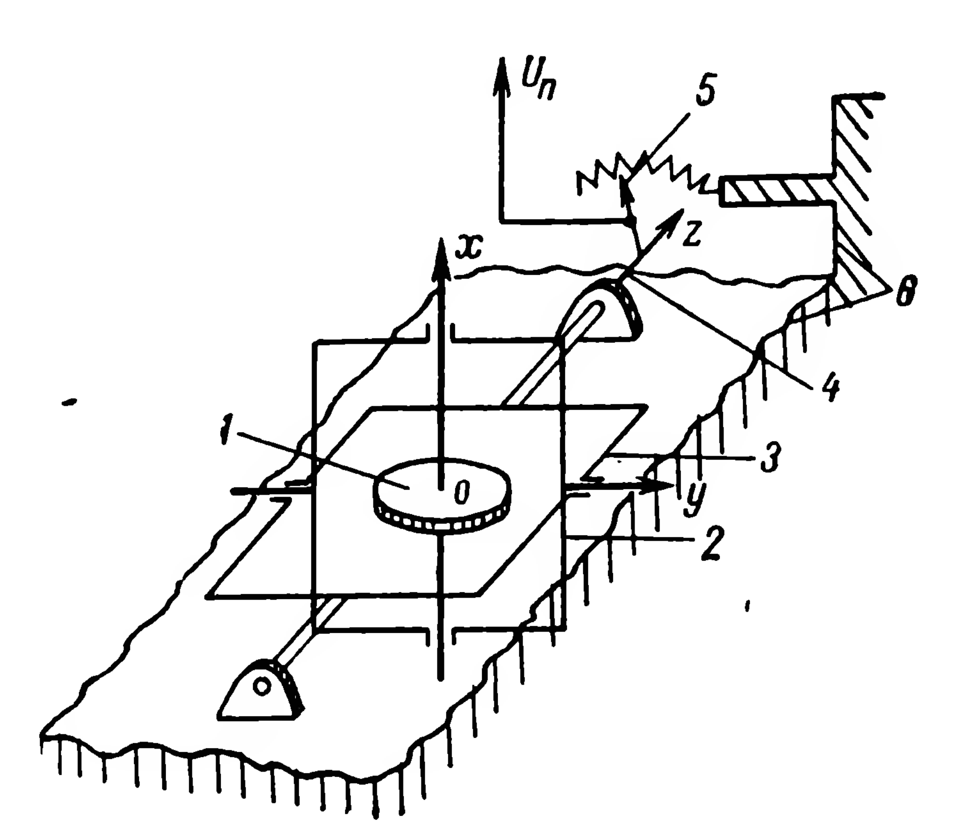


Рис. 5.1. Принцип действия трехстепенного гироскопа:

1 — ротор гироскопа; *2* — внутренняя рамка карданного подвеса; *3* — внешняя рамка карданного подвеса; *4* — измерительная ось; *5* — измерительный потенциометр; *6* — корпус ракеты

Величина сигнала, полученная с датчика, пропорциональна углу поворота ракеты относительно некоторого заданного положения. Измеренная величина напряжения является сигналом рассогласования, которая далее, воздействуя на рулевые устройства, возвращает оси ракеты в заданное положение.

Б. Стабилизация статических и динамических характеристик звена «ракета»

Для обеспечения этой стабилизации используется обычный принцип обратной связи.

Рассмотрим сначала принцип обеспечения стабилизации параметров в установившемся режиме.

Рассмотрим звено ракеты с входной командой x и выходным параметром W (рис. 5.2). Связь между величиной отклонения

руля δ и W в установившемся режиме определяется коэффициентом K_W, полученным нами в гл. IV.

На ракете устанавливается акселерометр, обеспечивающий измерение нормального ускорения W и выдачу напряжения через усилительное звено с коэффициентом усиления $K_{\text{ос}}$ в качестве отрицательной обратной связи на входной сумматор.

$K_{\text{рт}}$ — коэффициент передачи рулевого тракта.

В случае отсутствия обратной связи передаточное число, связывающее входную команду x с выходным параметром ракеты W, определяется коэффициентом

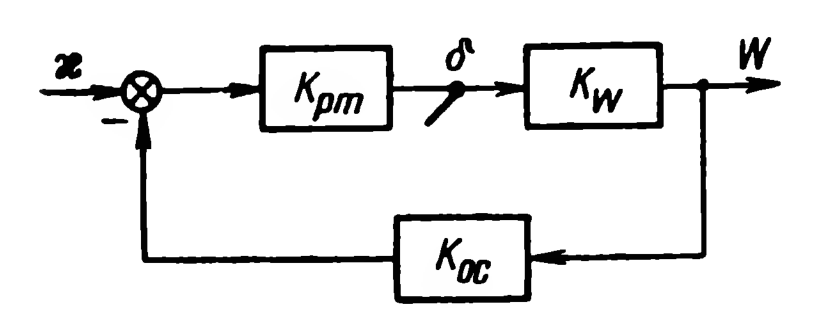


Рис. 5.2. Функциональная структурная схема стабилизации коэффициента передачи по нормальному ускорению

$$K'_W = K_{\text{рт}} K_W,$$

т. е. нестационарность этого коэффициента будет определяться нестационарностью K_W, величина которого целиком зависит от условий полета. Физически это означает, что при одной и той же команде, подаваемой на борт ракеты, ракета будет развивать различные боковые ускорения и соответственно совершать различные маневры.

Теперь замкнем обратную связь. Тогда коэффициент передачи

$$K_W^0 = \frac{K_{\text{рт}} K_W}{1 + K_{\text{рт}} K_W K_{\text{ос}}}.$$

В случае если выполняется условие

$$K_{\text{рт}} K_W K_{\text{ос}} \gg 1, \qquad (5.1)$$

выражение для K_W^0 перепишется в виде

$$K_W^0 = \frac{1}{K_{\text{ос}}}, \qquad (5.2)$$

т. е. коэффициент усиления, связывающий команду с выходным параметром ракеты, в качестве которого принято нормальное ускорение W, никак не зависит от параметров самой ракеты, а определяется только характеристиками обратной связи.

Таким образом, в идеальном случае, когда выполняется условие (5.1), значение передаточного числа K_W^0, определяющего маневр ракеты в установившемся режиме, не будет зависеть от условий полета, т. е. одной и той же команде всегда будет соответствовать всегда один и тот же маневр.

Обеспечить стабилизацию динамических параметров — значит исключить либо уменьшить влияние нестационарности коэффициентов уравнений, описывающих ракету, на ее характеристики.

Рассмотрим в качестве примера стабилизации динамических параметров тот же случай с включением обратной связи через датчик линейного ускорения (рис. 5.3).

Передаточная функция звена Y_δ^W согласно выражению (4.30) может быть записана в виде

$$Y_\delta^W = \frac{K_W}{1 + 2T_2\xi p + T_2^2 p^2}. \qquad (5.3)$$

Примем для простоты рассуждений, что рулевой тракт безынерционен и может описываться усилительным звеном $K_{\text{рт}}$.

Тогда передаточная функция ракеты с рулевым трактом может быть записана в виде

$$Y_\varkappa^W = \frac{K'_W}{1 + 2T_2\xi p + T_2^2 p^2}, \qquad (5.4)$$

где

$$K'_W = K_{\text{рт}} K_W.$$

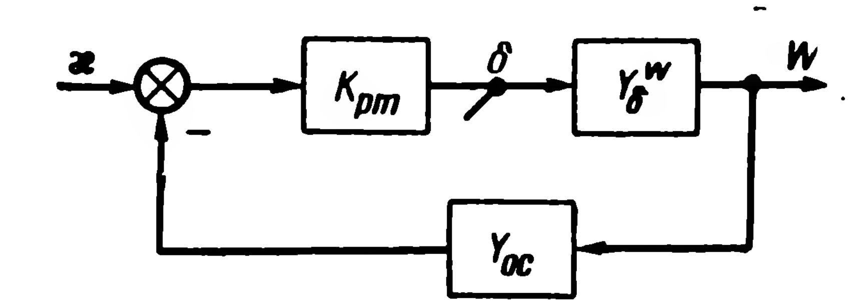


Рис. 5.3. Функциональная структурная схема стабилизации параметров через датчик линейного ускорения

Общая передаточная функция ракеты с обратной связью может быть записана так:

$$Y_W^0 = \frac{Y_\varkappa^W}{1 + Y_\varkappa^W Y_{\text{oc}}}. \qquad (5.5)$$

Условие полной стабилизации динамических параметров ракеты, очевидно, может быть записано в виде

$$|Y_\varkappa^W Y_{\text{oc}}| \gg 1. \qquad (5.6)$$

Тогда

$$Y_W^0 = \frac{1}{Y_{\text{oc}}}, \qquad (5.7)$$

т. е. передаточная функция ракеты, охваченной обратной связью, не зависит от передаточной функции собственно ракеты. Однако нетрудно показать, что условие (5.6) не может быть выполнено во всем диапазоне частот.

Действительно, $Y_\varkappa^W \cdot Y_{\text{oc}}$ есть не что иное, как передаточная функция разомкнутой системы ракета — автопилот. Известно, что модуль передаточной функции $(Y_\varkappa^W \cdot Y_{\text{oc}})$ всегда стремится к нулю при $\omega \to \infty$.

Поэтому очевидно, что при подобном методе компенсации может идти речь не о полной стабилизации динамических параметров, а лишь о частичной, в области определенных частот.

Так, в частности, выражение (5.1) для установившихся режимов есть условие стабилизации параметров вблизи нулевых частот.

Можно далее обеспечить таким же образом независимость динамических характеристик объекта в области более высоких частот.

Покажем это на простом примере. Пусть

$$Y_{\text{ос}} = K_{\text{ос}}' (1 + T_{\text{с}1} p). \tag{5.8}$$

Подставив в уравнение (5.5) значение Y_x^W и $Y_{\text{ос}}$ из выражений (5.4, 5.8), получим

$$Y_W^0 = \frac{1}{\frac{1}{Y_x^W} + Y_{\text{ос}}} = \frac{K_W'}{(1 + 2T_2\xi p + T_2^2 p^2) + K_W' K_{\text{ос}} (1 + T_{\text{с}1} p)} =$$

$$= \frac{K_W'}{(1 + K_W' K_{\text{ос}}) + (2T_2\xi + K_W' K_{\text{ос}} T_{\text{с}1}) p + T_2^2 p^2}. \tag{5.9}$$

Нетрудно видеть, что в том случае, когда выполняются условия идеальной стабилизации в установившемся режиме

$$\left.\begin{aligned} &K_W' K_{\text{ос}} \gg 1, \\ \text{а также} \quad &K_W' K_{\text{ос}} T_{\text{с}1} \gg 2T_2\xi, \end{aligned}\right\} \tag{5.10}$$

выражение (5.9) может быть переписано в виде

$$Y_W^0 = \frac{1}{K_{\text{ос}} \left(1 + T_{\text{с}1} p + \frac{T_2^2 p^2}{K_W' K_{\text{ос}}}\right)}. \tag{5.11}$$

Как видно из полученного выражения (5.11), коэффициенты при нулевой и первой степени p не зависят от характеристик собственно ракеты, а определяются только коэффициентами обратной связи.

Таким образом, стабилизация уже распространяется на область более высоких частот.

Можно усилить обратную связь на высоких частотах, задав $Y_{\text{ос}}$ в виде

$$Y_{\text{ос}} = K_{\text{ос}} (1 + T_{\text{с}1} p + T_{\text{с}2}^2 p^2). \tag{5.12}$$

Тогда выражение (5.5) для Y_W^0 может быть записано так:

$$Y_W^0 = \frac{K_W'}{(1 + 2T_2\xi p + T_2^2 p^2) + K_W' K_{\text{рс}} (1 + T_{\text{с}1} p + T_{\text{с}2}^2 p^2)} =$$

$$= \frac{K_W'}{(1 + K_W' K_{\text{ос}}) + (2T_2\xi + K_W' K_{\text{ос}} T_{\text{с}1}) p + (T_2^2 + K_W' K_{\text{ос}} T_{\text{с}2}^2) p^2}. \tag{5.13}$$

Если потребовать выполнения двух условий (5.10):

$$K_W' K_{\text{ос}} \gg 1,$$

$$K_W' K_{\text{ос}} T_{\text{с}1} \gg 2T_2\xi,$$

и добавить к ним третье

$$K'_w K_{oc} T_{c2}^2 \gg T_2^2, \tag{5.14}$$

то выражение (5.13) будет преобразовано к виду

$$Y_w^0 = \frac{1}{K_{oc}\left(1 + T_{c1}p + T_{c2}^2 p^2\right)}. \tag{5.15}$$

В полученном выражении (5.15) все коэффициенты не зависят от параметров собственно ракеты, т. е. мы получили условие идеальной стабилизации динамических характеристик ракеты, эквивалентное условию, сформулированному нами ранее (5.6).

Однако мы уже говорили, что данное условие принципиально не может быть выполнено во всем диапазоне частот. Выражение же (5.15) противоречит ему.

Этот парадокс легко разрешается, если вспомнить, что формирующие звенья типа (5.8) и (5.12) физически реализуемы лишь в ограниченной полосе частот, т. е. в форсирующих звеньях для выражений Y_{oc} должны учитываться инерционности в виде полинома от p в знаменателе. Причем степень знаменателя будет выше степени числителя. Тогда, например, выражение (5.12) для Y_{oc} должно быть записано в виде

$$Y_{oc} = \frac{1 + T_{c1}p + T_{c2}^2 p^2}{1 + T_{c3}p + T_{c4}^2 p^2 + T_{c5}^3 p^3 + \ldots}. \tag{5.16}$$

С учетом наличия инерционных звеньев в Y_{oc} при увеличении круговой частоты ω мы неминуемо должны прийти к тому, что условие (5.6) $Y'_w Y_{oc} \gg 1$ перестанет осуществляться.

Кроме этих физических ограничений, существуют и другие, которые могут потребовать введения дополнительных инерционных звеньев в цепь обратной связи. Это связано с необходимостью формирования частотной характеристики разомкнутой системы, удовлетворяющей условиям устойчивости и требуемой полосы пропускания.

Это обстоятельство в еще большей мере сузит диапазон частот, в котором осуществляется стабилизация динамических характеристик ракеты.

Мы рассмотрели лишь один из возможных вариантов стабилизации динамических параметров ракеты.

Обратная связь может вводиться и по угловой скорости вращения осей ракеты, углу атаки и т. д.

В первом случае в качестве датчика может использоваться прецессионный двухстепенный гироскоп. Для обеспечения обратной связи по углу атаки в качестве датчика может использоваться датчик, работающий по принципу флюгера.

§ 3. ЭЛЕМЕНТЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТЫ

Под контуром стабилизации будем понимать собственно ракету как объект регулирования совместно с элементами стабилизации и исполнительными устройствами.

Исполнительными устройствами являются: устройство формирования управляющего сигнала, усилитель, рулевые машинки и собственно рули.

Иначе говоря, контур стабилизации представляет собой собственно ракету, охваченную обратными связями через элементы стабилизации, и исполнительные органы.

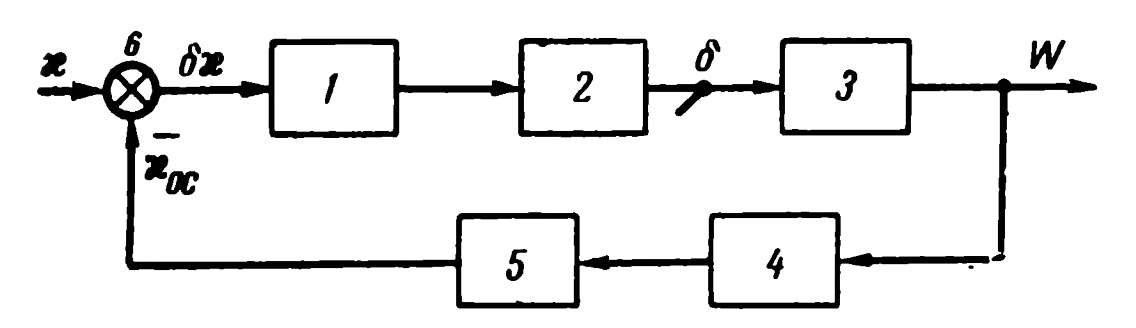


Рис. 5.4. Схема контура стабилизации линейных ускорений ракеты:

1 — усилитель; *2* — рулевая машинка; *3* — ракета; *4* — акселерометр; *5* — формирующие цепи; *6* — разностный усилитель

В зависимости от используемых устройств стабилизации меняется место их подключения в схеме контура стабилизации. В каждом случае в понятие «ракета» может вкладываться различный смысл.

На рис. 5.4—5.10 представлено несколько типовых схем контуров стабилизации.

На рис. 5.4 элементом стабилизации является акселерометр — измеритель нормального ускорения — *4*. Соответственно звено ракеты *3* определяет связь между отклонением руля δ и нормальным ускорением W. Формирование управляющего сигнала осуществляется в блоках *5* и *6*. (В блоке разностного усилителя *6* формируется сигнал рассогласования $\delta\varkappa$ как разность между поданной командой $\varkappa$ и сигналом обратной связи $\varkappa_{ос}$.)

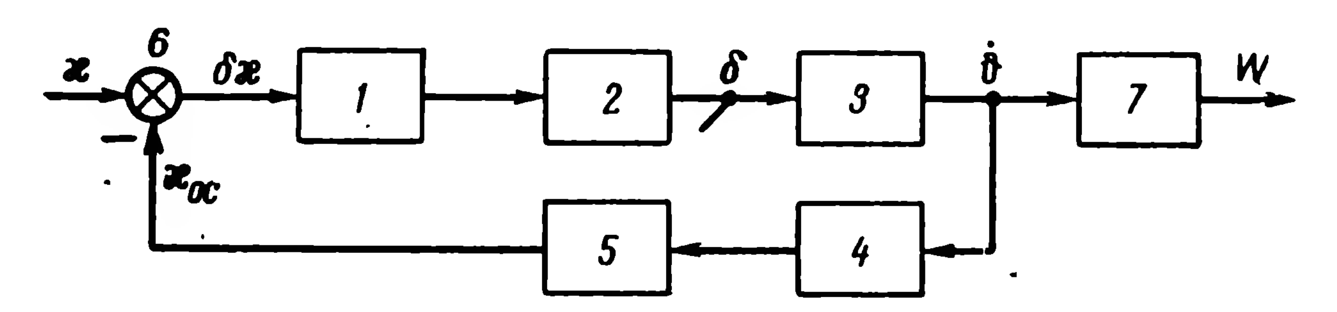


Рис. 5.5. Схема контура стабилизации угловых скоростей ракеты:

1 — усилитель; *2* — рулевая машинка; *3* и *7* — звенья ракеты; *4* — датчик угловых скоростей; *5* — формирующие цепи; *6* — разностный усилитель

На рис. 5.5 изображена схема стабилизации угловой скорости ракеты. Соответственно звено ракеты *3* определяет связь между отклонением руля δ и угловой скоростью поворота ракеты $\dot{\vartheta}$. Поскольку входом кинематических звеньев системы управления ракеты будет являться W — нормальное ускорение ракеты, то для

удобства согласования контура стабилизации с кинематическими звеньями звено «ракета» дополнено элементом 7, определяющим связь между $\dot{\vartheta}$ и W.

На рис. 5.6 рассмотрена схема стабилизации одновременно по двум параметрам ракеты: нормальному ускорению W и угловой скорости ракеты $\dot{\vartheta}$. Поэтому звено «ракета» разделено на два звена, с выхода каждого из которых снимается сигнал обратной связи. В качестве датчика линейного ускорения используется акселеро-

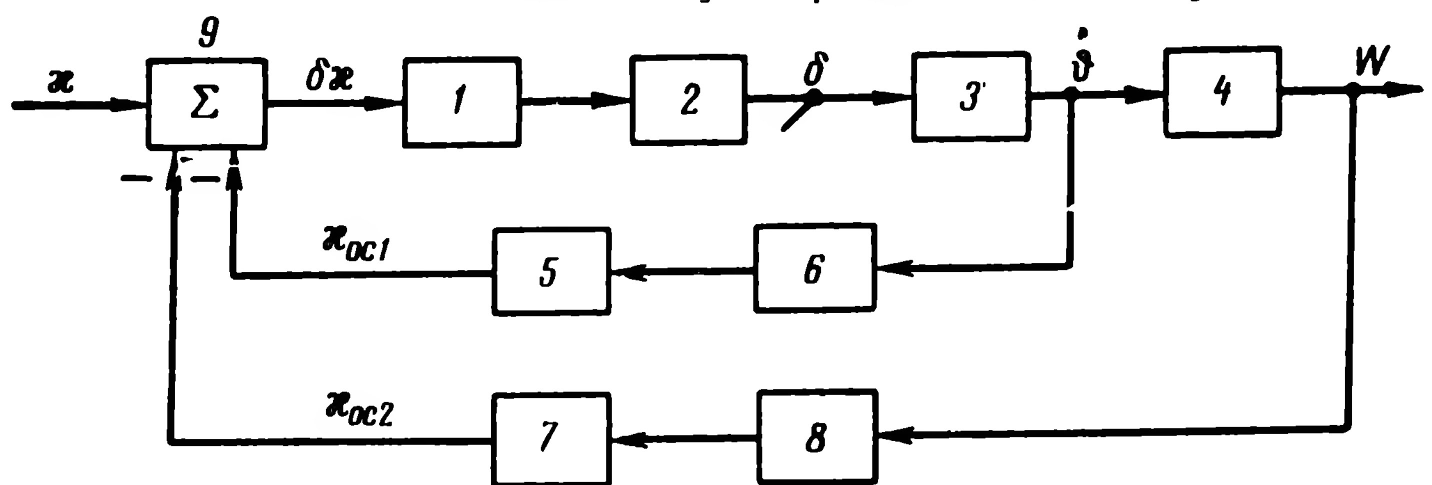


Рис. 5.6. Схема контура стабилизации угловой скорости и линейных ускорений ракеты:

1 — усилитель; *2* — рулевая машинка; *3*, *4* — звенья ракеты; *5*, *7* — формирующие цепи; *6* — датчик угловой скорости; *8* — акселерометр; *9* — разностный усилитель

метр, а датчика угловой скорости — двухстепенный гироскоп. В этом случае на разностный усилитель одновременно поступают три сигнала: команда $\varkappa$ и сигналы обратной связи $\varkappa_{oc1}$ и $\varkappa_{oc2}$. Сигнал рассогласования формируется в виде

$$\delta\varkappa = \varkappa - \varkappa_{oc1} - \varkappa_{oc2}.$$

На рис. 5.7 дана схема, обеспечивающая стабилизацию (ориентацию) положения оси ракеты по углу тангажа ϑ:

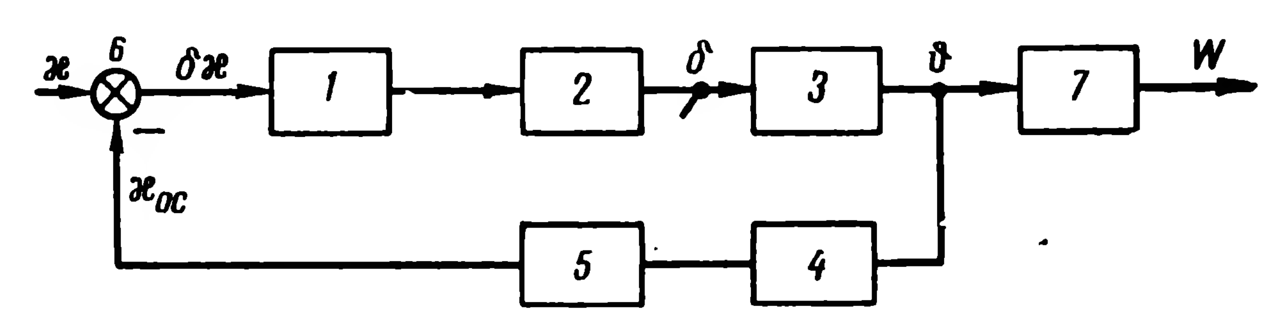


Рис. 5.7. Схема контура стабилизации положения оси ракеты:

1 — усилитель; *2* — рулевая машинка; *3*, *7* — звенья ракеты; *4* — датчик положения оси ракеты; *5* — формирующие цепи; *6* — разностный усилитель

В качестве датчика положения оси ракеты используется трехстепенный гироскоп. Соответственно звено «ракета» в данном случае определяет связь между углом отклонения руля δ и углом тангажа ракеты ϑ.

На рис. 5.8 представлена схема, обеспечивающая стабилизацию курсового угла полета ракеты. Указанная схема требует несколько более подробного пояснения.

Дело в том, что в данном случае измеритель должен измерять курсовой угол полета ракеты $\Theta_р$, т. е. направление вектора скорости $\bar{V}_р$. В математической структурной схеме ракеты найти точку

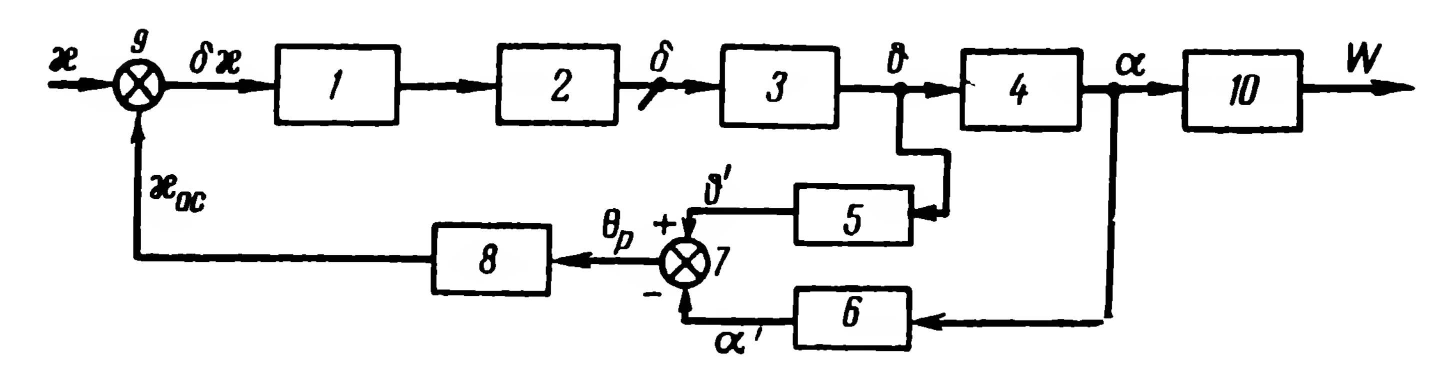


Рис. 5.8. Схема контура стабилизации курсового угла ракеты:
1 — усилитель; 2 — рулевая машинка; 3, 4, 10 — звенья ракеты; 5 — датчик положения оси ракеты; 6 — датчик угла атаки; 7 — разностный усилитель для получения угла $\Theta_р$; 8 — формирующая цепь; 9 — разностный усилитель

подключения подобной обратной связи нетрудно. Однако нет бортового прибора, который мог бы непосредственно измерить угол $\Theta_р$, как это имело место при измерении W, ϑ и $\dot{\vartheta}$.

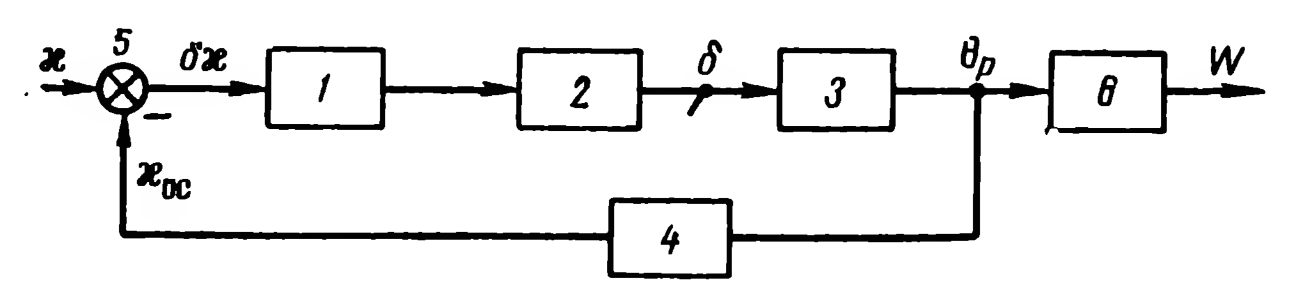


Рис. 5.9. Эквивалентная схема контура стабилизации курсового угла ракеты:
1 — усилитель; 2 — рулевая машинка; 3, 6 — звенья ракеты; 4 — эквивалентное звено обратной связи; 5 — разностный усилитель

Известно, что угол $\Theta_р = \vartheta - \alpha$, где α — угол атаки, ϑ — угол тангажа ракеты. Оба эти угла могут быть измерены физическими приборами. Угол ϑ — трехстепенным гироскопом, а угол атаки α — с помощью аэродинамического измерителя угла атаки флюгерного типа.

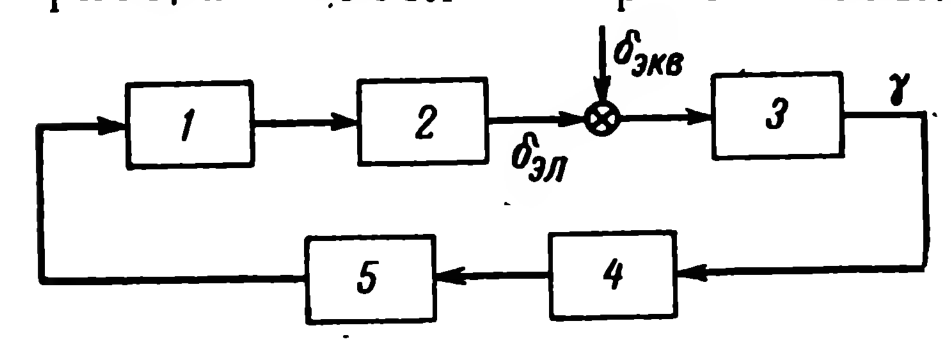


Рис. 5.10. Схема контура стабилизации ракеты по крену:
1 — усилитель; 2 — рулевая машинка; 3 — звено ракеты; 4 — датчик угла крена ракеты; 5 — формирующая цепь; $\delta_{эл}$ — входные возмущения, приведенные ко входу звена ракеты

Исходя из этого, угол $\Theta_р$ измеряется с помощью датчиков *5* и *6*. Угол $\Theta_р$ снимается с выхода разностного усилителя *7* как результат операции вычитания.

На рис. 5.9 представлена схема, эквивалентная рассмотренной на рис. 5.8.

В заключение рассмотрим структурную схему стабилизации ракеты по углу крена γ (рис. 5.10). Схема эта мало чем отличается от ранее приведенной схемы стабилизации по углу ϑ.

В качестве датчика используется трехстепенный гироскоп — измеритель угла γ. Звено «ракета» отображает связь между углом

отклонения элерона $\delta_{эл}$ и углом крена γ. В качестве входных сигналов служат аэродинамические случайные возмущения, приведенные к эквивалентному углу отклонения элеронов $\delta_{экв}$. (Рассматривается случай отсутствия управления по крену.)

§ 4. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ

Как видно из рассмотренных схем, контур стабилизации включает следующие элементы:

— собственно ракету;

— датчики — измерители параметров движения ракеты;

— рулевые машинки, управляющие положением рулей и элеронов;

— усилители управляющих сигналов;

— формирующие цепи.

Не останавливаясь на конструктивных решениях, рассмотрим эти элементы как звенья контура стабилизации. Для этого необходимо дать их математическую структурную схему, передаточную функцию, а также рассмотреть эти элементы как источник возмущений системы управления.

В отличие от внешних входных возмущений, связанных с движением цели, измерениями ее координат, а также возмущениями аэродинамической среды, этот тип возмущений будем называть инструментальными ошибками. Поскольку рассматриваются элементы контура стабилизации, то соответственно и ошибки будем называть инструментальными ошибками контура стабилизации.

Ракете как звену системы регулирования была посвящена гл. IV. Рассмотрим передаточные функции остальных элементов контура стабилизации.

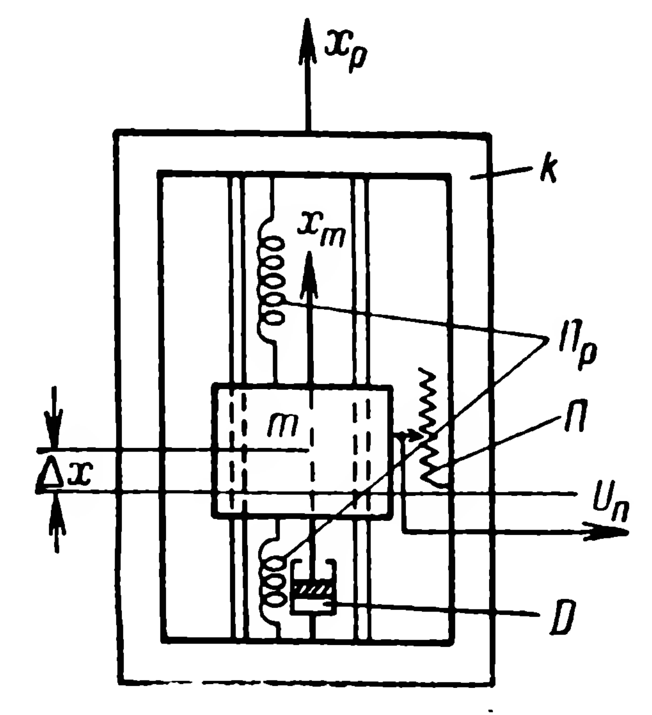


Рис. 5.11. Схема устройства акселерометра:

К — кожух; *D* — демпфер; *П* — потенциометр; $U_п$ — напряжение, снимаемое с потенциометра; $П_p$ — пружина

1. Датчики — измерители параметров движения ракеты

Выше рассматривались следующие типы датчиков-измерителей:

— датчик линейного ускорения (акселерометр);

— датчик угловой скорости разворота оси ракеты;

— датчик углового положения оси ракеты;

— датчик угла атаки ракеты.

Рассмотрим их в указанной последовательности.

Датчик линейного ускорения можно рассматривать как тело с массой m, свободно перемещающейся вдоль направляющих в кожухе (рис. 5.11). Кожух прибора плотно закреплен на корпусе

ракеты. Возврат тела m в исходное положение обеспечивается пружинками. Подобная система из свободно перемещающего тела на пружинном подвесе представляет собой колебательный контур. Для демпфирования колебаний устанавливается воздушный или жидкостной демпфер. Поршенек демпфера жестко связан с телом m, а цилиндр — с кожухом прибора. С телом m связан движок потенциометра, укрепленного на кожухе.

При движении тела m пружина создает противодействующую силу $F_{пр}$, пропорциональную относительному перемещению тела Δx:

$$F_{пр} = c_{пр}\Delta x, \qquad (5.17)$$

$\ddot{x}_p$ → p^2 → $\ddot{x}_p$ → $Y_д(p)$ → Δx → $k_п$ → $U_п$

Рис. 5.12. Эквивалентная схема измерительного датчика нормальных ускорений

где $c_{пр}$ — коэффициент пропорциональности, определяемый жесткостью пружины.

Демпфер обладает вязким трением, т. е. его противодействующее усилие $F_д$ будет пропорционально скорости относительного перемещения тела m:

$$F_д = c_д\Delta \dot{x}, \qquad (5.18)$$

где $c_д$ — коэффициент демпфирования.

Напряжение $U_п$, снимаемое с потенциометра, будет пропорционально относительному перемещению движка, т. е.

$$U_п = k_п\Delta x. \qquad (5.19)$$

В свою очередь

$$\Delta x = x_m - x_р, \qquad (5.20)$$

где $x_р$ — абсолютное перемещение ракеты;
x_m — абсолютное перемещение тела;
Δx — относительное перемещение тела m.

Задача заключается в нахождении математической связи между перемещением ракеты $x_р$ и показанием датчика $U_п$.

Эквивалентная схема датчика приведена на рис. 5.12. На приведенной схеме $Y_д(p)$ — передаточная функция акселерометра, определяющая связь между $\ddot{x}_р$ и перемещением тела Δx.

Согласно второму закону Ньютона

$$m\ddot{x}_m - \sum F_{вн} = 0,$$

где $\Sigma F_{вн}$ — сумма всех внешних сил.

Пренебрегая силой сухого трения и учитывая знаки противодействующих сил, согласно выражениям (5.17) и (5.18) можно записать:

$$m\ddot{x}_m + c_д\Delta\dot{x} + c_{пр}\Delta x = 0. \qquad (5.21)$$

Поскольку $x_m = x_р + \Delta x$, то последнее выражение перепишется в следующем виде:

$$\Delta\ddot{x} + \frac{c_д}{m}\Delta\dot{x} + \frac{c_{пр}}{m}\Delta x = -\ddot{x}_р, \tag{5.22}$$

где $\ddot{x}_р$ — есть не что иное, как ускорение ракеты W в направлении $x_р$.

Перейдем к операторной записи выражения (5.22):

$$\Delta x\left(p^2 + \frac{c_д}{m}p + \frac{c_{пр}}{m}\right) = -W(p),$$

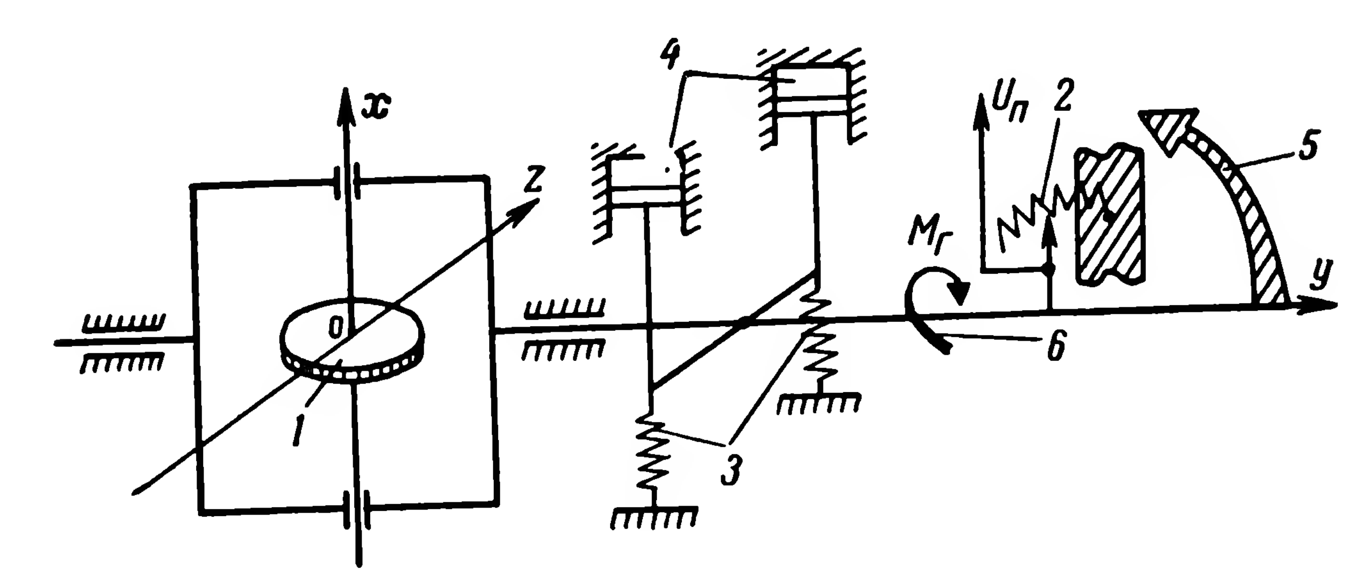


Рис. 5.13. Схема устройства датчика угловой скорости разворота ракеты:

1 — ротор гироскопа; 2 — измерительный потенциометр; 3 — пружина; 4 — демпферы; 5 — направление вращения ракеты; 6 — момент гироскопа

отсюда передаточная функция $Y_д(p)$ равна

$$Y_д(p) = \frac{\Delta x(p)}{W(p)} = -\frac{1}{p^2 + \frac{c_д}{m}p + \frac{c_{пр}}{m}} = \frac{k_д}{\left(1 + 2\xi T_A p + T_A^2 p^2\right)}, \tag{5.23}$$

где
$$k_д = -\frac{m}{c_{пр}};\quad T_A = \sqrt{\frac{m}{c_{пр}}};\quad \xi = \frac{c_д}{2\sqrt{mc_{пр}}}, \tag{5.24}$$

и общая передаточная функция измерителя акселерометра согласно эквивалентной схеме (рис. 5.12) будет

$$Y_W = Y_д(p)\,k_п = \frac{U_п(p)}{W(p)} = \frac{k_W}{1 + 2\xi T_A p + T_A^2 p^2}, \tag{5.25}$$

где
$$k_W = k_д k_п. \tag{5.26}$$

Таким образом, передаточная функция акселерометра описывается колебательным звеном. Коэффициент затухания ξ пропорционален коэффициенту демпфирования $c_д$.

При $\xi \to 1$ звено вырождается в последовательное соединение двух апериодических звеньев, при $\xi \leqslant 0{,}7$ оно переходит в колебательное и $\xi \to 0$ становится консервативным звеном.

Датчик угловой скорости разворота ракеты может представлять собой двухстепенный прецессионный гироскоп. Иногда его называют скоростным гироскопом. В отличие от трехстепенного свободного гироскопа он имеет лишь одну рамку в кардановом подвесе (рис. 5.13).

В основу принципа действия скоростного гироскопа положено свойство прецессии волчка. Применительно к двухстепенному гироскопу, изображенному на рисунке, это свойство выражается в том, что если разворачивать гироскоп с кардановым подвесом вокруг оси oz с угловой скоростью ω_z, то на гироскоп начинает действовать момент $M_г$, пропорциональный скорости разворота ω_z. Момент $M_г$ стремится развернуть рамку гироскопа в плоскости, перпендикулярной оси вращения, т. е. вокруг оси oy.

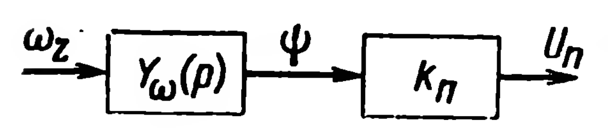


Рис. 5.14. Эквивалентная схема датчика угловой скорости разворота ракеты

Если препятствовать моменту упругой силой пружины, то ползунок потенциометра, укрепленного на корпусе, отклонится на угол, пропорциональный угловой скорости ω_z.

Таким образом, напряжение $U_п$, снимаемое с потенциометра, будет в установившемся режиме пропорционально ω_z. Подобная система, состоящая из гироскопа и пружины, представляет собой колебательную систему. Поэтому, как и в предыдущем случае, используется демпфер.

После этого пояснения нетрудно дать математическую формулировку задачи. Рассмотренный датчик может быть представлен в виде эквивалентной структурной схемы (рис. 5.14).

Входным сигналом датчика является угловая скорость ракеты ω_z, выходным сигналом — напряжение с потенциометра $U_п \cdot Y_\omega(p)$ — передаточная функция гироскопа, связывающая угловую скорость ω_z с углом отклонения движка потенциометра ψ. Момент противодействия пружины равен

$$M_{пр} = k_{пр}\psi. \qquad (5.27)$$

Противодействующий момент демпфера $M_д$ равен

$$M_д = c\dot{\psi}. \qquad (5.28)$$

Прецессионный момент гироскопа будет равен

$$M_г = H_0\omega_z, \qquad (5.29)$$

где H_0 — кинетический момент ротора гироскопа.

Если пренебречь внешними моментами, вызванными трением в подшипниках, движком потенциометра и т. д., то уравнение движения рамки при малых значениях угла ψ может быть записано в виде

$$J_г\ddot{\psi} + c\dot{\psi} + k_{пр}\psi = H_0\omega_z, \qquad (5.30)$$

где $J_г$ — момент инерции ротора совместно с рамкой и осью.

Уравнение (5.30) в операторном виде перепишется следующим образом:

$$\psi(p)\left(\frac{J_\text{г}}{k_\text{пр}}p^2+\frac{c}{k_\text{пр}}p+1\right)=\frac{H_0}{k_\text{пр}}\omega_z(p),$$

отсюда

$$Y_\omega(p)=\frac{\psi(p)}{\omega_z(p)}=\frac{k_\omega}{T_\text{г}^2p^2+2\xi T_\text{г}p+1}, \tag{5.31}$$

где

$$k_\omega=\frac{H_0}{k_\text{пр}};\quad T_\text{г}^2=\frac{J_\text{г}}{k_\text{пр}};\quad \xi=\frac{c}{2\sqrt{k_\text{пр}J_\text{г}}}. \tag{5.32}$$

И общая передаточная функция измерителя датчика угловых скоростей согласно эквивалентной схеме на рис. 5.14 будет равна

$$Y_\text{г}(p)=\frac{U_\text{п}(p)}{\omega_z(p)}=Y_\omega(p)k_\text{п}=\frac{k_\text{г}}{T_\text{г}^2p^2+2\xi T_\text{г}p+1}, \tag{5.33}$$

где $k_\text{г}=k_\omega k_\text{п}$.

Таким образом, датчик угловых скоростей представляет собой колебательное звено.

Коэффициент затухания звена (ξ), как и для акселерометра, пропорционален коэффициенту демпфирования c. При $c\to 0$ $\xi\to 0$ и звено становится консервативным, при $\xi\to 1$ звено вырождается в апериодическое.

Датчик углового положения оси ракеты, как уже указывалось, это свободный трехстепенный гироскоп. Подвеска гироскопа в кардановом подвесе осуществляется таким образом, что на него не действуют никакие силы, за исключением сил трения в подшипниках и движка потенциометра. Поэтому можно считать, что в интересующем нас диапазоне частот передаточная функция его как звена контура стабилизации определяется коэффициентом передачи *:

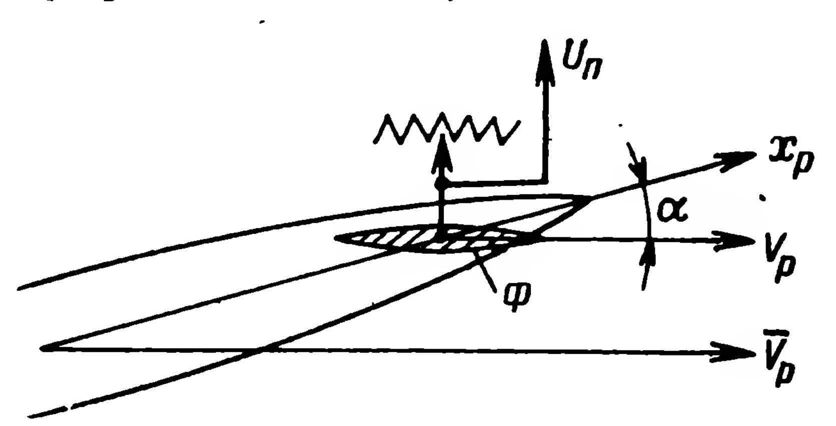


Рис. 5.15. Схема устройства датчика угла атаки:

$x_\text{р}$ — ось ракеты; $\overline{V}_\text{р}$ — направление вектора скорости; Φ — флюгер; α — угол атаки ракеты; $U_\text{п}$ — напряжение, снимаемое с потенциометра

$$k_\text{г}=\frac{U_\text{п}}{\vartheta}=k_\text{п}, \tag{5.34}$$

где $U_\text{п}$ — напряжение, снимаемое с измерительного потенциометра;

ϑ — угол отклонения оси ракеты;

$k_\text{п}$ — коэффициент передачи потенциометра.

---

* Рассматривается случай плоского движения в вертикальной плоскости.

Датчик угла атаки ракеты может представлять собой флюгер, укрепленный на ракете, который ориентируется вдоль потока (рис. 5.15). Флюгер — это пластинка с малым моментом инерции, свободно вращающаяся относительно корпуса ракеты. Ось флюгера связана с движком потенциометра.

Напряжение $U_п$, снимаемое с потенциометра, пропорционально углу атаки ракеты. Если пренебречь силами трения в подшипниках, то в большом диапазоне частот можно считать, что передаточная функция датчика угла атаки может определяться коэффициентом передачи

$$k_\alpha = \frac{U_п}{\alpha} = k_п, \tag{5.35}$$

где $k_п$ — коэффициент передачи потенциометра.

2. Рулевые машинки

Рулевые машинки должны поворачивать руль на угол, пропорциональный входному сигналу. В силу большого противодействия скоростного напора рулевые машинки должны обладать достаточной мощностью и крутящим моментом для поворота рулевого оперения до предельных углов отклонения. Мощность машинки должна быть особенно значительной в случае управления поворотным крылом.

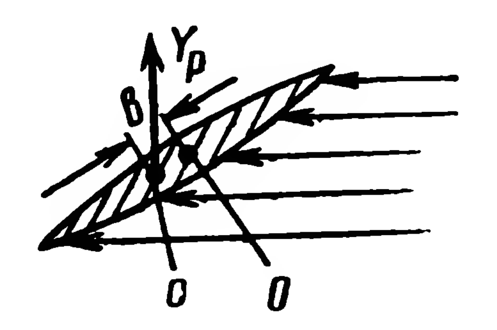


Рис. 5.16. Схема руля с размещением оси вращения О вблизи центра давления (с): $Y_р$ — подъемная сила руля

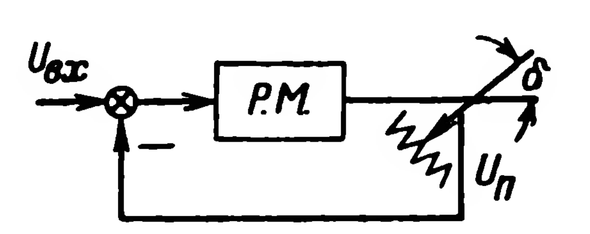


Рис. 5.17. Блок-схема рулевой машинки

Для разгрузки рулевых машинок ось вращения рулей может выбираться вблизи центра давления (рис. 5.16). Величина крутящего (шарнирного) момента $M_ш$ пропорциональна плечу приложения аэродинамической силы (*в*).

За счет уменьшения плеча *в* при той же эффективности руля, определяемой величиной подъемной силы руля $Y_р$, можно уменьшить $M_ш$ и снизить требование к мощности рулевой машинки.

В случае если мощность рулевой машинки достаточна, можно пренебречь влиянием нагрузки на руль и достаточно легко найти ее передаточную функцию.

На рис. 5.17 представлена блок-схема рулевой машинки.

При разомкнутой обратной связи скорость разворота руля δ пропорциональна приложенному напряжению, т. е.

$$\dot{\delta} = k_{р} U_{вх}. \qquad (5.36)$$

Рулевая машинка представляет собой механический привод, сопряженный с тягами руля. С рулем связан потенциометр, напряжение с которого пропорционально углу поворота руля δ:

$$U_{п} = \delta k_{п}, \qquad (5.37)$$

где $k_{п}$ — коэффициент передачи потенциометра.

Напряжение $U_{п}$ в виде отрицательной обратной связи подается на вход рулевой машинки.

Передаточная функция разомкнутой машинки будет равна

$$Y'_{рм}(p) = \frac{\delta(p)}{U_{вх}(p)} = \frac{k_{р}}{p}. \qquad (5.38)$$

Передаточная функция рулевой машинки в замкнутом состоянии с учетом обратной связи равна

$$Y_{рм}(p) = \frac{\delta(p)}{U_{вх}(p)} = \frac{Y'_{рм}}{1 + Y'_{рм} k_{п}} = \frac{k_{р}}{p\left(1 + \frac{k_{р} k_{п}}{p}\right)} = \frac{k_{рм}}{1 + T_{рм} p}, \qquad (5.39)$$

где $k_{рм} = \frac{1}{k_{п}}$ — передаточное число рулевой машинки;

$T_{рм} = \frac{1}{k_{р} k_{п}}$ — постоянная времени.

Таким образом, рулевая машинка представляет собой инерционное звено с постоянной времени $T_{рм}$. При достаточно большом значении $k_{р}$ величина $T_{рм}\omega$ в области рабочих частот может быть значительно меньше 1. Тогда модуль знаменателя приблизительно равен 1, а фаза $\phi \simeq T_{рм} \cdot \omega$. В этом случае передаточная функция рулевой машинки может быть представлена в виде запаздывающего звена:

$$Y_{рм} = k_{рм} e^{-T_{рм}\omega}. \qquad (5.40)$$

3. Усилители управляющих сигналов

Усилители управляющих сигналов служат, как показывает само название, для усиления сигналов как в цепях обратной связи, так и в прямых цепях.

Разностные усилители образуют разности входных сигналов, служат, как правило, для формирования сигналов рассогласования. В усилителях может происходить преобразование сигнала из одного вида в другой: например, из сигнала переменного тока в сигналы постоянного тока. Такие усилители называются усилителями-преобразователями. Описание конструктивных решений мож-

но найти в ряде источников (например, [1]). Отметим лишь, что, как правило, они выбираются достаточно широкополосными и описываются, как простые безынерционные усилительные звенья либо как звенья с малым запаздыванием. В дальнейшем мы будем полагать передаточные функции $Y_у(p)$ усилительных звеньев равными

$$Y_у(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)} = k_у. \qquad (5.41)$$

Заметим, что аналогично описывается и входное звено бортовой системы управления, которое является общим для всех схем и не было отражено ранее в блок-схемах, как не входящее непосредственно в контур стабилизации. Речь идет о радиоприемном усилительном устройстве, с выхода которого снимается команда управления.

4. Формирующие цепи

Формирующие цепи играют важную роль в контуре стабилизации.

В их задачу входит обеспечение стабильности динамических и статических параметров ракет и их оптимизация по заданным критериям путем формирования сигнала в цепях обратной связи. Каждому конкретному типу ракет соответствует своя система стабилизации и соответственно передаточная функция формирующих цепей. Общие принципы формирования сигналов обратной связи рассмотрены в § 2.

5. Инструментальные ошибки элементов контура стабилизации

При разборе элементов системы регулирования каждый элемент рассматривается не только с точки зрения его математической структурной схемы (передаточной функции), но и как источник возмущений, которые в той или иной мере могут отразиться на качестве процесса управления.

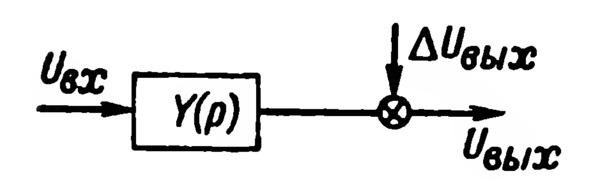


Рис. 5.18. Изображение звена с инструментальной ошибкой

Под инструментальными ошибками системы регулирования понимаются внутренние возмущения, существующие независимо от входных сигналов управления.

Прохождение этих возмущающих сигналов можно рассматривать в линейных цепях независимо от основного сигнала.

Как правило, инструментальные ошибки носят случайный характер от эксперимента к эксперименту и по своему характеру либо постоянны, либо весьма медленно меняются во времени.

В данном случае речь не идет о флюктуационных ошибках радиоприемных устройств, которые мы относим к отдельной категории. Это обстоятельство (постоянство во времени) во многом облегчает их анализ, поскольку позволяет пользоваться формулами

установившихся режимов, т. е. переходить от передаточных функций к коэффициентам передачи.

Источниками инструментальных ошибок служат электрические цепи вследствие всевозможных разбалансировок усилителей, уходов нулей потенциометров и датчиков и т. д.

Поэтому каждый из элементов, рассмотренных выше, должен отображаться в виде оператора $Y(p)$ и дополнительного выходного сигнала $\Delta U_{вых}$, равного инструментальной ошибке этого элемента (рис. 5.18).

Методы учета инструментальных ошибок элементов будут нами рассмотрены ниже, в § 9.

§ 5. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ

В гл. IV мы получили исходные нелинейные структурные схемы для ракеты. Дополнение этих схем элементами контура стабилизации позволяет получить исходную нелинейную структурную схему контура стабилизации ракеты.

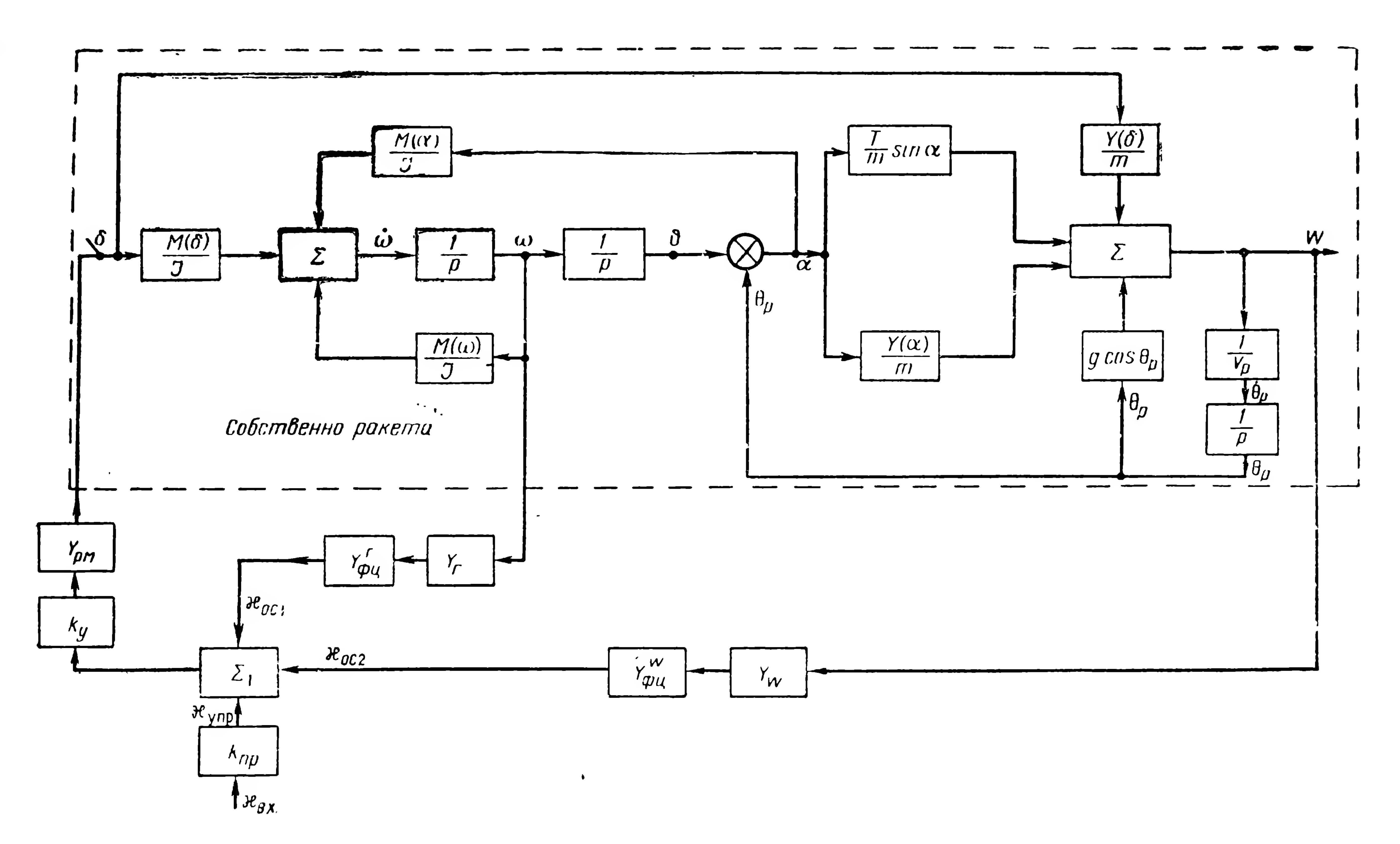
В качестве примера на рис. 5.19 рассмотрена нелинейная структурная схема для общего случая стабилизации по двум параметрам ракеты: по нормальному ускорению W и скорости разворота оси ракеты $\dot{\vartheta}$.

В качестве исходной взята нелинейная структурная схема ракеты, приведенная нами в гл. IV на рис. 4.20. Указанная схема является обобщенной как для случая управления с помощью рулевого устройства, так и для случая поворотного крыла. Напомним, что для случая поворотного крыла прямая связь с входа через звено $\frac{Y(\delta)}{m}$ является определяющей, тогда как в схемах с рулевым устройством этой связью вследствие ее малости можно пренебречь.

На представленной структурной схеме (рис. 5.19) все, что относится к собственно ракете (на схеме обведено пунктиром), полностью соответствует схеме, приведенной на рис. 4.20. Схема дополнена двумя обратными связями по W и $\dot{\vartheta}$. Первая цепь обратной связи проходит через гироскопический датчик $Y_г$ и формирующую цепь $Y^{Г}_{фц}$, вторая цепь — через датчик линейных ускорений Y_W и формирующую цепь $Y^{W}_{фц}$.

Сигналы обратной связи x_{oc1} и x_{oc2} поступают на разностный усилитель (Σ_1). Сюда же поступает сигнал управления $x_{упр}$ через приемный тракт $k_{пр}$. Сигнал рассогласования $\delta x = x_{упр} - x_{oc1} - x_{oc2}$ далее через усилитель $k_у$ управляет рулевой машинкой $Y_{рм}$ и соответственно отклонением руля δ.

На структурной схеме все элементы обратных связей и усилительных устройств отображены в виде линейных операторов и усилительных звеньев. Соображения по их передаточным функциям нами были сформулированы в предыдущем параграфе. Полагать нелинейными измерительные элементы $Y_г$ и Y_W, за исключением


δ
M(δ)/J
Σ
ω̇
1/p
ω
1/p
ϑ
α
θ_p
M(α)/J
M(ω)/J
T/m sin α
Y(α)/m
Y(δ)/m
Σ
g cos θ_p
1/V_p
1/p
W
Собственно ракета
Y_рм
k_у
Y_г
Y^г_фц
ϰ_ос1
Σ_1
ϰ_ос2
Y^W_фц
Y_W
ϰ_упр
k_пр
ϰ_вх

специальных случаев ограничения сигналов обратной связи, нет причин. Эти же соображения могут быть приняты для усилителей $k_у$ и $k_{пр}$.

Исключением до некоторой степени может явиться рулевая машинка. За счет ограниченной мощности в ней могут наступать ограничения по максимальной скорости отработки команды. В этом случае необходимо будет развернуть ее в нелинейную структурную схему, введя нелинейное функциональное звено $k_{рм}(\delta)$ и $k_{рм}(\dot{\delta})$.

Рассмотрим далее нелинейную структурную схему контура стабилизации по крену (рис. 5.20).

Исходная схема собственно ракеты была приведена в гл. IV на рис. 4.22. Эта схема дополнена элементами согласно схеме контура стабилизации по крену (рис. 5.10).

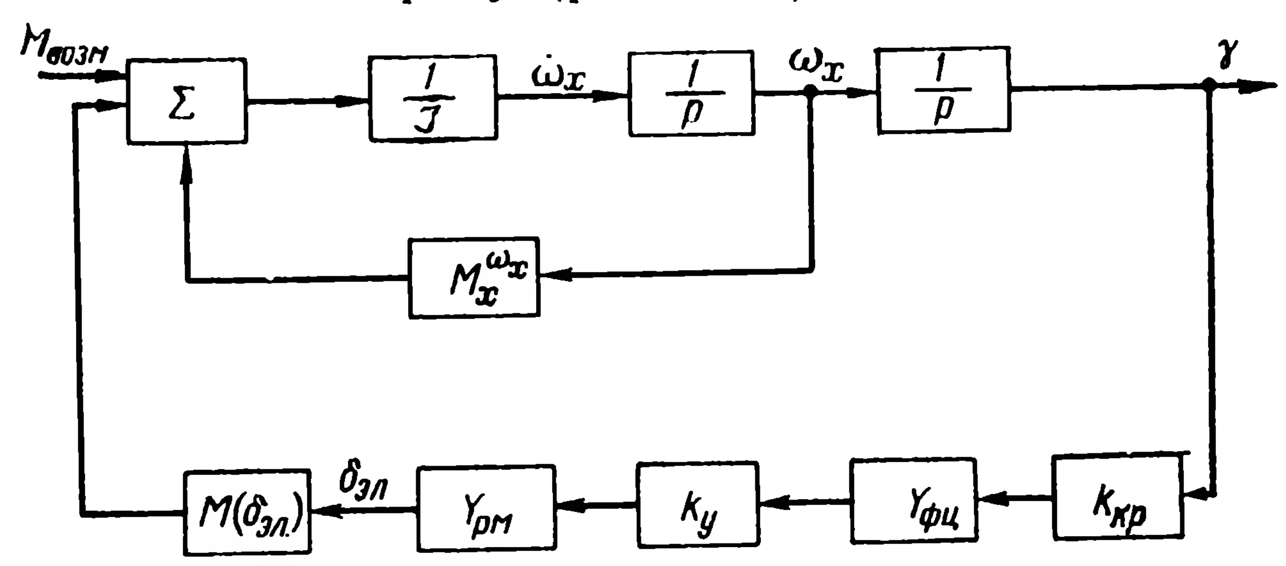


Рис. 5.20. Нелинейная структурная схема контура стабилизации ракеты по крену

Звено ракеты охвачено цепью обратной связи через датчик крена $k_{кр}$, формирующую цепь $Y_{фц}$, усилительный тракт $k_у$ и рулевую машинку $Y_{рм}$.

На схему воздействуют внешние возмущения ($M_{возм}$), возникающие главным образом в результате воздействия асимметричного обтекающего потока. Эти возмущения связаны с управлением по курсовому и тангажному каналам, а также с возможной аэродинамической асимметрией крыльев.

Полученные структурные схемы могут быть использованы непосредственно для составления нелинейной модели и проведения анализа. Аналогичным образом могут быть получены линеаризованные структурные схемы.

Рассмотрим линеаризованные структурные схемы контура стабилизации.

В качестве обобщенной линеаризованной структурной схемы собственно ракеты могут быть использованы схемы, изображенные в гл. IV на рис. 4.24 и 4.29. Обе схемы по своему составу аналогичны. Первая схема составлена для случая рулевого управления, вторая — для поворотного крыла. Соответственно входными сигналами могут служить либо отклонения руля δ, либо отклонения крыла $\alpha_{кр}$.

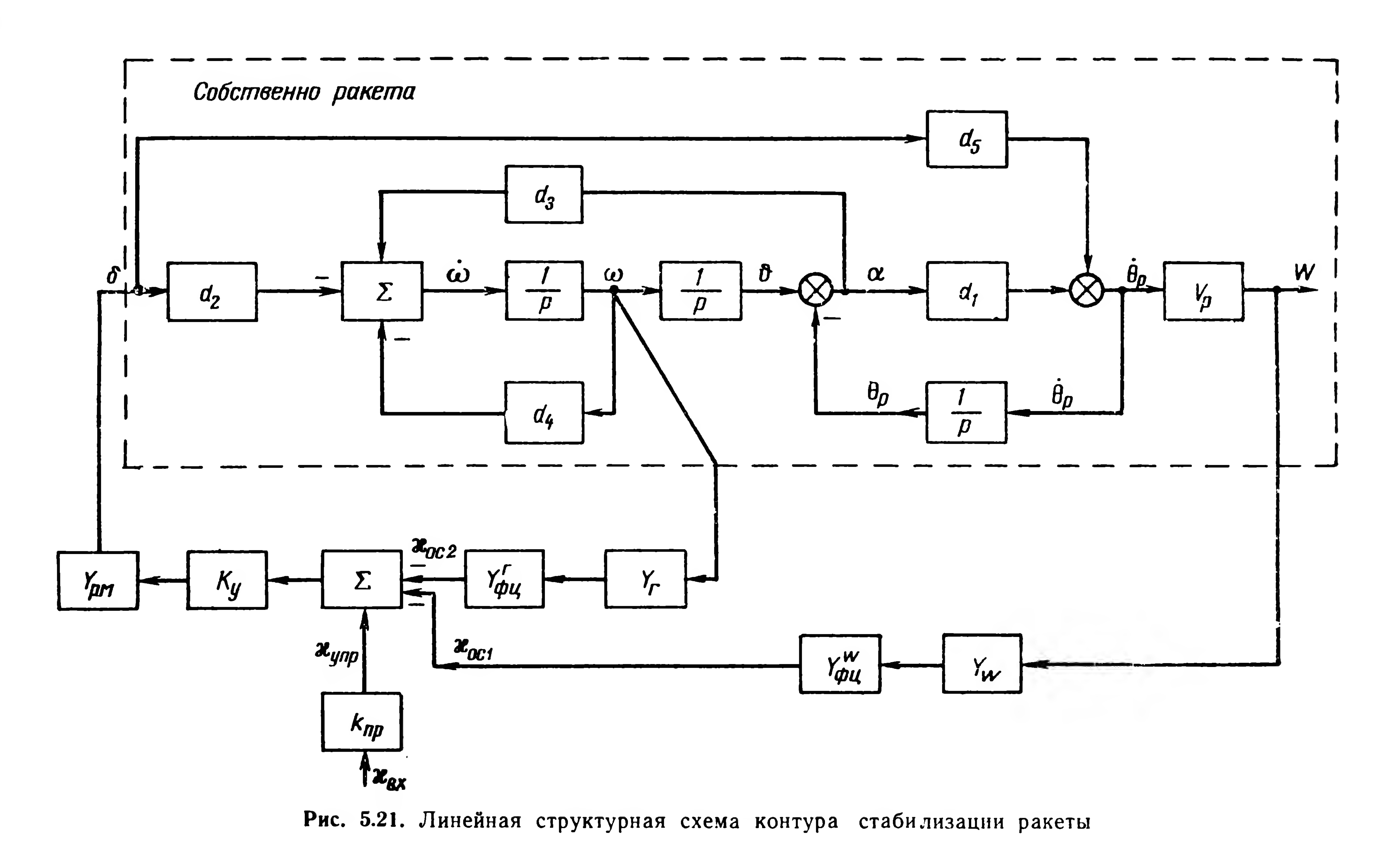


Рис. 5.21. Линейная структурная схема контура стабилизации ракеты

На рис. 5.21 представлена линеаризованная структурная схема контура стабилизации при наличии обратных связей по угловой скорости $\dot{\vartheta}$ и нормальному ускорению W. Состав элементов контура стабилизации аналогичен приведенному на рис. 5.19 для нелинейной схемы. Таким же образом может быть получена линеаризованная структурная схема контура стабилизации по крену (рис. 5.22). Для этой цели необходимо дополнить линеаризованную схему канала крена (рис. 4.35) стабилизирующими элементами.

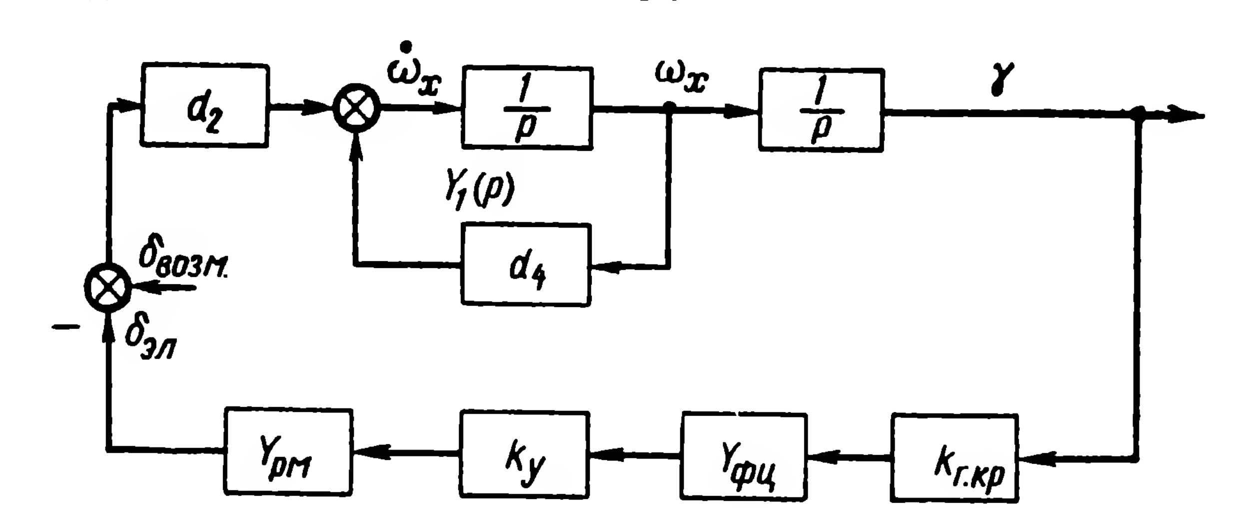


Рис. 5.22. Линейная структурная схема контура стабилизации ракеты по крену

Полученные линеаризованные структурные схемы отображают нестационарную линейную систему уравнений. Решение этой системы может быть осуществлено с помощью моделирования либо численными методами. Решение их аналитическими методами в силу высокого порядка уравнений вряд ли целесообразно. Особенно это касается первой из рассмотренных схем.

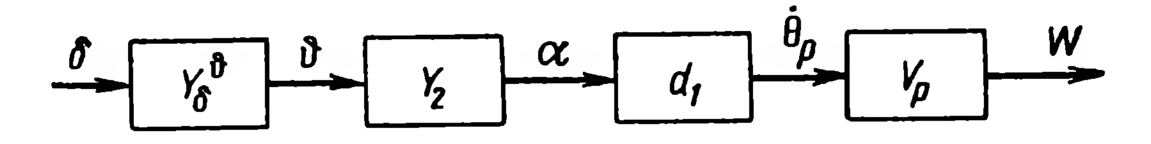


Рис. 5.23. Свернутая линейная структурная схема ракеты

Аналитическое решение возможно в случае использования принципа замораживания коэффициентов и перехода к стационарным схемам. Для этой цели найдем передаточные функции рассмотренных структурных схем.

Предварительно проведем свертывание структурных схем, полагая их стационарными. Свернутая структурная схема собственно ракеты для случая рулевого управления приведена в гл. IV на рис. 4.26. Напомним, что при построении этой схемы мы пренебрегаем прямой связью через коэффициент d_5 (подъемной силой руля), приведенной на обобщенной структурной схеме (рис. 4.24).

Свернутая структурная схема ракеты, изображенная на рис. 4.26, может быть еще более укрупнена и приведена к виду, изображенному на рис. 5.23.

Рассмотрим далее свернутую структурную схему контура стабилизации, построенную с учетом двух цепей обратной связи: по $\dot{\vartheta}$ и W (рис. 5.24). Из свернутой структурной схемы контура стабилизации физически очевидны назначения обеих обратных связей.

Первая обратная связь обеспечивает стабилизацию динамических характеристик оператора Y_δ^ϑ, описывающих движение вокруг центра тяжести ракеты, т. е. в основном ее моментных характеристик. Что касается второй внешней обратной связи, то она обеспечивает дополнительно стабилизацию параметров оператора $Y_2(p)$ и звена $d_1 V_p$.

Из выражения (4.22) для $Y_2(p)$ нетрудно видеть, что $Y_2(p)$ является функцией только коэффициента d_1, который, как это сле-

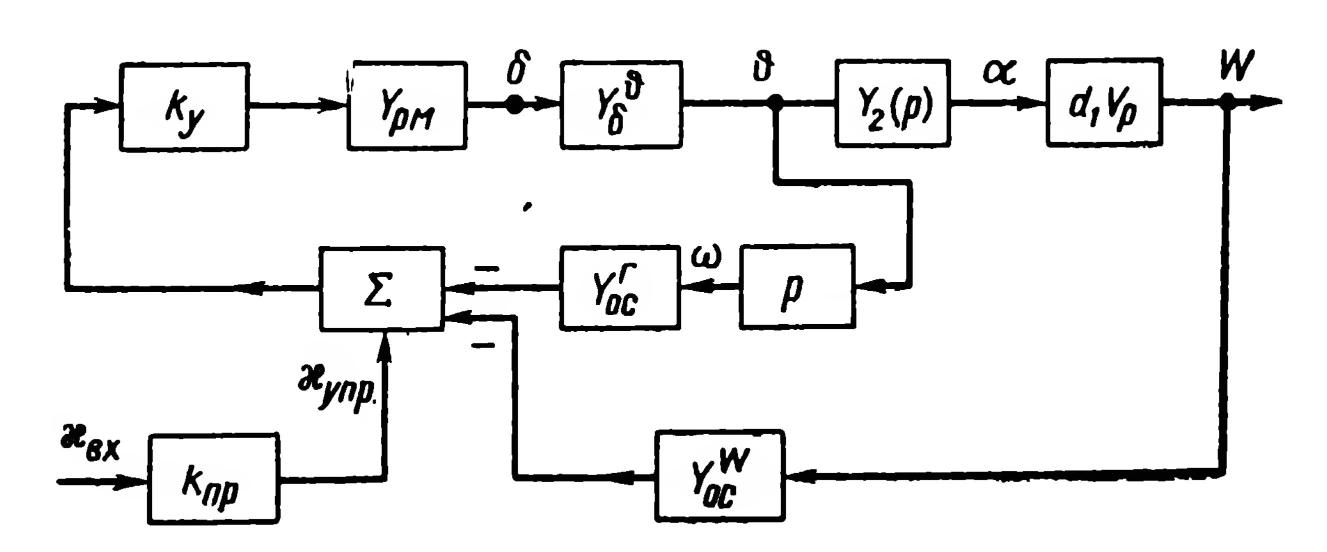


Рис. 5.24. Свернутая линейная структурная схема контура стабилизации ракеты

дует из выражения (4.19), является коэффициентом подъемной силы.

Таким образом, вторая обратная связь главным образом обеспечивает стабилизацию подъемной силы, т. е. в конечном итоге — стабильность маневренных характеристик ракеты.

Перейдем к дальнейшему рассмотрению свернутой структурной схемы контура стабилизации ракеты (рис. 5.24).

Выражение для передаточной функции Y_δ^ϑ, связывающей угол отклонения руля δ с углом оси ракеты ϑ, представлено равенством (4.25).

Далее из свернутой структурной схемы нетрудно получить необходимые передаточные функции, связывающие входную команду и любой параметр движения ракеты.

Так, передаточная функция, связывающая входную команду $\varkappa_{вх}$ с углом отклонения ракеты ϑ, согласно рис. 5.24 составит:

$$Y_\varkappa^\vartheta = \frac{k_{пр} k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta}{1 + \left(p Y_{ос}^г + Y_2(p) d_1 V_р Y_{ос}^W\right) k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta}, \tag{5.42}$$

с углом атаки α:

$$Y_\varkappa^\alpha = \frac{k_{пр} k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta Y_2(p)}{1 + \left(p Y_{ос}^г + Y_2(p) d_1 V_р Y_{ос}^W\right) k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta}, \tag{5.43}$$

и, наконец, с выходным параметром ракеты — нормальным ускорением:

$$Y_x^W = \frac{k_{пр} k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta Y_2(p)\, d_1 V_р}{1 + \left(p Y_{ос}^г + Y_2(p)\, d_1 V_р Y_{ос}^W\right) k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta}. \qquad (5.44)$$

Выражение, стоящее в знаменателе, для всех операторов одинаково и может быть представлено в виде

$$Y(p) = 1 + Y_{кс}^{\circ},$$

где $Y_{кс}^{\circ}$ — характеристика разомкнутого контура стабилизации, определяющая его устойчивость.

Выражения, стоящие в числителе операторов (5.42), (5.43) и (5.44), есть не что иное, как операторы связи между командой и параметрами ϑ, α и W ракеты без обратной связи.

Эти выражения для прямой цепи могут быть записаны в виде Y_ϑ°, Y_α°, Y_W°.

В соответствии с принятыми обозначениями выражения для операторов контура стабилизации перепишутся так:

$$Y_x^\vartheta = \frac{Y_\vartheta^{\circ}}{1 + Y_{кс}^{\circ}}; \qquad (5.45)$$

$$Y_x^\alpha = \frac{Y_\alpha^{\circ}}{1 + Y_{кс}^{\circ}}; \qquad (5.46)$$

$$Y_x^W = \frac{Y_W^{\circ}}{1 + Y_{кс}^{\circ}}, \qquad (5.47)$$

где

$$Y_{кс}^{\circ} = \left(p Y_{ос}^г + Y_2(p)\, d_1 V_р Y_{ос}^W\right) k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta; \qquad (5.48)$$

$$\left.\begin{aligned} Y_\vartheta^{\circ} &= k_{пр} k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta; \\ Y_\alpha^{\circ} &= k_{пр} k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta Y_2(p); \\ Y_W^{\circ} &= k_{пр} k_у Y_{рм} Y_\delta^\vartheta Y_2(p)\, d_1 V_р. \end{aligned}\right\} \qquad (5.49)$$

Рассмотрим все составляющие, входящие в выражения (5.48) и (5.49):

$Y_{ос}^г$ — оператор цепи обратной связи через двухстепенный гироскоп. Его передаточная функция согласно рис. 5.21 равна

$$Y_{ос}^г = Y_г Y_{фц}^г, \qquad (5.50)$$

где $Y_г$ — передаточная функция двухстепенного гироскопа, заданная выражением (5.33);

$Y_{фц}^г$ — передаточная функция формирующего усилителя в цепи обратной связи;

Y_{oc}^{W} — оператор цепи обратной связи по датчику линейных ускорений. Согласно рис. 5.21

$$Y_{oc}^{W} = Y_{фц}^{W} Y_{W}. \qquad (5.51)$$

Выражение Y_W — передаточная функция датчика измерителя нормального ускорения (5.25). $Y_{фц}^{W}$ — передаточная функция формирующего усилителя.

Операторы $Y_{\delta}^{\vartheta}(p)$ и $Y_2(p)$ звеньев собственно ракеты были нами получены в гл. IV и представлены выражениями (4.25) и (4.22).

d_1 — аэродинамический коэффициент, заданный выражением (4.19).

$V_р$ — скорость ракеты.

$k_у$ и $k_{пр}$ — коэффициенты усиления усилителей контура стабилизации и входного блока.

$Y_{рм}$ — передаточная функция рулевой машинки, заданная выражением (5.39).

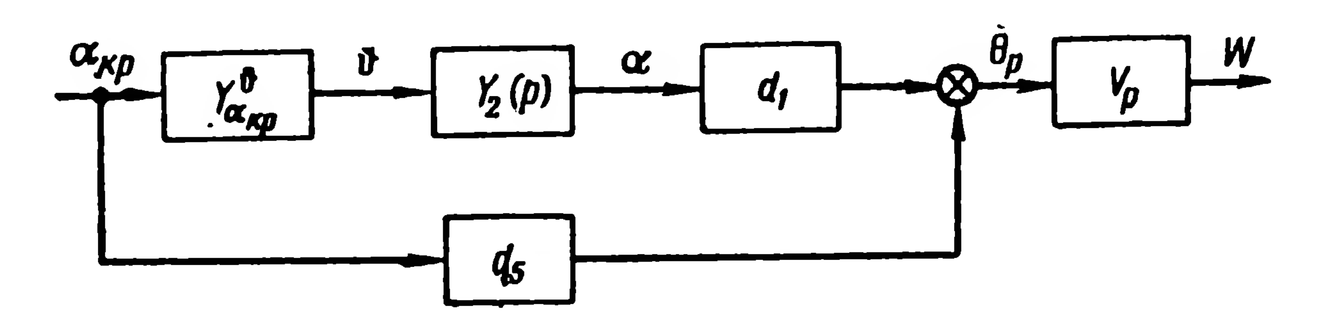


Рис. 5.25. Свернутая линейная структурная схема ракеты с поворотным крылом

Таким образом, мы получили выражения основных передаточных функций контура стабилизации. Полученные выражения позволяют решить с помощью частотных методов в пределах сделанных допущений все необходимые вопросы анализа контура стабилизации ракеты с рулевым управлением. Структурные схемы, отображающие нелинейную и линеаризованную нестационарные системы, могут быть использованы для анализа с помощью моделирующих устройств.

Аналогичным образом могут быть получены структурные схемы и передаточные функции для ракеты с поворотным крылом.

Структурные схемы, изображенные на рис. 4.24 и 4.29, являются обобщенными на случай управления с помощью рулевых устройств и поворотного крыла.

Для случая схемы с поворотным крылом связь через d_5 является определяющей, тогда как мы ею пренебрегли при рассмотрении схемы с рулевым управлением. В соответствии с этим свернутая структурная схема собственно ракеты для случая поворотного крыла может быть получена из рис. 4.31 в виде, изображенном на рис. 5.25, где

$$Y_{\alpha_{кр}}^{\vartheta} = Y_3(p)\, Y_4(p).$$

Полное выражение для $Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}$ приведено в выражении (4.40).

В целях простоты дальнейших преобразований эту схему удобно представить в виде, изображенном на рис. 5.26.

Учитывая элементы контура стабилизации, свернутую структурную схему контура стабилизации ракеты с поворотным крылом можно привести к виду, изображенному на рис. 5.27.

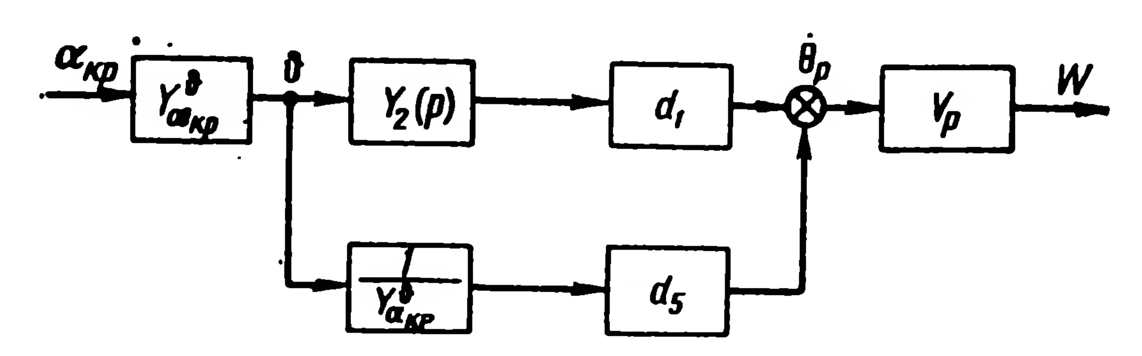


Рис. 5.26. Преобразование свернутой структурной схемы ракеты с поворотным крылом

В соответствии со структурной схемой могут быть получены передаточные функции, связывающие различные точки ракеты с входной командой $\varkappa_{вх}$:

$$Y^{\vartheta}_{\varkappa}=\frac{k_{пр}k_{у}Y_{рм}Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}}{1+k_{у}Y_{рм}Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}\left[pY^{г}_{ос}+\left(Y_2d_1+\frac{1}{Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}}d_5\right)V_{р}Y^{W}_{ос}\right]}. \quad (5.52)$$

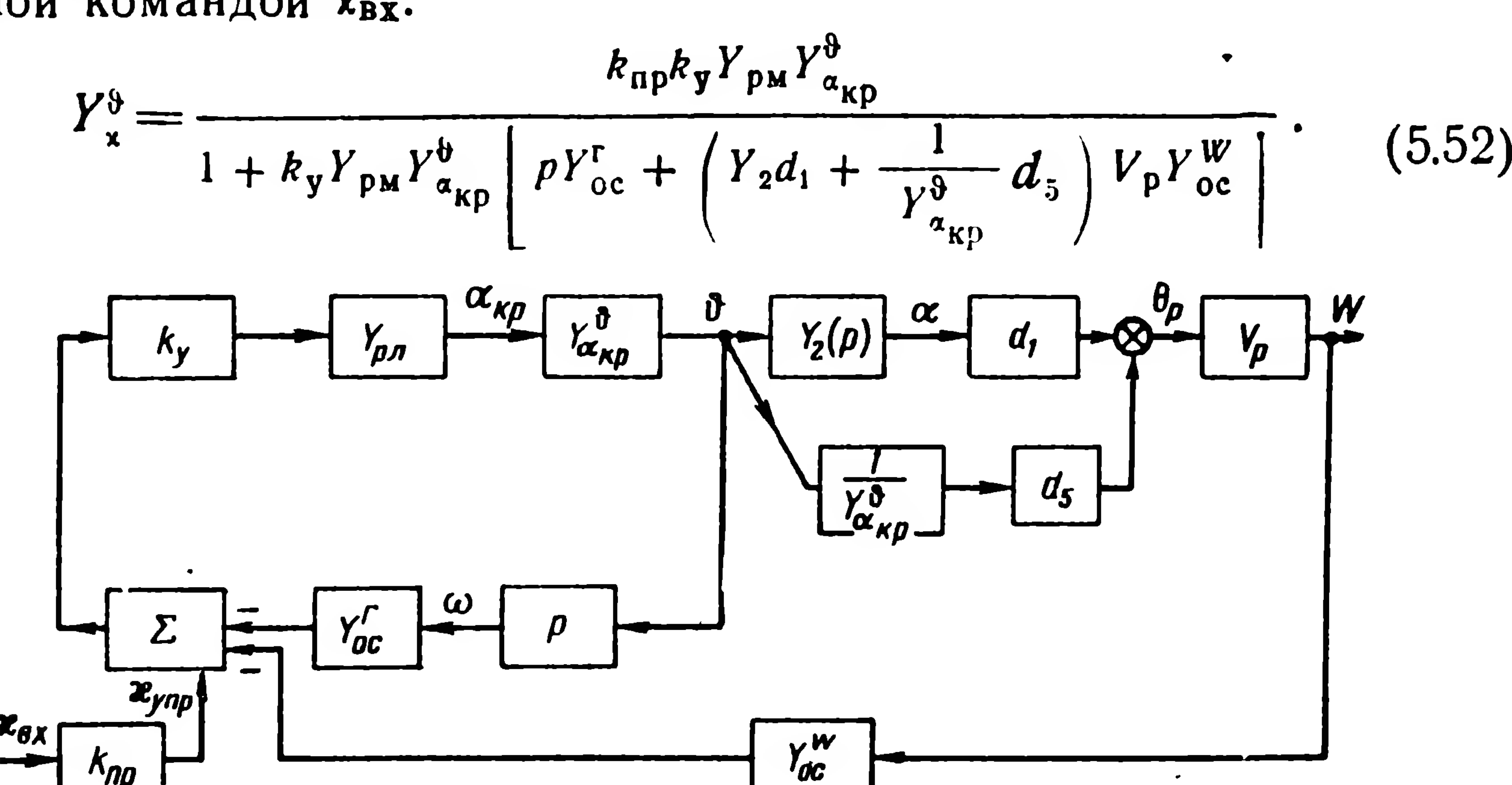


Рис. 5.27. Свернутая структурная схема контура стабилизации ракеты с поворотным крылом

Выражение в знаменателе (без единицы) является передаточной функцией разомкнутого контура стабилизации ракеты с поворотным крылом, т. е. определяет его устойчивость.

По аналогии с ранее рассмотренным случаем обозначим его в виде оператора $Y^{\circ}_{кс}$. Из выражения (5.52) нетрудно видеть, что $Y^{\circ}_{кс}$ приводится к виду

$$Y^{\circ}_{кс}=k_{у}Y_{рм}\left[Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}pY^{г}_{ос}+\left(Y_2Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}d_1+d_5\right)V_{р}Y^{W}_{ос}\right]. \quad (5.53)$$

Соответственно выражение для $Y^{\vartheta}_{\varkappa}$ может быть переписано в виде

$$Y^{\vartheta}_{\alpha}=\frac{k_{пр}k_{у}Y_{рм}Y^{\vartheta}_{\alpha_{кр}}}{1+Y^{\circ}_{кс}}. \quad (5.54)$$

Выражения для операторов, определяющих связь между командой и углом атаки корпуса ракеты $(Y_{\varkappa}^{\alpha})$ и нормальным ускорением $(Y_{\varkappa}^{W})$, соответственно запишутся:

$$Y_{\varkappa}^{\alpha} = \frac{k_{\text{пр}} k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} Y_2}{1 + Y_{\text{кс}}^{\circ}}; \tag{5.55}$$

$$Y_{\varkappa}^{W} = \frac{k_{\text{пр}} k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} \left(Y_2 d_1 + \frac{1}{Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta}} d_5 \right) V_{\text{р}}}{1 + Y_{\text{кс}}^{\circ}} = \frac{k_{\text{пр}} k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} \left(Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} Y_2 d_1 + d_5 \right) V_{\text{р}}}{1 + Y_{\text{кс}}^{\circ}}. \tag{5.56}$$

Выражения, стоящие в числителях (5.54), (5.55) и (5.56), являются операторами связи между командой $\varkappa_{\text{вх}}$ и параметрами ракеты ϑ, α и W для условия отсутствия обратных связей контура стабилизации.

Эти выражения для прямой цепи обозначим, как и в случае управления с помощью рулевых устройств, в виде Y_{ϑ}°, Y_{α}°, Y_{W}° и соответственно с этими обозначениями выражения для операторов контура стабилизации перепишутся так:

$$\left. \begin{aligned} Y_{\varkappa}^{\vartheta} &= \frac{Y_{\vartheta}^{\circ}}{1 + Y_{\text{кс}}^{\circ}}; \\ Y_{\varkappa}^{\alpha} &= \frac{Y_{\alpha}^{\circ}}{1 + Y_{\text{кс}}^{\circ}}; \\ Y_{\varkappa}^{W} &= \frac{Y_{W}^{\circ}}{1 + Y_{\text{кс}}^{\circ}}, \end{aligned} \right\} \tag{5.57}$$

где

$$Y_{\text{кс}}^{\circ} = k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} \left[Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} p Y_{\text{ос}}^{\text{г}} + \left(Y_2 Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} d_1 + d_5 \right) V_{\text{р}} Y_{\text{ос}}^{W} \right]; \tag{5.58}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{\vartheta}^{\circ} &= k_{\text{пр}} k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta}; \\ Y_{\alpha}^{\circ} &= k_{\text{пр}} k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} Y_2; \\ Y_{W}^{\circ} &= k_{\text{пр}} k_{\text{у}} Y_{\text{рм}} \left(Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta} Y_2 d_1 + d_5 \right) V_{\text{р}}. \end{aligned} \right\} \tag{5.59}$$

В выражениях (5.58) и (5.59), как и в ранее полученных выражениях (5.48) и (5.49):

$Y_{\text{ос}}^{\text{г}}$ и $Y_{\text{ос}}^{W}$ — операторы передаточных функций цепи обратной связи. Их значения приведены в равенствах (5.50) и (5.51).

Операторы $Y_{\alpha_{\text{кр}}}^{\vartheta}$ и Y_2 — звенья собственно ракеты, которые нами были получены в гл. IV (4.40) и (4.37);

d_1 и d_5 — аэродинамические коэффициенты подъемной силы корпуса ракеты и крыла, заданные выражениями (4.35);

$k_у$ и $k_{пр}$ — коэффициенты усиления усилителей контура стабилизации и входного блока;

$Y_{рм}$ — передаточная функция рулевой машинки, заданная выражением (5.39).

Полученные системы операторов легко могут быть приведены к случаю, когда обратная связь осуществляется только по одному из двух параметров W или ϑ. Для этого достаточно положить в выражениях (5.53) — (5.58) $Y^{г}_{ос}=0$ или $Y^{W}_{ос}=0$.

Передаточные функции канала крена могут быть получены непосредственно из рассмотрения линейной структурной схемы, изображенной на рис. 5.22.

Если рассмотреть в качестве входных сигналов эквивалентные возмущения, приведенные к элеронам, то передаточная функция контура стабилизации по крену, определяющая связь между входным возмущением $\delta_{возм}$ и углом крена γ, запишется в виде

$$Y^{\gamma}_{\delta_{эл}}=\frac{d_2 Y_1 \frac{1}{p}}{1+d_2 Y_1 \frac{1}{p} k_{г.кр} Y_{фц} k_у Y_{рм}}, \qquad (5.60)$$

где

$$Y_1(p)=\frac{\frac{1}{p}}{1+\frac{1}{p}d_4}=\frac{1}{p+d_4}=\frac{1}{d_4(1+T_\gamma p)}$$ — передаточная функция петли, замкнутой через d_4.

Обозначим $\frac{d_2}{d_4}=K_\gamma$ и передаточную функцию канала крена без обратных связей в виде

$$Y^0_\gamma=d_2 Y_1\frac{1}{p}=\frac{K_\gamma}{p(1+T_\gamma p)}. \qquad (5.62)$$

Тогда в окончательном виде выражение для передаточной функции контура стабилизации по крену запишется так:

$$Y^{\delta}_{\delta_{эл}}=\frac{Y^0_\gamma}{1+Y^0_\gamma Y_{ос} Y_{рм}}, \qquad (5.63)$$

где $Y_{ос}$ — передаточная функция цепи обратной связи по крену, равная

$$Y_{ос}=k_{г.кр} Y_{фц} k_у. \qquad (5.64)$$

Оператор разомкнутой петли контура стабилизации крена, определяющий его устойчивость, равен

$$Y^0_{кс}=Y^0_\gamma Y_{ос} Y_{рм}. \qquad (5.65)$$

С учетом последнего выражения оператор контура крена (5.63 может быть переписан в виде

$$Y_{\delta_{эл}}^{\gamma}=\frac{Y_{\gamma}^{0}}{1+Y_{кс}^{0}}. \qquad (5.66$$

§ 6. ХАРАКТЕРИСТИКИ УСТОЙЧИВОСТИ КОНТУРОВ СТАБИЛИЗАЦИИ

В качестве критериев устойчивости рассмотрим частотные кри терии: запасы устойчивости по фазе и амплитуде.

Чтобы определить запас устойчивости, необходимо рассмотреть частотные характеристики операторов разомкнутой петли контуров стабилизации, выражения (5.48), (5.58) и (5.65).

Для ракет с рулевым управлением выражение для $Y_{кс}^0$ имеет следующий вид:

$$Y_{кс}^{0}=[pY_{ос}^{г}+Y_2 d_1 V_р Y_{ос}^{W}]\,k_у Y_{рм} Y_{\delta}^{\vartheta}.$$

Для ракет с поворотным крылом

$$Y_{кс}^{0}=k_у Y_{рм}\,[Y_{\alpha_{кр}}^{\vartheta} pY_{ос}^{г}+(Y_2 Y_{\alpha_{кр}}^{\vartheta} d_1+d_5)\,V_р Y_{ос}^{W}].$$

Для канала крена

$$Y_{кс}^{0}=Y_{\gamma}^{0} Y_{ос} Y_{рм}.$$

В передаточные функции разомкнутых цепей входят операторы обратных связей $Y_{ос}^{г}$ и $Y_{ос}^{W}$. Выбором параметров корректирующих ячеек $Y_{фц}^{г}$ и $Y_{фц}^{W}$, входящих в операторы обратных связей (5.50) и (5.51), обеспечиваются необходимые запасы устойчивости контура стабилизации.

Для проведения анализа контура стабилизации можно поступить следующим образом. Выбрать в зоне действия ракеты серию контрольных точек. В каждой из них произвести расчет частотных характеристик, измерить запасы устойчивости по фазе и модулю и сравнить полученные результаты с контрольными цифрами. При этом целесообразно пользоваться некоторыми правилами. Резкое изменение параметров ракет и соответственно запасов устойчивости от точки к точке указывает на существенную нестационарность системы, поэтому в этом случае следует произвести проверку этих траекторий с помощью моделирования.

Контрольные точки должны охватывать области критических параметров. К ним относятся, например, области с максимальным и минимальным скоростным напором, максимальными и минимальными статическими запасами устойчивости ракеты, критическими значениями аэродинамических параметров (вблизи чисел M=1) и т. д.

Требуемое значение запасов устойчивости обычно устанавливается опытным путем либо моделированием, исходя из характера возмущений и разброса параметров.

§ 7. РЕАКЦИЯ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ НА ФЛЮКТУАЦИОННЫЕ СИГНАЛЫ

Одной из важных характеристик контура стабилизации является его реакция на случайные возмущения, поступающие на борт ракеты в составе команд. При известном спектральном составе флюктуационных ошибок $g_{вх}(\omega)$, подаваемых на борт, можно просчитать спектральную плотность того или иного параметра контура стабилизации и соответственно его дисперсию σ^2.

Такими показателями контура стабилизации являются в первую очередь флюктуационные перегрузки $n_{фл}=\frac{W_{фл}}{g}$ и флюктуационные колебания угла атаки $\alpha_{фл}$.

Первая характеристика важна с точки зрения прочностных характеристик, а также «расхода» располагаемых маневренных свойств ракеты на паразитные колебания. Флюктуационные колебания угла атаки характеризуют контур стабилизации примерно из тех же соображений с той лишь разницей, что в ряде условий полета (например, малые скоростные напоры), когда нормальные перегрузки малы, ограничением будут являться не максимальные перегрузки, а углы атаки. Последнее происходит потому, что при переходе в область больших углов атаки ракета в силу нелинейной зависимости моментных характеристик и характеристик подъемной силы от угла атаки может выйти из состояния устойчивости, что может привести к необратимому нарушению ее стабилизации.

Таким образом, необходимо, чтобы в течение полета максимальные флюктуационные ускорения

$$W_{max} \leqslant W_{доп}. \qquad (5.67а)$$

Среднеквадратичные значения ускорений

$$\sigma_W \leqslant \overline{W}_{доп}. \qquad (5.67б)$$

Максимальные значения угла атаки

$$\alpha_{max} \leqslant \alpha_{доп}.$$

Следует заметить, что ограничения максимальных перегрузок могут быть достигнуты не только за счет формирования контура стабилизации, но и за счет аппаратурных ограничений команд. Помимо этого, флюктуационные колебания по углу атаки существенно влияют на величину лобового сопротивления. Поэтому при расчетах силы лобового сопротивления должен учитываться закон распределения углов атаки и соответствующего ему аэродинамического коэффициента лобового сопротивления $c_x(\alpha)$, связанных между собой нелинейной зависимостью (рис. 4.6).

Методика расчета флюктуационных характеристик освещалась в гл. II, § 9.

Спектральная плотность выходного параметра W и α (g_W и g_α) найдется согласно этой методике следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} g_W(\omega) &= g_{\text{вх}}(\omega)\left(Y_x^W\right)^2; \\ g_\alpha(\omega) &= g_{\text{вх}}(\omega)\left(Y_x^\alpha\right)^2, \end{aligned}\right\} \tag{5.68}$$

где $g_{\text{вх}}$ — спектральная плотность входных флюктуаций;

$\left(Y_x^W\right)^2$ и $\left(Y_x^\alpha\right)^2$ — квадраты модулей частотных характеристик контура стабилизаций, значения которых даны в выражениях (5.43) и (5.44), а также (5.55) и (5.56).

Дисперсия значений W и α найдется так:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_W^2 &= \int_0^\infty g_W(\omega)\,d\omega = \int_0^\infty g_{\text{вх}}(\omega)\left(Y_x^W\right)^2 d\omega; \\ \sigma_\alpha^2 &= \int_0^\infty g_\alpha(\omega)\,d\omega = \int_0^\infty g_{\text{вх}}(\omega)\left(Y_x^\alpha\right)^2 d\omega. \end{aligned}\right\} \tag{5.69}$$

Принимая законы распределения нормальными и задаваясь вероятностью события, когда $W \geqslant W_{\text{доп}}$, $\alpha \geqslant \alpha_{\text{доп}}$, можно оценить выполнение условий ограничения (5.67а) и (5.67б). Например, можно принять условия:

$$3\sigma_W \leqslant W_{\text{доп}}.$$

Подбором параметров контура стабилизации можно достичь выполнения условий по указанным ограничениям.

В частности, при условии равномерности входного частотного спектра $g_{\text{вх}}(\omega) = g_{\text{вх}}(0)$ выражения (5.69) будут иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_W^2 &= g_{\text{вх}}(0)\int_0^\infty \left(Y_x^W\right)^2 d\omega = g_{\text{вх}}(0)\,\Delta F_W; \\ \sigma_\alpha^2 &= g_{\text{вх}}(0)\int_0^\infty \left(Y_x^\alpha\right)^2 d\omega = g_{\text{вх}}(0)\,\Delta F_\alpha, \end{aligned}\right\} \tag{5.70}$$

где ΔF_W и ΔF_α — эквивалентные полосы пропускания контура стабилизации по углу атаки и перегрузкам. Тогда нетрудно видеть, что при заданных значениях $g_{\text{вх}}(0)$ условия ограничения запишутся в виде ограничения эквивалентных полос пропускания контуров стабилизации:

$$\Delta F_W \leqslant \Delta F_{W_{\text{доп}}}, \quad \Delta F_\alpha \leqslant \Delta F_{\alpha_{\text{доп}}},$$

где $\Delta F_{\alpha_{доп}}$ и $\Delta F_{W_{доп}}$ — некоторые предельные значения полос пропускания контура стабилизации, найденные так:

$$\Delta F_{W_{доп}} = \frac{\sigma^2_{W_{доп}}}{g_{вх}(0)} \text{ и } \Delta F_{\alpha_{доп}} = \frac{\sigma^2_{\alpha_{доп}}}{g_{вх}(0)}.$$

Другой весьма важной характеристикой являются флюктуационные колебания канала крена.

Остановимся на природе флюктуационных возмущений по крену. Для скоростных ракет основной источник креновых флюктуационных колебаний связан с флюктуационными колебаниями по каналам тангажа и курса. За счет возникающих при этом скосов (затенений) воздушного потока появляются несимметричные нагрузки на несущих поверхностях и соответственно — крутящие моменты по крену.

Имеется ряд ограничений на допустимые значения на эти колебания. Во-первых, элероны имеют ограниченные возможности по парированию этих крутящих моментов. В случае длительного пребывания элеронов на упоре возможны дестабилизация ракеты по крену и нарушение полета.

Кроме того, наличие колебаний по крену приводит к появлению аэродинамической связи между всеми тремя каналами — курса, тангажа и крена, т. е. вместо трех автономных контуров стабилизации необходимо рассматривать уже систему трех связанных контуров. Это может привести к существенному ухудшению качества стабилизации и, кроме того, затрудняет синтез системы стабилизации.

Наличие колебаний по крену приводит также к взаимной завязке каналов системы управления во внешних кинематических связях, что нежелательно.

Могут быть названы, помимо этого, ограничения чисто аппаратурного порядка, связанные с усложнениями в работе аппаратуры при больших кренах.

Расчет колебаний по крену ведется по той же методике, что и для продольных каналов.

По заданному спектру возмущающих моментов, приведенных к элеронам $g_{\delta_{возм}}(\omega)$, рассчитывается спектральная плотность колебаний по крену:

$$g_\gamma(\omega) = g_{\delta_{возм}}(\omega)\left(Y^\gamma_{\delta_{эл}}\right)^2, \tag{5.71}$$

где $\left(Y^\gamma_{\delta_{эл}}\right)^2$ — квадрат модуля частотной характеристики канала крена (5.60) и соответственно дисперсия угла крена:

$$\sigma^2_\gamma = \int_0^\infty g_\gamma(\omega)\,d\omega = \int_0^\infty g_{\delta_{возм}}\left(Y^\gamma_{\delta_{эл}}\right)^2 d\omega. \tag{5.72}$$

Условие нормальной стабилизации по крену запишется так:

$$\sigma_\gamma \leqslant \gamma_{доп}. \qquad (5.73)$$

Заметим, что расчет флюктуационных возмущающих моментов крена $M_{\gamma фл}$ или приведенных к элеронам входных возмущений $\delta_{возм}$ является также одним из вопросов исследования контура стабилизации. Речь идет об определении спектральной плотности возмущений.

Для этой цели необходимо установить зависимость между отклонениями углов атаки и рулей в обеих плоскостях управления и возмущающими моментами, действующими по крену. Установление этих зависимостей является одной из задач аэродинамических испытаний.

§ 8. ПЕРЕХОДНЫЕ РЕЖИМЫ В КОНТУРЕ СТАБИЛИЗАЦИИ

Другой важной характеристикой (показателем) качества регулирования в контуре стабилизации является переходной процесс, возникающий на ракете при быстроменяющихся входных возмущениях. Переходные режимы могут возникать при маневрах цели за счет начальных ошибок вывода ракеты, включения аппаратуры, перехода на режим самонаведения и т. д.

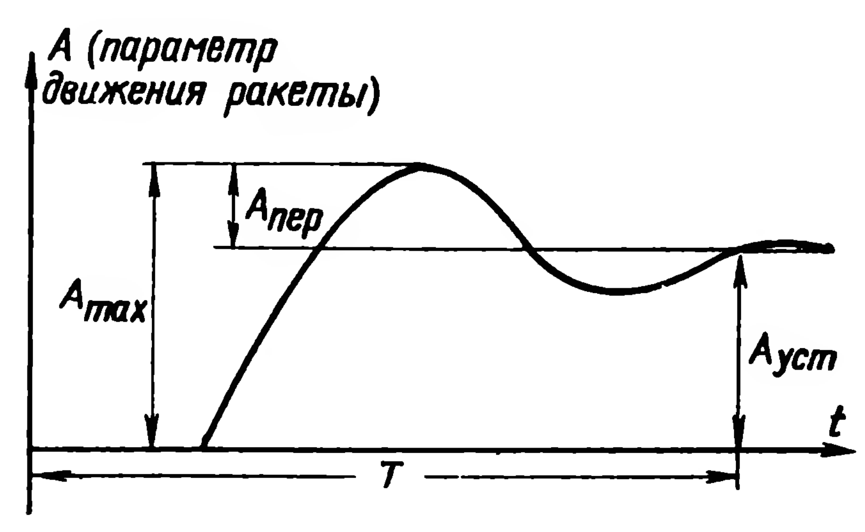


Рис. 5.28. Характер переходного процесса:

$A_{уст}$ — величина установившегося значения; $A_{пер}$ — величина первого переколебания; T — время установления переходного процесса

Характеристиками переходного процесса обычно считаются время окончания переходного режима и величина максимального переколебания интересующего параметра (рис. 5.28). Переходной процесс нас интересует главным образом из двух соображений:

1. Ухудшение наведения за счет переходных процессов в трактах контура стабилизации, которое происходит главным образом в силу наличия физического ограничения как в трактах управления, так и по выходным параметрам (например, по перегрузке). При переходных процессах может происходить перенасыщение трактов, т. е. сигнал может выходить за пределы ограничения. Когда подобное явление наступает в трактах усиления либо рулевых устройствах, то ракета просто перестает реагировать на изменение входного сигнала, т. е. наступает временное «размыкание» системы, в частности «выключение» элементов стабилизации. В том же случае, когда происходило «перенасыщение» такого параметра, как угол атаки или нормальное ускорение, то перегрузки могут превзойти максимально допустимые или ракета может просто

потерять устойчивость за счет больших углов атаки. В обоих случаях могут произойти необратимые процессы, полностью нарушающие процесс полета.

Поэтому важно, чтобы переходные процессы протекали как можно быстрее и к тому же величина переколебания не превосходила определенной величины, которая устанавливается для каждой конкретной системы в зависимости от характера возмущения и степени ограничения в трактах.

2. Характеристика переходного процесса при подаче типового сигнала эквивалентна понятию устойчивости систем. Для нестационарных систем, когда понятие «частотная характеристика» приобретает условный характер, переходной процесс служит более точной характеристикой устойчивости системы и в ряде случаев пользуются временными характеристиками для оценки устойчивости, а не частотными.

Методы расчета переходных процессов для стационарных систем были изложены в гл. II.

Например, для расчета переходного процесса контура стабилизации по нормальному ускорению при скачкообразном изменении команды согласно выражению (2.49) можно записать:

$$E(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{P_W(\omega)}{\omega} \sin \omega t \, d\omega, \qquad (5.75)$$

где $P_W(\omega)$ — вещественная часть частотной характеристики $Y_x^W(j\omega)$, связывающей входную команду с нормальным ускорением.

Для нестационарных схем переходные процессы могут быть получены с помощью моделирующих установок либо численными методами на электронных машинах. В случае невысокого порядка системы можно использовать аналитические методы расчета нестационарных систем.

§ 9. ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ОШИБКИ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ

В § 4 этой главы мы уже говорили об инструментальных ошибках элементов контура стабилизации, об их природе и особенностях.

Под инструментальными ошибками контура стабилизации будем понимать совокупность всех инструментальных ошибок элементов контура стабилизации.

Особенность инструментальных ошибок, как уже отмечалось, заключается в том, что они постоянны в течение одной реализации либо являются слабо выраженной функцией времени. Вследствие этого их можно рассматривать как некоторые постоянные возмущения, прикладываемые в различных точках контура стабилизации, и для расчета пользоваться соответствующими передаточными числами, которые получаются из передаточных функций, если положить в последних аргумент $p=0$.

Как отмечалось, источниками инструментальных ошибок являются уходы нулей в электрических цепях и рулевых трактах. Из соображений методики расчета к этой же категории ошибок целесообразно отнести также всевозможные аэродинамические асимметрии, вызывающие дополнительные моменты, а также асимметрии установки тяговых двигателей.

При анализе инструментальных ошибок вследствие их многообразия целесообразно ошибку каждого элемента системы регулирования привести к некоторой точке структурной схемы, где их просуммировать. Причем воздействие этой приведенной инструментальной ошибки на общую систему регулирования остается эквивалентным воздействию всей совокупности ошибок. Речь, разумеется, идет о возможностях пересчета в пределах линейности рассматриваемых схем.

В качестве такой точки для контура стабилизации курса и тангажа можно выбрать место приложения команды управления либо выход рулевого тракта δ. Таким образом, вся совокупность инструментальных ошибок будет сведена к некоторой эквивалентной команде $x_{экв}$ или выражена в отклонениях руля $\delta_{экв}$.

Расчетом этих величин по сути дела и заканчивается анализ инструментальных ошибок контура стабилизации, т. е. вся система инструментальных ошибок контура стабилизации оценивается одним показателем. Дальнейшая оценка влияния этой эквивалентной инструментальной ошибки может быть произведена только в общей системе управления ракетой. Полученное значение $\delta_{экв}$ или $x_{экв}$ рассматривается уже как некоторое входное возмущение системы управления. Ошибки наведения, вызванные этим возмущением, являются уже конечным показателем величины инструментальной ошибки.

Контур стабилизации по крену может рассматриваться как автономный. Поэтому инструментальные ошибки данного контура могут быть пересчитаны на выход контура крена, т. е. быть выражены в эквивалентных отклонениях по углу крена, которые будут являться уже их конечным показателем.

Рассмотрим в качестве примера структурную схему контура стабилизации ракеты с рулевым управлением и двумя обратными связями.

Цепи обратной связи, изображенные в свернутых операторах $Y_{ос}^{г}$ и $Y_{ос}^{W}$ (рис. 5.24), развернем в виде

$$Y_{ос}^{г} = Y_{г} Y_{фц}^{г},$$

$$Y_{ос}^{W} = Y_{W} Y_{фц}^{W},$$

где $Y_{г}$, Y_{W} — передаточные функции двухстепенного гироскопа и акселерометра, представленные ранее выражениями (5.33) и (5.25);

$Y_{фц}^{г}$, $Y_{фц}^{W}$ — передаточные функции формирующих цепей.

Преобразуем рассматриваемую структурную схему (рис. 5.24) в схему установившихся процессов, т. е. для случая $p \to 0$.

При этом предварительно астатические и дифференцирующие звенья преобразовывать не будем. Остальные звенья при $p \to 0$ преобразуются в усилительные.

При таком преобразовании передаточная функция рулевой машинки (5.39)

$$Y_{\text{рм}} = \frac{k_{\text{рм}}}{(1 + T_{\text{р}}p)} \to k_{\text{рм}}. \tag{5.76}$$

Принимается, что передаточные функции $Y^{\text{г}}_{\text{фц}}$ и $Y^{W}_{\text{фц}}$ формирующих цепей не содержат астатических звеньев и имеют коэффи-

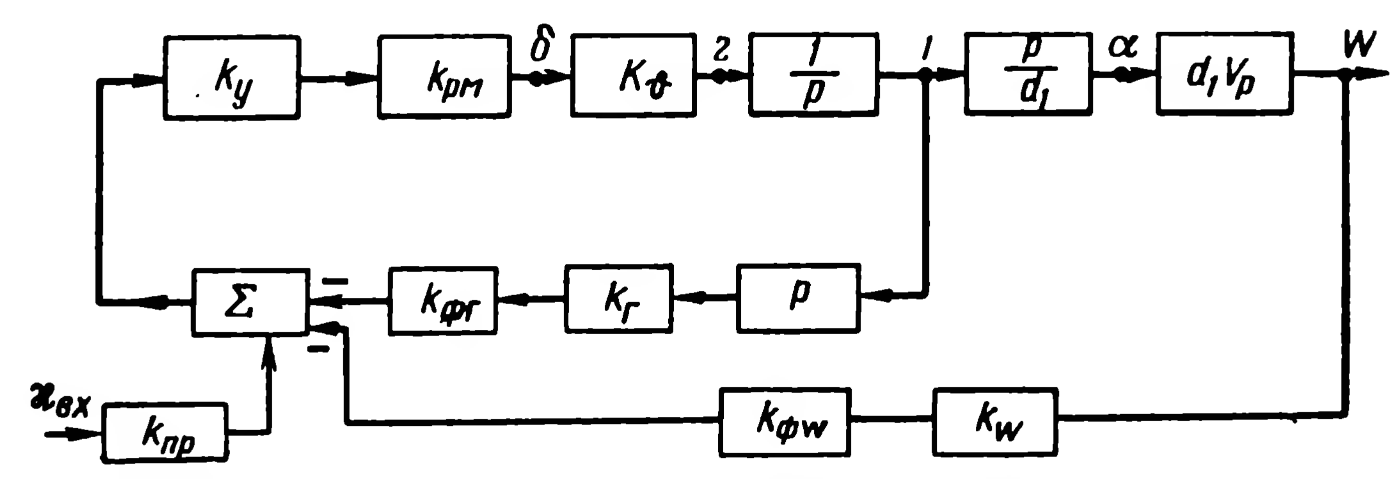


Рис. 5.29. Исходная структурная схема контура стабилизации для установившихся режимов

циенты передач $k_{\text{ф}W}$ и $k_{\text{фг}}$. Тогда передаточная функция $Y^{\text{г}}_{\text{ос}}$ с учетом выражения (5.33) может быть приведена к виду

$$Y^{\text{г}}_{\text{ос}} \underset{p\to 0}{=} k_{\text{г}}\, k_{\text{фг}}. \tag{5.77}$$

Передаточная функция $Y^{W}_{\text{ос}}$ с учетом выражения (5.25) может быть приведена к виду

$$Y^{W}_{\text{ос}} \underset{p\to 0}{=} k_{W}\, k_{\text{ф}W}. \tag{5.78}$$

Рассмотрим далее выражение для Y^{ϑ}_{δ} (4.25) при $p \to 0$:

$$Y^{\vartheta}_{\delta} \underset{p\to 0}{=} \frac{-k_{\vartheta}}{p}. \tag{5.79}$$

Соответственно для $Y_2(p)$ (4.22)

$$Y_2(p) \underset{p\to 0}{=} \frac{p}{d_1}. \tag{5.80}$$

С учетом всех полученных выражений для передаточных функций установившихся режимов структурная схема (рис. 5.24) может быть предварительно преобразована к виду, представленному на рис. 5.29.

Путем несложных структурных преобразований (перенос обратной связи из точки *1* в точку *2* и сокращение обратных звеньев) получаем окончательную структурную схему в виде, изображенном на рис. 5.30.

В соответствии с принимаемой методикой эта структурная схема должна быть дополнена возмущениями в виде инструментальных ошибок. Число точек приложения этих возмущений соответствует числу источников инструментальных ошибок. Тогда структурная схема контура стабилизации приводится к виду, изображенному на рис. 5.31.

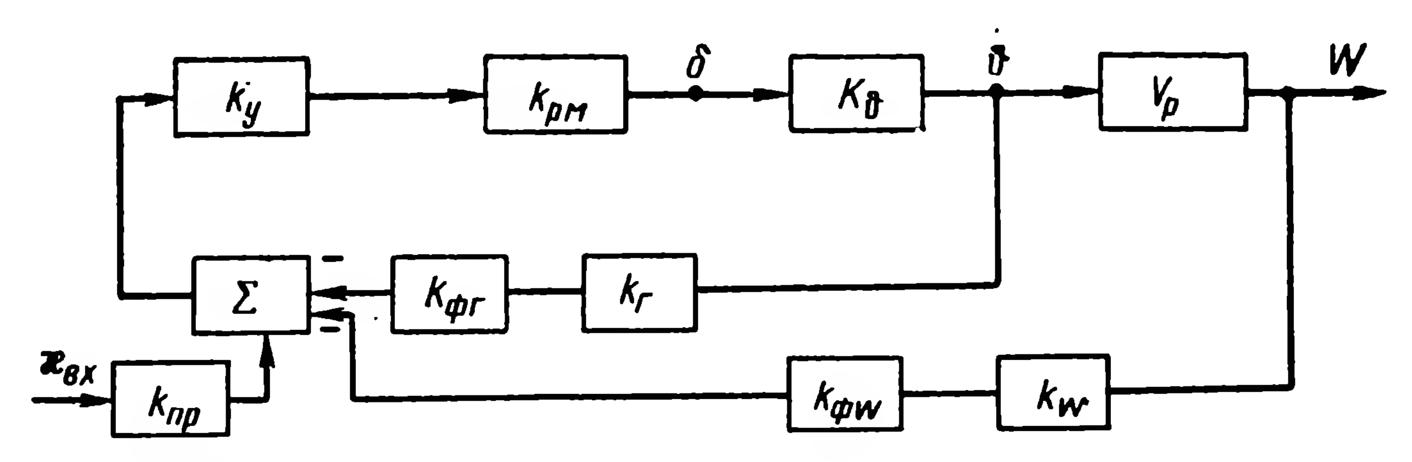


Рис. 5.30. Преобразованная структурная схема контура стабилизации для установившихся режимов

На схеме через Δ с индексом обозначают соответствующие инструментальные ошибки каждого из блоков:

$\Delta_у$ — усилителя;

$\Delta_{рм}$ — рулевой машинки;

$\Delta_{фг}$ и $\Delta_{фW}$ — усилителей формирующей цепей обратных связей;

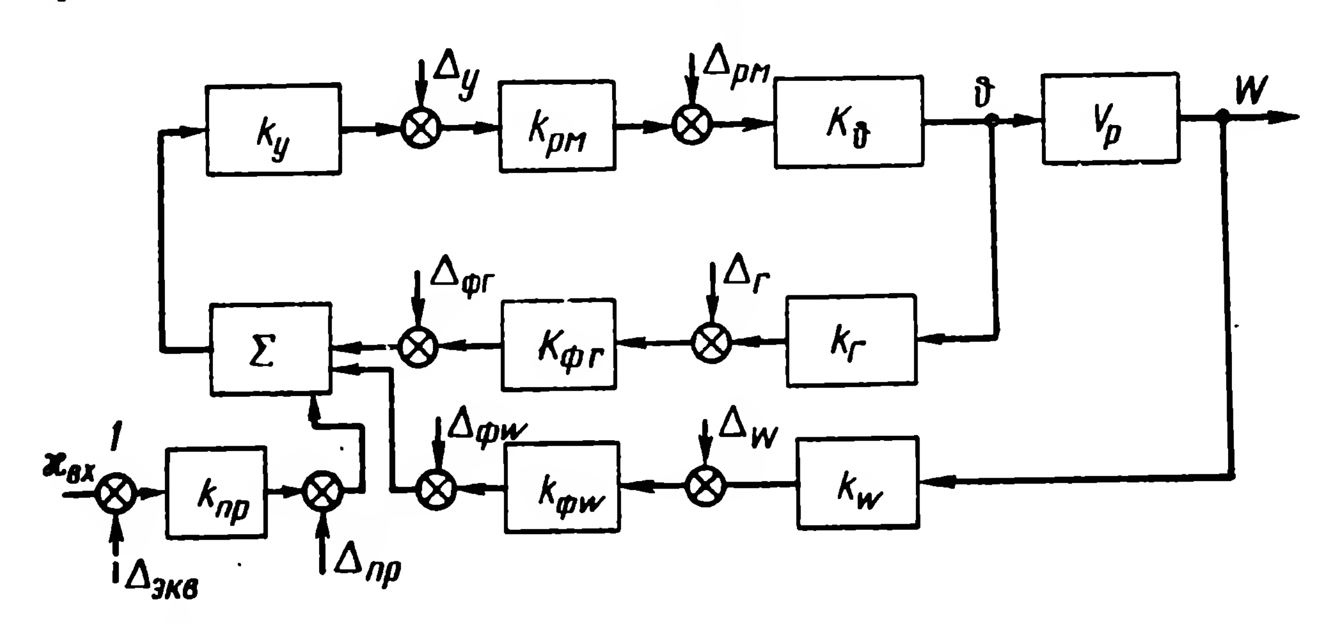


Рис. 5.31. Структурная схема контура стабилизации для установившихся режимов с системой инструментальных ошибок

$\Delta_г$ и Δ_W — скоростного гироскопа и акселерометра;

$\Delta_{пр}$ — приемного тракта.

Используя методику переноса входных связей, произведем пересчет каждого из входных сигналов ко входу контура стабилизации (точка *1*).

Нетрудно видеть из структурной схемы, что пересчитанные к точке *1* сигналы равны

$$\Delta_г' = \Delta_г \frac{k_{фг}}{k_{пр}}; \quad \Delta_{рм}' = \frac{\Delta_{рм}}{k_у \, k_{рм} \, k_{пр}}$$

и т. д.

Полное значение эквивалентной инструментальной ошибки найдется как

$$\Delta_{экв} = \sum_{i=1}^{n} \Delta'_i, \tag{5.81}$$

где n — число источников ошибок;

Δ'_i — пересчитанные ко входу составляющие ошибок.

Для рассматриваемой схемы $\Delta_{экв}$ будет равно

$$\Delta_{экв} = \frac{1}{k_{пр}}\left(\frac{\Delta_{рм}}{k_{рм}\, k_{у}} + \frac{\Delta_{у}}{k_{у}} + \Delta_{г}\, k_{фг} + \Delta_{W}\, k_{фW} + \Delta_{фг} + \Delta_{фW} + \Delta_{пр}\right). \tag{5.82}$$

Полученные выражения для $\Delta_{экв}$ служат для расчета в том случае, когда известны конкретные значения Δ_i в данной реализации. Однако от реализации к реализации инструментальные ошибки Δ_i меняются случайным образом. Если известны статистические характеристики ошибки Δ_i в виде ее среднеквадратичного значения σ_i, то среднеквадратичное значение $\sigma_{экв}$ достаточно просто находится, если полагать, что ошибки Δ_i — независимые. В этом случае среднеквадратичное значение приведенной i-й составляющей найдется в виде

Рис. 5.32. Эквивалентная структурная схема контура стабилизации для установившихся режимов с приведенным значением инструментальных ошибок

$$\sigma'_i = \sigma_i k_i,$$

где k_i — соответствующий коэффициент пересчета i-й ошибки, тогда среднеквадратичное значение эквивалентной ошибки находится в виде

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\sigma'_i)^2}\,.$$

Для пересчета эквивалентной инструментальной ошибки в различные точки может быть записан коэффициент передачи между входом и различными точками структурной схемы.

Так, коэффициент передачи между входом (точка *1*) и выходом контура стабилизации W запишется в виде

$$K_{x}^{W} = \frac{k_{пр}\, k_{у}\, k_{рм}\, K_{\vartheta}\, V_{р}}{1 + k_{у}\, k_{рм}\, k_{\vartheta}\, (k_{г}\, k_{фг} + V_{р}\, k_{W}\, k_{фW})} \tag{5.83}$$

и точкой $\dot{\vartheta}$ в виде

$$K_{x}^{\dot{\vartheta}} = \frac{k_{пр}\, k_{у}\, k_{рм}\, K_{\vartheta}}{1 + k_{у}\, k_{рм}\, k_{\vartheta}\, (k_{г}\, k_{фг} + V_{р}\, k_{W}\, k_{рм})}. \tag{5.84}$$

Свернутая эквивалентная структурная схема контура стабилизации для расчета установившихся режимов с приведенным значением инструментальных ошибок представлена на рис. 5.32.

На рис. 5.32 K_x^W — коэффициент передачи контура стабилизации (5.83) и $\Delta_{экв}$ — эквивалентное значение инструментальных ошибок (5.82).

Рассмотрим теперь инструментальные ошибки канала крена.

Структурная схема контура стабилизации по крену (рис. 5.22) может быть приведена к виду, изображенному на рис. 5.33, где $Y_{\delta_{эл}}^{\gamma}$ передаточная функция (5.62).

Схема дополнена входными возмущениями в виде инструментальных ошибок элементов контура стабилизации, а также некото-

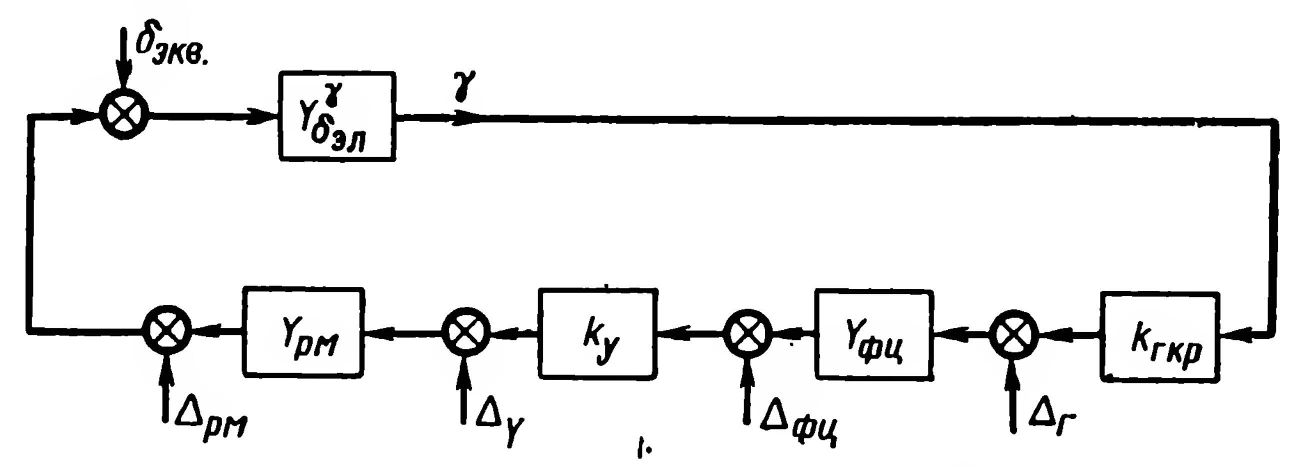


Рис. 5.33. Структурная схема контура стабилизации по крену с системой инструментальных ошибок

рым эквивалентным входным сигналом $\delta_{экв}$, который в данном случае определяет систематический аэродинамический момент, вызванный асимметрией аэродинамических плоскостей.

Для установившихся процессов при $p \to 0$ $Y_{рм} = k_{рм}$.

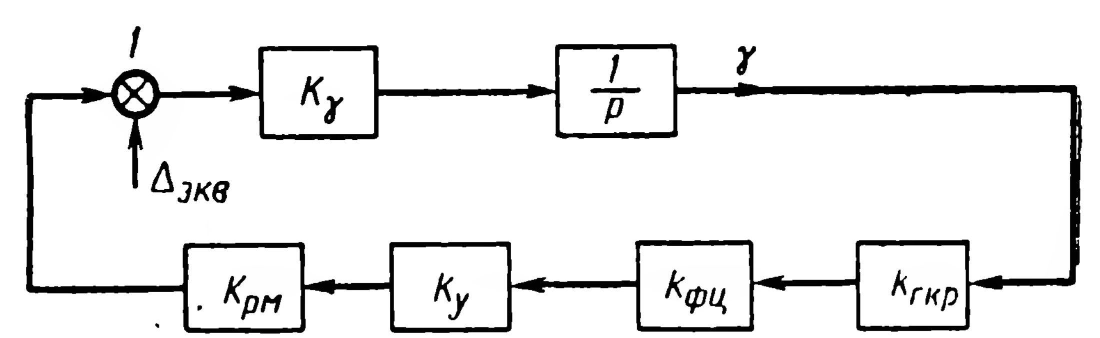


Рис. 5.34. Структурная схема контура стабилизации по крену для установившихся режимов с приведенным значением инструментальных ошибок

Принимаем далее, что формирующая цепь не имеет астатизма, тогда при $p \to 0$ $Y_{фц} = k_{фц}$.

Передаточная функция ракеты согласно выражению (5.62)

$$Y_{\delta_{эл}}^{\gamma} = \frac{K_\gamma}{p(1 + pT_\gamma)}$$

имеет астатическое звено. Для установившихся режимов принимаем его передаточную функцию в виде

$$Y_{\delta_{эл}\,p \to 0}^{\gamma} = \frac{K_\gamma}{p}.$$

С учетом сказанного структурная схема установившегося режима может быть приведена к виду, изображенному на рис. 5.34. Все

входные возмущения приведены по входу контура стабилизации (точка 1).

Приведенное значение инструментальной ошибки равно

$$\Delta_{экв} = \sum \Delta_i' = \delta_{экв} + \Delta_{рм} + \Delta_у k_{рм} + \Delta_{фц} k_{рм} k_у + \\ + \Delta_г k_{фц} k_{рм} k_у. \quad (5.85)$$

Приведем теперь инструментальные ошибки к выходу контура стабилизации по крену, т. е. определим величину систематического крена, вызванного инструментальными ошибками контура стабилизации.

Передаточная функция контура стабилизации, изображенного на рис. 5.34, определяющая связь между $\Delta_{экв}$ и γ, равна

$$Y_{\Delta}^{\gamma}\Big|_{p\to 0} = \frac{K_\gamma \frac{1}{p}}{1 + \frac{K_\gamma}{p} K_{ос}} = \frac{K_\gamma}{p + K_\gamma K_{ос}}, \quad (5.86)$$

где $K_{ос} = k_{рм} k_у k_{фц} k_г$,

при $p \to 0$ коэффициент передачи установившегося режима приводится окончательно к виду

$$Y_{\Delta}^{\gamma} = K_{\Delta}^{\gamma} = \frac{1}{K_{ос}} = \frac{1}{k_{рм} k_у k_{фц} k_г}. \quad (5.87)$$

Величина систематического крена, вызванная $\Delta_{экв}$, будет равна

$$\gamma_{сист} = K_{\Delta}^{\gamma} \Delta_{экв} = \frac{\Delta_{экв}}{K_{ос}} = \frac{\Delta_{экв}}{k_{рм} k_у k_{фц} k_г}. \quad (5.88)$$

Полученное выражение позволяет вести расчет влияния на величину крена инструментальных ошибок различных звеньев.

Рассмотрим теперь другой пример. Допустим, что формирующая цепь содержит интегрирующее звено, например, имеет вид

$$Y_{фц} = k_{фц}\left(L_{фц}(p) + \frac{k_р}{p}\right), \quad (5.89)$$

т. е. в параллель с основной цепью формирующей ячейки включено астатическое звено с коэффициентом усиления $k_р$.

При $p \to 0$, $L_{фц} \to 1$ и

$$Y_{фц} = \frac{k_{фц} k_р}{p} = \frac{k'_{фц}}{p}. \quad (5.90)$$

Структурная схема для этого случая представлена на рис. 5.35. Тогда передаточная функция, связывающая $\Delta_{экв}$ с γ, запишется так:

$$Y_{\Delta}^{\gamma} = \frac{K_\gamma \frac{1}{p}}{1 + \frac{K_\gamma}{p^2} K_{ос}} = \frac{pK_\gamma}{p + K_\gamma K_{ос}}, \quad (5.91)$$

где

$$K_{ос} = k_{рм} k_{у} k'_{фц} k_{г}. \qquad (5.92)$$

Для установившегося режима при $p \to 0$ нетрудно видеть, что

$$Y^{\gamma}_{\Delta} \underset{p \to 0}{\to} 0,$$

и соответственно значение систематического крена, вызванного инструментальными ошибками, также стремится к нулю, т. е. $\gamma_{сист} \to 0$. Однако это будет справедливо только для той части инструментальных ошибок, точки приложения которых находятся после астатического звена, т. е. только для ошибок $\Delta_{рм}$, $\Delta_{у}$, $\Delta_{фц}$ (рис. 5.35).

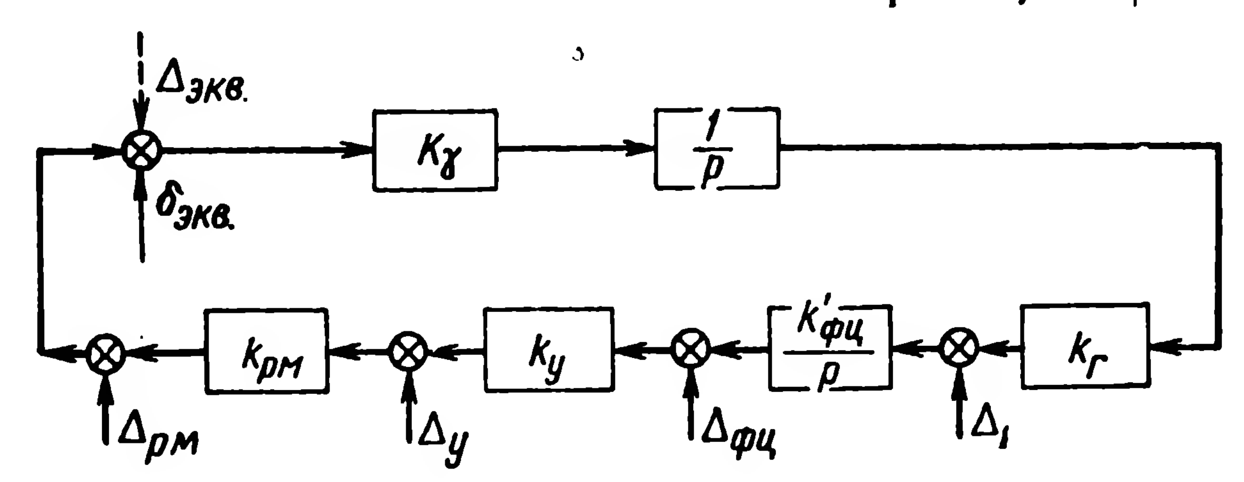


Рис. 5.35. Структурная схема контура стабилизации по крену для установившихся режимов при наличии астатического звена

Ошибка $\Delta_{г}$, будучи пересчитана на вход, дает составляющую в эквивалентной ошибке в виде

$$\Delta'_{г} = \frac{k_{рм} k_{у} k_{фц}}{p} \Delta_{г}, \qquad (5.93)$$

и соответственно величина систематического крена, вызванная этой ошибкой, составит следующую величину:

$$\gamma_{сист} = \Delta'_{г} Y^{\gamma}_{\Delta}.$$

Подставляя значение Y^{γ}_{Δ} из выражения (5.91) и $\Delta'_{г}$ из выражения (5.93), получим

$$\gamma_{сист} = \Delta_{г} \frac{k_{рм} k_{у} k_{фц}}{p} \frac{pK_{\gamma}}{(p + K_{\gamma} K_{ос})}. \qquad (5.94)$$

При $p \to 0$, имея в виду выражение (5.92), получим

$$\gamma_{сист} = \frac{\Delta_{г}}{k_{г}}.$$

Таким образом, наличие астатического звена ликвидирует все инструментальные ошибки (включая аэродинамическую асимметрию)

элементов контура стабилизации крена, за исключением тех составляющих, точка приложения которых находится до астатического звена.

§ 10. ХАРАКТЕРИСТИКИ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ

В качестве характеристик установившихся режимов можно рассмотреть такие показатели контура стабилизации, как передаточные числа, связывающие команды $\varkappa$ с отклонением руля, угла атаки и т. д., т. е. отношения типа

$$K_{\varkappa}^{\delta}=\frac{\delta}{\varkappa},\ K_{\varkappa}^{W}=\frac{W}{\varkappa},\ K_{\varkappa}^{\alpha}=\frac{\alpha}{\varkappa}.$$

Значения $K_{\varkappa}^{W}$ и $K_{\varkappa}^{\dot{\vartheta}}$ приведены в выражениях (5.83) и (5.84) в соответствии со структурной схемой на рис. 5.30.

Значение коэффициента $K_{\varkappa}^{\delta}$ согласно той же структурной схеме можно получить в виде

$$K_{\varkappa}^{\delta}=\frac{k_{\text{пр}}\,k_{\text{у}}\,k_{\text{рм}}}{1+k_{\text{у}}\,k_{\text{рм}}\,K_{\vartheta}\left(k_{\text{г}}\,k_{\text{фг}}+V_{\text{р}}\,k_{W}\,k_{\text{ф}W}\right)}. \qquad (5.95)$$

Значение $K_{\varkappa}^{\alpha}$ можно получить из выражения (5.83), имея в виду, что

$$W=d_1 V_{\text{р}}\,\alpha,$$

т. е.

$$K_{\varkappa}^{\alpha}=\frac{K_{\varkappa}^{W}}{d_1 V_{\text{р}}}. \qquad (5.96)$$

Полученные значения коэффициентов (5.83), (5.84), (5.95) и (5.96) позволяют производить расчет различных параметров контура стабилизации в установившемся режиме.

В частности, представляют интерес такие показатели, как величина нормального ускорения при максимальной команде:

$$W_{\max}=K_{\varkappa}^{W}\,\varkappa_{\max}, \qquad (5.97)$$

величина команды, при которой имеет место максимальное отклонение руля:

$$\delta_{\max}=K_{\varkappa}^{\delta}\,\varkappa_{\max}, \qquad (5.98)$$

максимальное значение команды, при которой нормальное ускорение не превосходит допустимого значения:

$$\varkappa_{\text{доп}}=\frac{W_{\text{доп}}}{K_{\varkappa}^{W}}, \qquad (5.99)$$

или углы атаки не выходят за предельно допустимые значения:

$$x_{доп} = \frac{\alpha_{доп}}{K_x^\alpha} \quad (5.100)$$

и т. д.

Коэффициенты передачи элементов стабилизации используются также для проверки правильности настройки элементов в процессе контроля аппаратуры в наземных условиях. При проверке в наземных условиях передаточных чисел автопилота и приемных трактов контроль их правильности может осуществляться, например, таким образом. Искусственно к датчику ускорения прикладывается сила (например, сила веса, путем соответствующей ориентации датчика) и измеряется величина отклонения руля, вызванная этим сигналом. Поскольку ракета находится в покое и никакие другие возмущения на нее не действуют, то отклонение руля вызывается только этой причиной, т. е. в схеме рис. 5.30 необходимо исключить все связи, кроме прямой $W \to \delta$. В таком случае отношение $\frac{\delta}{W}$, определяющее коэффициент передачи автопилота, запишется следующим образом:

$$K_W^\delta = k_W\, k_{фW}\, k_у\, k_{рм}. \quad (5.101)$$

Размерность этого коэффициента «градус руля на единицу нормального ускорения» (°/*м/сек*^{2}) либо «градус руля на единицу перегрузки».

Другим таким контрольным параметром является коэффициент передачи, связывающий скорость разворота оси ракеты $\dot{\vartheta}$ с углом отклонения руля δ:

$$K_{\dot{\vartheta}}^\delta = \frac{\delta}{\dot{\vartheta}} = k_г\, k_{фц}\, k_у\, k_{рм}. \quad (5.102)$$

Угловую скорость $\dot{\vartheta}$ в наземных условиях можно задавать, например, «прокачивая» автопилот на специальном стенде. Коэффициент передачи имеет размерность: «градус руля на градус в секунду» разворота оси ракеты (°/°/*сек*).

Рассмотренные контрольные коэффициенты передачи охватывают проверку основных передаточных чисел элементов контура стабилизации.

Исключение составляет коэффициент передачи входного блока $k_{пр}$ (рис. 5.30).

Проверка этого элемента может быть обеспечена путем определения коэффициента передачи:

$$K_{xO}^\delta = k_{пр}\, k_у\, k_{рм}, \quad (5.103)$$

K_{xO}^δ — коэффициент передачи, определяющий связь между командой и отклонением руля, при отсутствии сигналов обратных связей, т. е. в наземных условиях при неподвижной ракете.

§ 11. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ УХОДОВ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ

1. Постановка задачи

В § 9 мы рассмотрели вопрос о влиянии инструментальных ошибок на характеристики системы управления.

В данном параграфе речь будет идти о влиянии ухода параметров элементов контура стабилизации, таких, как коэффициентов усиления, постоянных времени отдельных цепей и др.

В первом случае по отношению к системе регулирования инструментальные ошибки являлись источниками так называемых адитивных возмущений, во втором случае уход параметров приводит к изменению коэффициентов усилений и постоянных времени операторов, описывающих систему, и являются источником параметрических возмущений. В этом принципиальная разница двух рассматриваемых вопросов. Соответственно иной подход к методам их анализа. В первом случае рассматривается прохождение сигнала через линейную схему в установившемся режиме. Во втором случае рассматривается влияние ухода параметра на передаточную функцию системы либо на коэффициенты уравнений, описывающих эту систему, т. е. в первом случае имеет место система дополнительных возмущений, прилагаемых в различных точках структурной схемы, а во втором случае — изменение параметров самой схемы.

Уходы параметров носят случайный характер и возникают как в процессе хранения и эксплуатации, так и в результате производственных допусков. Длительное изучение этих параметров на большом количестве аппаратуры позволяет найти статистические законы распределения этих уходов. Обычно законы распределения уходов близки к нормальному при $M_0=0$, а потому среднеквадратичная оценка σ либо дисперсия σ^2 является исчерпывающей характеристикой.

Предельные значения числовой величины какого-либо параметра (например, коэффициента усиления) иногда называют полем ухода этого параметра; допустимые значения уходов — полем допуска параметра.

Для уменьшения уходов параметров периодически могут проводиться их проверки и регулировка, если в этом появилась необходимость.

Однако далеко не все параметры, исходя из конструктивных соображений, могут регулироваться.

В том случае когда уход параметра выходит за пределы допустимого и его нельзя «вогнать» в поле допуска, элемент или блок должен браковаться.

Таким образом, система допусков для лиц, занимающихся вопросами эксплуатации, представляет интерес как с точки зрения

периодичности проведения регламентно-проверочных работ, так и с точки зрения выработки правил, по которым должна идти отбраковка аппаратуры.

Поэтому важно установить рациональные пределы допусков. Для этой цели необходимо установить влияние ухода параметров от номинала на основные показатели качества системы управления. Учитывая многочисленность критериев оценки качества системы управления, а главное большое количество параметров, задача эта весьма трудоемкая.

Рассмотрим некоторые методы оценки влияния параметров на систему регулирования. При рассмотрении стационарных линейных структурных схем одним из методов оценки является оценка деформации частотной характеристики от ухода того или иного параметра.

При этом в простейшем случае можно оценку деформации ввести только на двух критических частотах ω_{01} и ω_{02}, в которых измеряются запасы устойчивости по фазе и модулю. В более общем случае необходимо искать поправку к частотной характеристике во всем диапазоне частот. Последнее необходимо в тех случаях, когда нас будет интересовать, например, изменение полосы пропускания системы либо изменение запасов устойчивости контура стабилизации и системы в целом и т. д., т. е. в случаях, когда следует искать поправку уже на ряде частот.

Рассмотрим некоторые методические приемы, позволяющие делать эти расчеты.

2. Метод частных производных

Обычно уход параметра относительно мал. Поэтому при малых отклонениях можно воспользоваться методом частных производных — считать, что в пределах отклонения параметра величина отклонения выходной величины линейно меняется от изменения параметра, т. е. если имеется какой-либо параметр с номинальным значением T_{i0} и его отклонение ΔT_i, задана функциональная связь между частотными характеристиками (фазовой $\Phi(\omega)$ и модулем $A(\omega)$ и исследуемым параметром T_i, то частотные поправки $\Delta A(\omega)$ и $\Delta\Phi(\omega)$ на частотах ω_{01} и ω_{02} находятся в виде функций:

$$\left.\begin{aligned} \Delta A_i &= a_i\,\Delta T_i; \\ \Delta\Phi_i &= b_i\,\Delta T_i, \end{aligned}\right\} \qquad (5.104)$$

где a_i и b_i — частные производные вида

$$a_i = \frac{\partial A}{\partial T_i};\quad b_i = \frac{\partial\Phi}{\partial T_i}; \qquad (5.105)$$

$$\text{при } T_i = T_{i0}.$$

В том случае когда рассматривается система допусков, то общий уход ΔA_Σ и $\Delta\Phi_\Sigma$ может быть найден как:

$$\left.\begin{aligned} \Delta A_\Sigma &= \sum_{i=1}^{n} a_i \Delta T_i; \\ \Delta\Phi_\Sigma &= \sum_{i=1}^{n} b_i \Delta T_i, \end{aligned}\right\} \tag{5.106}$$

где n — число параметров.

Подсчетом по формуле (5.106) можно воспользоваться в том случае, когда находят значение ΔA_Σ и $\Delta\Phi_\Sigma$ при конкретно заданных значениях уходов ΔT_i.

В том случае когда необходимы статистические характеристики уходов, а они в конце концов являются определяющими, можно исходить из следующих предпосылок. Среднеквадратичное значение ухода модуля и фазы, вызванное уходом i-го параметра, найдется как:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\Delta A_i} &= a_i \sigma_{\Delta T_i}; \\ \sigma_{\Delta\Phi_i} &= b_i \sigma_{\Delta T_i}, \end{aligned}\right\} \tag{5.107}$$

где $\sigma_{\Delta T_i}$ — среднеквадратичное значение ухода параметра T_i.

Если полагать все уходы параметров независимыми случайными величинами, то среднеквадратичное значение полных уходов найдется так:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\Delta A_\Sigma} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i \sigma_{\Delta T_i})^2}; \\ \sigma_{\Delta\Phi_\Sigma} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (b_i \sigma_{\Delta T_i})^2}. \end{aligned}\right\} \tag{5.108}$$

Рассмотрим простейший случай: влияние ухода параметров на частотную характеристику колебательного звена, описывающего акселерометр.

Передаточная функция акселерометра согласно выражению (5.25) равна

$$Y_W(p) = \frac{U_n(p)}{W(p)} = \frac{k_W}{\left(1 + 2\xi T_A p + T_A^2 p^2\right)}, \tag{5.109}$$

где

$$k_W = \frac{m}{c_{\text{пр}}} k_{\text{п}};\ T_A = \sqrt{\frac{m}{c_{\text{пр}}}};\ \xi = \frac{c_{\text{д}}}{2\sqrt{m c_{\text{пр}}}}. \tag{5.110}$$

Найдем модуль и фазу выражения (5.109).

Комплексная частотная характеристика (5.109) будет равна

$$W(j\omega)=\frac{k_W}{1-T_A^2\omega^2+j2\xi T_A\omega}, \qquad (5.111)$$

тогда модуль частотной характеристики будет равен

$$A(\omega)=\frac{k_W}{\sqrt{\left(1-T_A^2\omega^2\right)^2+\left(2\xi T_A\omega\right)^2}}=\frac{k_W}{L(\omega)}$$

и фаза

$$\Phi(\omega)=-\operatorname{arctg}\frac{2\xi T_A\omega}{1-T_A^2\omega^2}.$$

Рассмотрим влияние ухода коэффициента $c_{пр}$ — силы натяжения пружины акселерометра, входящего в коэффициенты k_W, T_A и ξ. Для этой цели найдем частные производные $\frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}}$ и $\frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial c_{пр}}$:

$$\frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}}=\frac{1}{L^2(\omega)}\left[L(\omega)\frac{\partial k_W}{\partial c_{пр}}-k_W\frac{\partial L(\omega)}{\partial c_{пр}}\right],$$

где

$$L(\omega)=\sqrt{\left(1-T_A^2\omega^2\right)^2+\left(2\xi T_A\omega\right)^2},$$

$$\frac{\partial L(\omega)}{\partial c_{пр}}=\frac{2\left(1-T_A^2\omega^2\right)\left(-2\omega^2T_A\frac{\partial T_A}{\partial c_{пр}}\right)+4\omega^2\left(T_A\frac{\partial\xi}{\partial c_{пр}}+\xi\frac{\partial T_A}{\partial c_{пр}}\right)}{2\sqrt{\left(1-T_A^2\omega^2\right)^2+\left(2\xi T_A\omega\right)^2}}.$$

Подставляя $\frac{\partial L(\omega)}{\partial c_{пр}}$ в первое выражение, можно получить значения $\frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}}$ в виде

$$\frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}}=c_1\frac{\partial k_W}{\partial c_{пр}}+c_2\frac{\partial T_A}{\partial c_{пр}}+c_3\frac{\partial\xi}{\partial c_{пр}}, \qquad (5.112)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
c_1&=\frac{1}{L(\omega)};\\
c_2&=2\,\frac{k_W\left(1-T_A^2\omega^2\right)\omega^2T_A-2\omega^2\xi}{L^3(\omega)};\\
c_3&=-\frac{2\omega^2k_WT_A}{L^3(\omega)};\\
L(\omega)&=\sqrt{\left(1-T_A^2\omega^2\right)^2+\left(2\xi T_A\omega\right)^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (5.113)$$

Далее из выражений (5.110) могут быть получены значения частных производных $\frac{\partial k_W}{\partial c_{пр}}$; $\frac{\partial T_A}{\partial c_{пр}}$; $\frac{\partial \xi}{\partial c_{пр}}$:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial k_W}{\partial c_{пр}} &= \frac{mk_п}{c_{пр}^2}; \\ \frac{\partial T_A}{\partial c_{пр}} &= -\frac{1}{2}\sqrt{m}\, c_{пр}^{-\frac{3}{2}}; \\ \frac{\partial \xi}{\partial c_{пр}} &= -\frac{c_д}{4\sqrt{m}}\, c_{пр}^{-\frac{3}{2}}, \end{aligned}\right\} \quad (5.114)$$

и тогда выражение (5.112) может быть переписано в виде

$$\frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}} = -\left(c_1 \frac{mk_п}{c_{пр}^2} + c_2 \frac{1}{2}\sqrt{m}\, c_{пр}^{-\frac{3}{2}} + c_3 \frac{c_д}{4\sqrt{m}}\, c_{пр}^{-\frac{3}{2}}\right). \quad (5.115)$$

Отсюда уход модуля $A(\omega)$ за счет ухода параметра $c_{пр}$ найдется согласно выражениям (5.104) и (5.105) как

$$\Delta A(\omega)_{c_{пр}} = \frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}} \Delta c_{пр},$$

где $\frac{\partial A(\omega)}{\partial c_{пр}}$ определено выражением (5.115).

Аналогичным образом, проделав те же операции, можно найти частную производную $\frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial c_{пр}}$ в виде

$$\frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial c_{пр}} = F(\xi T_A) = \left(b_1 \frac{\partial T_A}{\partial c_{пр}} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial c_{пр}}\right)$$

и соответственно уход фазы на интересующих нас частотах, вызванный уходом параметра:

$$\Delta \Phi(\omega)_{c_{пр}} = \frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial c_{пр}} \Delta c_{пр}.$$

Главный недостаток изложенного метода — чрезвычайная трудоемкость аналитических расчетов.

Мы рассмотрели простейший случай колебательного звена и влияние ухода только одного параметра на модуль. В случае если бы нам потребовалось учесть влияние четырех параметров на модуль и фазу, то соответственно трудоемкость возросла бы примерно в 8 раз. Реально системы имеют гораздо более высокий порядок, а число параметров, уход которых следует учесть, может исчисляться десятками, а то и сотнями.

Достоинство метода частных производных заключается в том, что при этом получаются аналитические выражения, позволяющие оценивать связь между характеристиками системы и уходом па-

раметров, т. е. коэффициенты связи в виде частных производных заданы в виде явных функций от параметров системы, а потому принципиально представляется возможным путем подбора этих параметров уменьшить чувствительность системы к уходу параметров.

3. Метод прямого счета

Существенное сокращение аналитических расчетов может дать искусственный прием, который будем называть методом «прямого счета» частных производных, суть которого заключается в следующем. Находится выражение для модуля и фазы исследуемой системы на интересующих нас частотах ω_{01} и ω_{02} (звена) в виде

$$\begin{aligned} A(\omega_{01}) &= A(\omega, T_1, T_2, T_3 \ldots T_i \ldots T_n); \\ \Phi(\omega_{02}) &= \Phi(\omega, T_1, T_2, T_3 \ldots T_i \ldots T_n). \end{aligned} \qquad (5.116)$$

Производится расчет $A(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ при номинальных параметрах элементов системы T_{i0}, далее по тем же формулам произво-

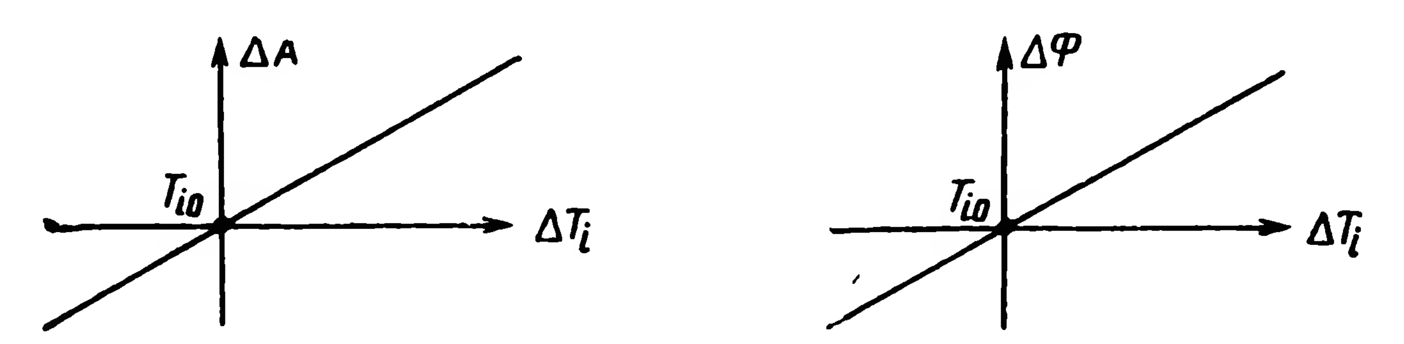


Рис. 5.36. Приращение ΔA и $\Delta\Phi$ при изменении параметра в окрестностях точки $T_i = T_{i0}$

дится расчет $A(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ при измененном i-м параметре $T_{i0}+\Delta T_i$. Приращения $\Delta A = A(T_{i0}) - A(T_{i0}+\Delta T_i)$ и $\Delta\Phi = \Phi(T_{i0}) - \Phi(T_{i0}+\Delta T_i)$ в первом приближении являются линейной функцией ΔT_i, а потому в окрестностях точки T_{i0} функции $\Delta A(\Delta T_i)$ и $\Delta\Phi(\Delta T_i)$ для некоторой частоты ω имеют линейную зависимость (рис. 5.36). Тангенс угла наклона этой прямой при $\Delta T_i \to 0$ есть не что иное, как частная производная $\frac{\partial A(\omega)}{\partial T_i}$ и $\frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial T_i}$.

Аналогичным образом может быть получена зависимость уходов ΔA и $\Delta\Phi$ от остальных параметров. Рассмотренный метод прямого счета по трудоемкости счетных работ примерно соответствует методу частных производных, но полностью исключает необходимость в аналитических расчетах формульных зависимостей по получению частных производных. Недостатком метода является невозможность установить причины, определяющие влияние ухода того или иного допуска на выходной параметр, поскольку отсутствует формульная зависимость, определяющая их прямую связь.

Другим недостатком метода прямого счета является необходимость в высокой точности счета, поскольку в этом случае приходится оперировать с разностями больших чисел.

Последний метод хорошо реализуется на вычислительных машинах. Расчет при этом ведется по идентичным формулам. Только каждая частная реализация требует изменения одного параметра в пределах поля его допуска.

4. Метод статистических испытаний

Оба рассмотренных выше метода позволяют оценить влияние ухода каждого параметра на показатель системы. Для расчета статистических оценок разбросов выходного показателя системы необходимо знать закон распределения уходов каждого из параметров и по полученным значениям частных производных трансформировать эти уходы на выход системы. Статистическая характеристика выходного показателя при этом находится по формуле (5.108).

В случае если число параметров n велико, для получения суммарного распределения выходной величины можно использовать метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Рассматриваемый метод предполагает непосредственное получение конечного результата без промежуточного расчета частных производных.

Суть этого метода применительно к рассматриваемой задаче заключается в следующем.

На вычислительной машине программируются выражения (5.116), описывающие модуль и фазу частотной характеристики. Первоначально запас устойчивости ищется при номинальных значениях параметров исследуемой системы. Затем набирается следующая реализация, при которой каждому из параметров дается случайное отклонение в соответствии с законом распределения этого параметра.

Каждая последующая реализация имеет свое значение параметров, т. е. параметр T_i в l-й реализации имеет свое значение T_{il}, назначаемое в соответствии с законом распределения параметра (см. таблицу).

Назначение величины параметра в каждой частной реализации осуществляется с помощью датчика псевдослучайных чисел. В случае некоррелированных параметров для этого достаточно знать закон распределения каждого параметра в отдельности. Процедура выборки пояснена на рис. 5.37. $p(T_i)$ — интегральный закон распределения параметра T_i. Датчик случайного числа дает при каждой реализации случайное число, по закону равной вероятности лежащее в пределах от 0 до 1. Величина этой частной выборки откладывается по оси ординат (p). Полученное по оси абсцисс (T_i) соответствующее значение параметра T_i является частным случайным значением параметра. Проделав m раз такие выборки, можно заполнить столбец T_i в таблице.

Таблица

Параметр / Номер реализации	T_1	T_2	T_3	T_4		T_i	T_i+1		T_n
1	T_{11}	T_{21}	T_{31}	T_{41}	...	T_{i1}	$T_{(i+1)1}$	...	T_{n1}
2	T_{12}					T_{i2}			T_{n2}
3	T_{13}					T_{i3}			T_{n3}
4	T_{14}					T_{i4}			T_{n4}
....	...					...			...
l	T_{1l}					T_{il}			T_{nl}
....	...					...			...
m	T_{1m}					T_{im}			T_{nm}

Аналогичным образом может быть заполнен столбец по любому другому параметру и в конце концов вся таблица. Эта таблица начальных условий всех экспериментов.

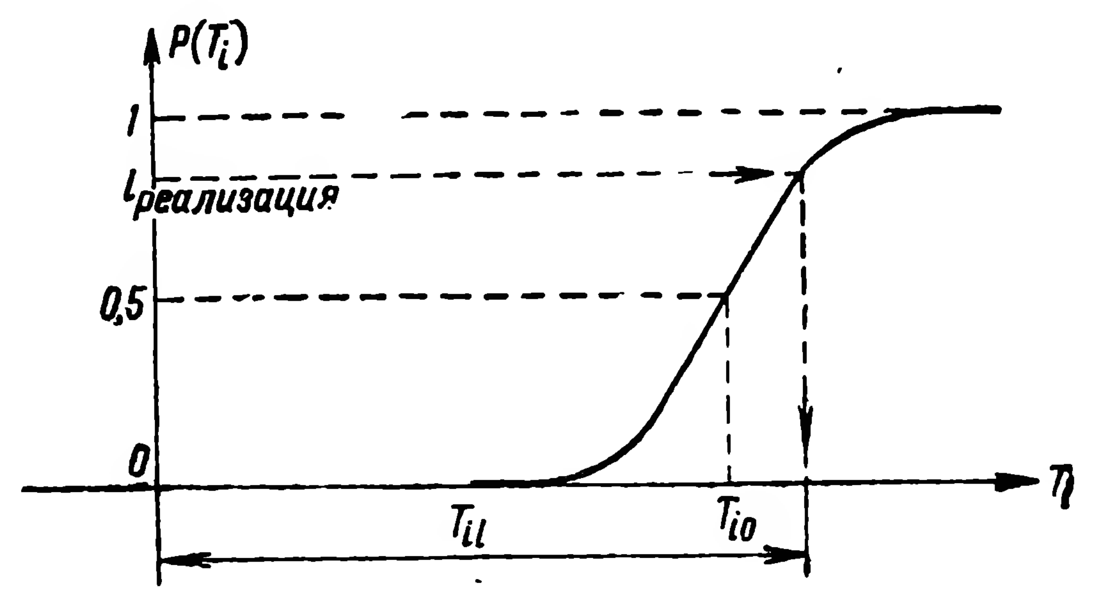


Рис. 5.37. Использование интегрального закона распределения $p(T_i)$ для получения реализации случайного значения параметра T_i

Строчка 1-й реализации соответствует условиям первого эксперимента; 2-й реализации — второго эксперимента и т. д.

Таблица начальных условий может быть заполнена предварительно, далее записана в память машины и являться исходным

начальным значением для ведения счета. Она может рассчитываться также в машине для каждой реализации.

В результате одной частной реализации (эксперимента) получается вполне определенное значение выходного параметра (фазы и модуля частотной характеристики системы на интересующей нас частоте). Серия экспериментов позволит построить закон распределения этих величин; число необходимых экспериментов определяется требуемой точностью счета.

Отметим некоторые особенности метода статистических испытаний.

В рассмотренном случае невозможно проанализировать влияние уходов каждого из параметров на выходной показатель системы. В результате серии экспериментов получается непосредственно обобщенный закон распределения выходного показателя. Достоинством рассматриваемого метода является то обстоятельство, что он пригоден при самых различных законах распределения допусков параметров системы.

Метод частных производных имеет ограничение, связанное с линеаризацией задачи. В ряде случаев может оказаться, что значение ухода параметра таково, что нельзя пользоваться линейной зависимостью между его уходом и уходом выходной величины. В этих случаях возможность использования линейного приближения исключается и метод статистических испытаний может оказаться единственно целесообразным методом исследования системы допусков.

Что касается трудоемкости расчетных работ, то при большом количестве входных параметров (допусков) метод статистических испытаний может оказаться также более целесообразным.

Глава VI

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И СЧЕТНО-РЕШАЮЩИЕ УСТРОЙСТВА СИСТЕМ КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ

§ 1. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ ДЛЯ СИСТЕМ КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ

1. Исходная система уравнений и структурная схема кинематических связей

Система уравнений, описывающая ракету и элементы управления, должна быть дополнена уравнениями, определяющими связь между выходными параметрами ракеты и входными параметрами измерительных устройств.

В зависимости от того, что принимается в качестве выходного параметра ракеты и какой параметр движения измеряется измерительным устройством, связь эта может быть выражена той или иной системой уравнений. Структурная схема, соответствующая этой системе уравнений, образует кинематические звенья системы управления.

В общем случае пространственного управления эта связь может быть выражена в виде

$$x = F_1(W_1 W_2);\ y = F_2(W_1 W_2);\ z = F_3(W_1 W_2), \qquad (6.1)$$

где $W_1 W_2$ — выходные параметры ракеты, в качестве которых мы принимаем нормальные ускорения в одной и другой плоскостях управлений;

x, y, z — координаты, измеряемые системой измерения.

Рассмотрим случай командного управления, когда измерение осуществляется наземными измерительными средствами в полярной системе координат.

Для случая плоской задачи эта кинематическая связь может быть записана в виде

$$\varphi_p = F_1(W);\quad R_p = F_2(W), \qquad (6.2)$$

где φ_p и R_p — полярные координаты центра масс ракеты.

Входными сигналами кинематического звена является W, а выходными сигналами R_p и φ_p.

Структурная схема, отображающая в общем виде эти связи, представлена на рис. 6.1.

Система уравнений, определяющая кинематические связи для рассматриваемого случая, может быть записана согласно рис. 6.2 в следующем виде:

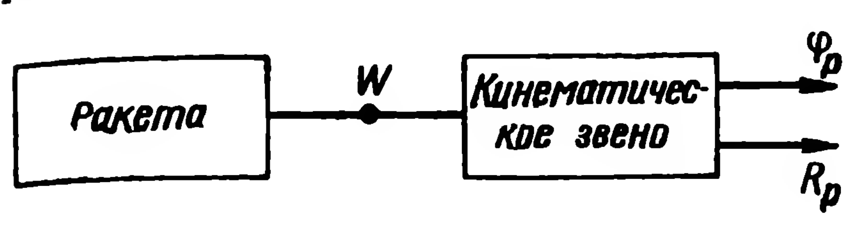
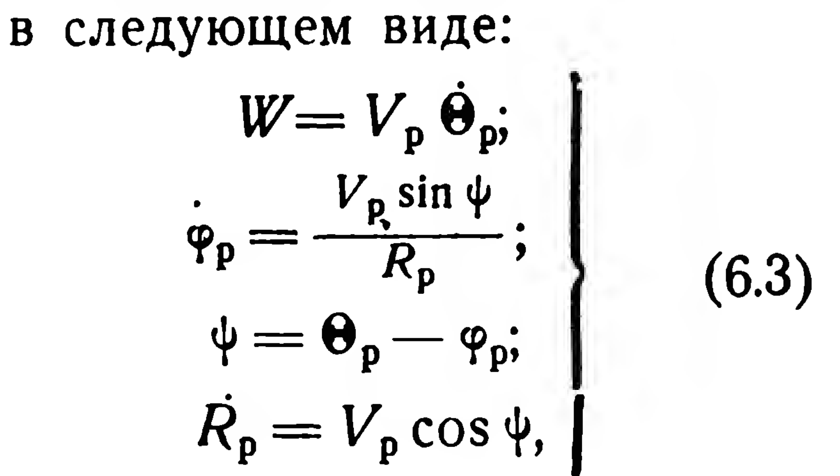


Рис. 6.1. Общая схема кинематического звена для случая командного управления



$$\left.\begin{aligned} W &= V_p \dot{\Theta}_p; \\ \dot{\varphi}_p &= \frac{V_p \sin \psi}{R_p}; \\ \psi &= \Theta_p - \varphi_p; \\ \dot{R}_p &= V_p \cos \psi, \end{aligned}\right\} \quad (6.3)$$

где V_p — скорость ракеты;

φ_p и R_p — координаты ракеты в полярной системе.

Полученная нелинейная система дифференциальных уравнений может быть отображена в виде структурной схемы, имеющей один вход W и два выхода: φ_p и R_p.

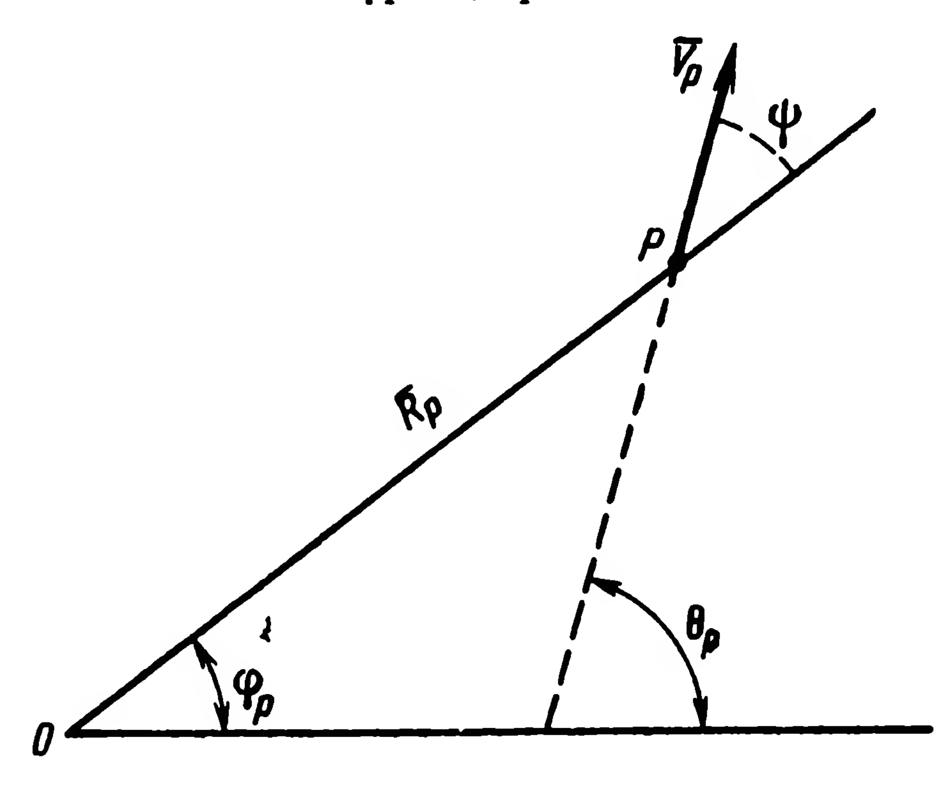


Рис. 6.2. Геометрические соотношения для случая командного управления

Используя метод построения структурной схемы, описанной в гл. II, нетрудно получить структурную схему в виде, изображенном на рис. 6.3. Эта схема является математической моделью нелинейной системы уравнений (6.3).

Отметим одну особенность полученной структурной схемы. Мы уже указывали, что входом кинематического звена является нормальное ускорение W.

Однако, как видно из структурной схемы, имеется еще один входной сигнал V_p — скорость ракеты.

В гл. IV § 5 нами было оговорено, что скорость ракеты V_p принимается независимой функцией времени. При принятии этого

условия $V_р$ может рассматриваться как коэффициент в общем случае переменный во времени и отображаться на структурной схеме в виде усилительного звена $V_р(t)$.

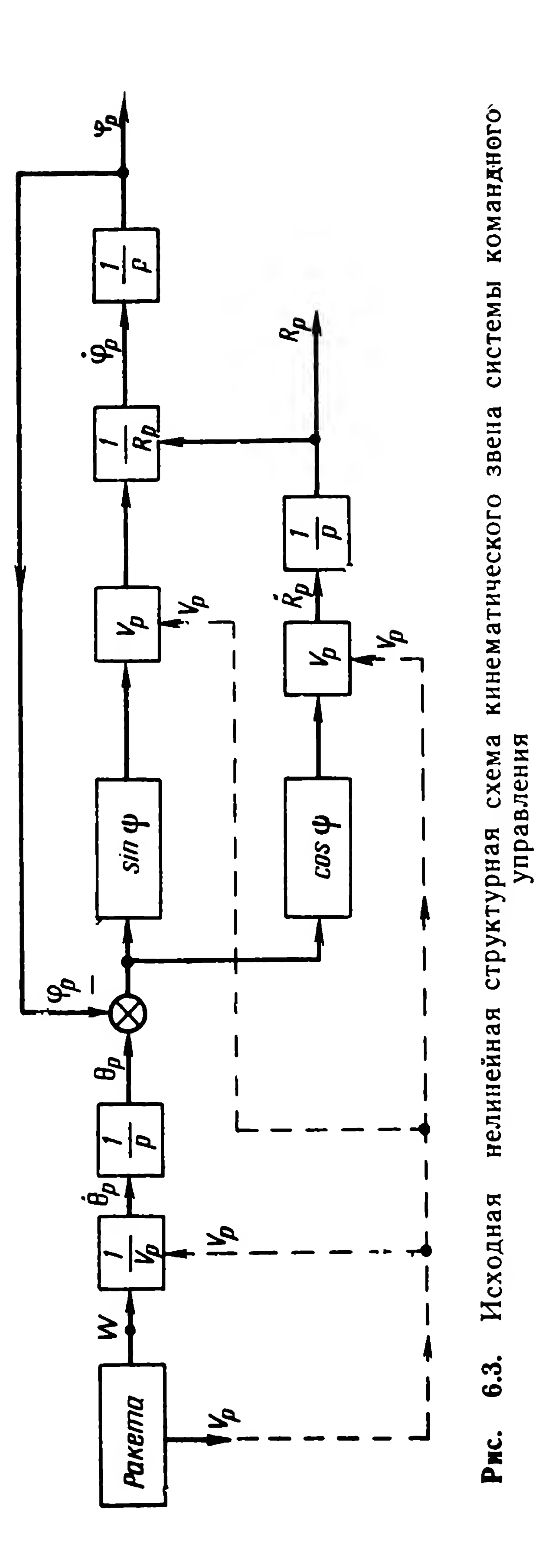


Рис. 6.3. Исходная нелинейная структурная схема кинематического звена системы командного управления

2. Линеаризация кинематических уравнений и их структурная схема

Для анализа системы кинематических уравнений и получения передаточной функции необходимо произвести ее линеаризацию, для чего необходимо предварительно выяснить, какие из параметров являются варьируемыми, а какие — независимыми функциями времени. В этом отношении можно принять ряд рабочих гипотез, отвечающих определенным требованиям в отношении точности расчетов.

Первая гипотеза может базироваться на условии вариации всех параметров. В основу второй можно положить условие, рассмотренное нами ранее, согласно которому величина скорости ракеты $V_р(t)$ является независимой функцией времени, т. е.

$$V_р = V_р(t), \qquad (6.4)$$

а в основу третьей — условие, согласно которому скорость $V_р(t)$ и дальность $R_р(t)$ являются независимыми функциями времени, т. е.

$$\left.\begin{aligned} V_р &= V_р(t); \\ R_р &= R_р(t). \end{aligned}\right\} \qquad (6.5)$$

Ранее мы говорили, что линеаризованные уравнения позволяют рассматривать задачу управления в предположении,

что исследуемый процесс протекает в определенной трубке траекторий. Физически первая гипотеза означает, что при этом все параметры, входящие в систему уравнений (6.3), будут зависеть от степени изменения входного сигнала кинематического звена W, и в неявном либо явном виде существует связь вида

$$V_p = f_1(W); \quad R_p = f_2(W).$$

Согласно второй гипотезе предполагается, что вне зависимости от изменения выходного параметра ракеты W (он же является входным сигналом исследуемой кинематической связи) модуль ее скорости V_p может рассматриваться как независимая функция времени.

Третья гипотеза предполагает, что для рассматриваемых возмущений движение ракеты на исследуемом участке протекает в некоторой трубке траекторий, при которой и дальность может считаться независимой от W и быть принятой в виде заданной функции времени $R_p(t)$.

Надо сказать, что если положить в основу дальнейших исследований первую гипотезу, то линеаризованная система уравнений будет чрезвычайно громоздкой. При этом потребуется наложение на чисто кинематические связи, определяемые уравнениями (6.3), дополнительные аэродинамические связи, поскольку зависимость скорости V_p от величины возмущений ракеты определяется в основном влиянием аэродинамической среды.

Составим линеаризованную систему уравнений для случая второй гипотезы $(V_p = V_p(t))$.

Варьируемыми параметрами в таком случае являются Θ_p, φ_p, ψ, R_p, W и их производные.

Пользуясь общими правилами линеаризации, изложенными в гл. II, из уравнения (6.3) получаем:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta W = V_p \Delta\dot{\Theta};\\
&\Delta\dot{\varphi} = V_p \left[\frac{\cos\psi_0 \Delta\psi R_0 - \sin\psi_0 \Delta R_p}{R_0^2}\right] = K_1\Delta\psi + K_2\Delta R;\\
&\Delta\psi = \Delta\Theta_p - \Delta\varphi_p;\\
&\Delta\dot{R}_p = -V_p \sin\psi_0 \Delta\psi = K_3\Delta\psi,
\end{aligned}\right\} \quad (6.6)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&K_1 = \frac{V_p\cos\psi_0}{R_0};\\
&K_2 = -\frac{V_p \sin\psi_0}{R_0^2};\\
&K_3 = -V_p\sin\psi_0.
\end{aligned}\right\} \quad (6.7)$$

Индексом «0» обозначены значения параметров, соответствующие установившемуся движению и принимаемые в качестве независимых функций времени.

В соответствии с полученной линеаризованной системой дифференциальных уравнений структурная схема кинематических связей может быть представлена в виде, изображенном на рис. 6.4 *.

Приведем ряд преобразований полученной структурной схемы. Перенесем выходную связь $\Delta R_р$ к точке *а*. Одновременно свернем часть структурной схемы, обозначив ее символом L (рис. 6.5, *а* и *б*).

Поскольку $\Delta\psi = \Delta\Theta_р - \Delta\varphi_р$, то полученная схема по правилам преобразования структурных схем может быть приведена к виду, изображенному на рис. 6.5, *в*, где Z_0 — оператор структурной схемы L, охваченной обратной связью.

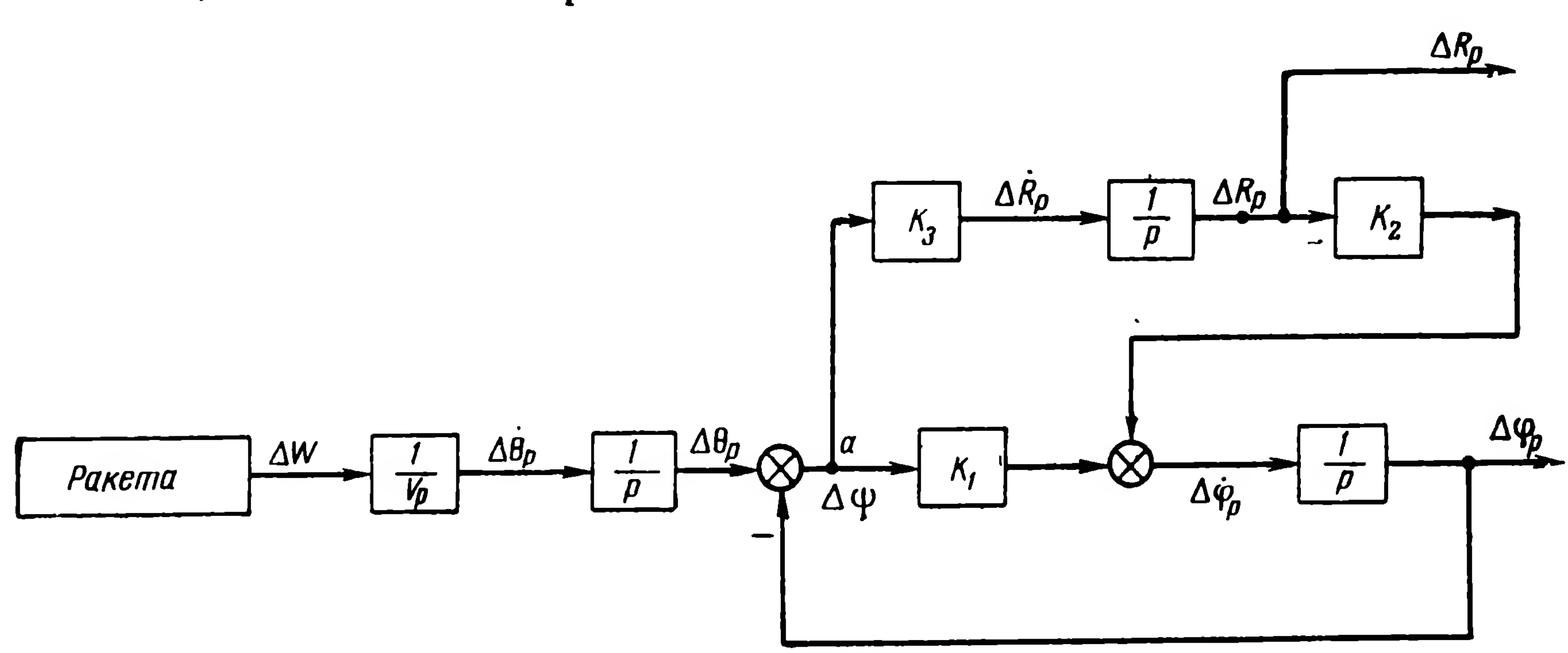


Рис. 6.4. Исходная линейная структурная схема кинематического звена системы командного управления

Таким образом, мы получили структурную схему, отображающую кинематические связи в случае, если положить в основу вторую гипотезу, согласно которой принималась в качестве независимого параметра скорость ракеты $V_р(t)$.

Полученная структурная схема достаточно сложна для анализа. Попытаемся ее упростить, отбрасывая малозначащие связи. Для этой цели воспользуемся методами частотного анализа стационарных систем, перейдя к передаточным функциям рассматриваемых звеньев.

Начнем со структурной схемы L (рис. 6.5, *б*).

Оператор этой структурной схемы может быть записан в виде

$$L(p) = \left(K_2K_3\frac{1}{p} + K_1\right)\frac{1}{p} = \frac{1}{p}K_1\left(\frac{K_2K_3}{K_1}\frac{1}{p} + 1\right).$$

Рассмотрим выражение, стоящее в скобках, обозначив его $L'(p)$.

---

* В схеме рис. 6.4 и во всех дальнейших линейных структурных схемах мы будем обозначать вместо сигналов их приращения (вместо $R - \Delta R$, $\varphi - \Delta\varphi$, $W - \Delta W$ и т. д.).

Подставляя вместо K_1, K_2, K_3 их значения из системы (6.7), получим

$$L'(p)=\left(\frac{K_2K_3}{K_1}\frac{1}{p}+1\right)=\left(\frac{1}{p}\frac{V_p^2\sin^2\psi_0R_0}{R_0^2V_p\cos\psi}+1\right)=$$

$$=\left(\frac{1}{p}\frac{V_p}{R_0}\frac{\sin^2\psi_0}{\cos\psi_0}+1\right).$$

Нетрудно убедиться в малости по отношению к единице другого члена, стоящего в скобках.

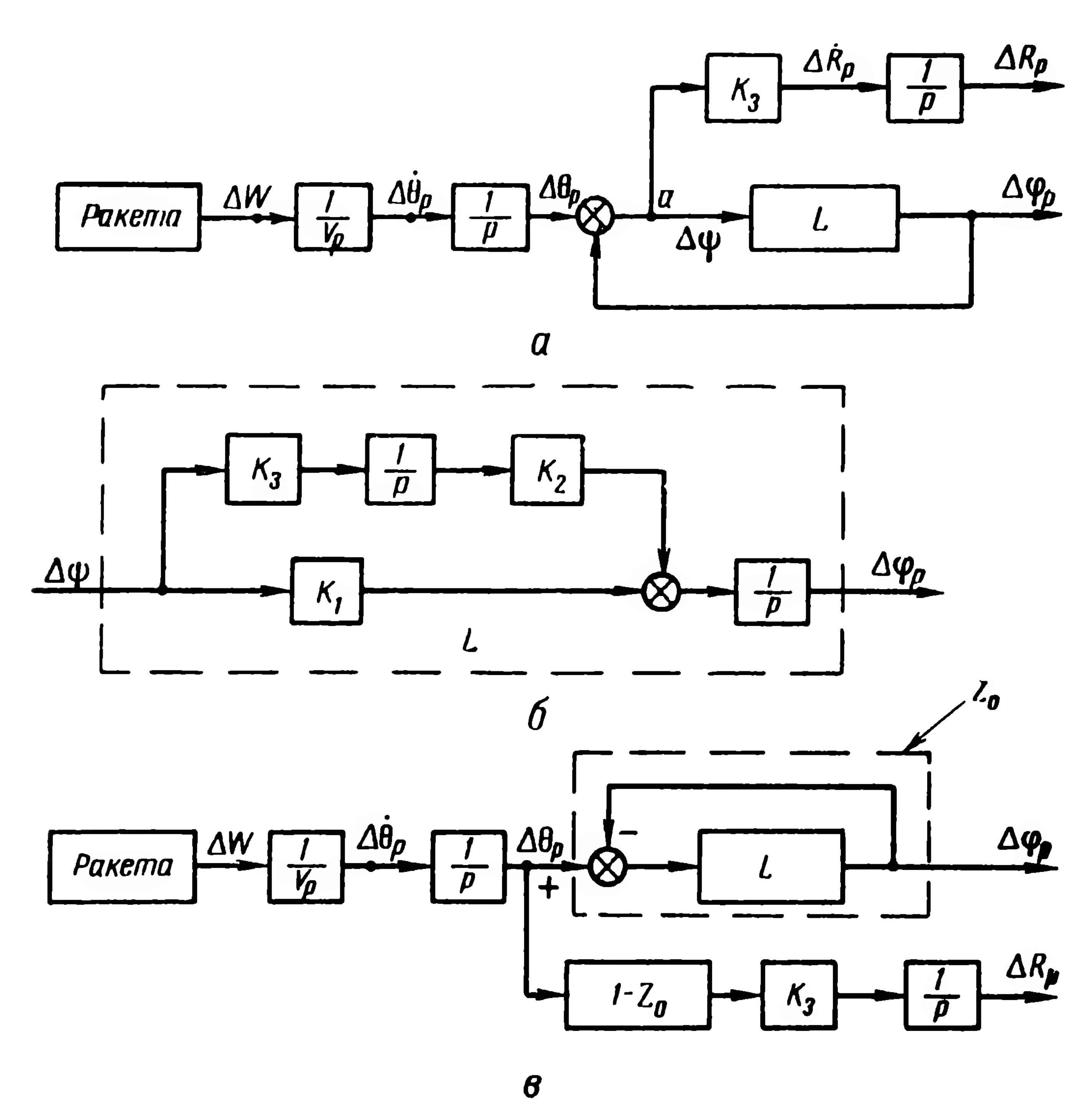


Рис. 6.5. Преобразование линейной структурной схемы кинематического звена:

а — первый шаг преобразования; *б* — структурная схема оператора *L*; *в* — второй шаг преобразований

Отношение $\frac{R_0}{V_p}$ имеет размерность времени и в первом приближении его можно считать равным времени наведения t.

Угол ϕ_0 (рис. 6.2) для систем командного управления обычно не превосходит 20—30°, а потому в порядке первого приближения можно положить $\cos\psi_0\simeq 1$, а $\sin\psi_0\simeq\psi_0$.

Вместо p подставим $j\omega$, тогда выражение преобразовывается к виду

$$L'(j\omega) = \left(1 + \frac{\psi_0^2}{j\omega t}\right).$$

Имея в виду, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T — период колебаний, выражение перепишется так:

$$L'(j\omega) = \left(1 - j\frac{\psi^2}{2\pi} \cdot \frac{T}{t}\right).$$

Обычно при оценке влияния дополнительных шунтирующих связей в инженерной практике интересуются дополнительным фазовым сдвигом и приращением модуля, вносимым этими связями вблизи резонансных частот или частот «среза» (ω_0).

Рассмотрим модуль выражения $\frac{\psi_0^2}{2\pi}\frac{T_0}{t}$ вблизи этих частот ω_0 (и соответственно T_0). Нетрудно видеть, что при полетном времени $t \geqslant (2 \div 3) T_0$ и $\phi_0 \leqslant 0{,}2$ модуль выражения равен

$$\frac{\psi_0^2}{2\pi}\frac{T_0}{t} \leqslant \frac{4 \cdot 10^{-2}}{6{,}28}\,\frac{1}{(2 \div 3)} \simeq 2 \cdot 10^{-3}.$$

Приращение модуля $L'(p)$ к единице составит величину порядка 10^{-3}, в чем можно убедиться, подставив полученное число в выражение для модуля $L'(p) = \sqrt{1 + \left(\frac{\psi_0^2}{2\pi}\frac{T_0}{t}\right)^2}$.

Что касается фазы $L'(p)$, то ее значение составит величину порядка $(10^{-2})^0$.

Таким образом, шунтирующее действие связи $\frac{\psi_0^2}{2\pi}\frac{T_0}{t}$ пренебрежимо мало, и она может быть отброшена.

Тогда оператор $L'(p) = 1$ и соответственно

$$L(p) = \frac{K_1}{p}. \tag{6.8}$$

Рассмотрим далее оператор (рис. 6.5, *в*)

$$Y(p) = (1 - Z_0).$$

Нетрудно показать, рассуждая аналогично, что $Z_0 \ll 1$ в области интересующих нас отношений $\frac{t}{T_0}$.

Действительно, согласно рис. 6.5, *в* $Z_0(p) = \frac{L(p)}{1 + L(p)}$.

С учетом выражения (6.8) имеем

$$Z_0 = \frac{\frac{K_1}{p}}{1+\frac{K_1}{p}} = \frac{1}{1+\frac{p}{K_1}}.$$

Подставляя вместо K_1 его значение из системы (6.7), получаем

$$Z_0 = \frac{1}{1+\frac{pR_0}{V_p}},$$

принимая $\frac{R_0}{V_p} = t$ и $p = j\omega = j\frac{2\pi}{T_0}$, получим:

$$Z_0 = \frac{1}{1+j\frac{2\pi t}{T_0}}; \text{ при } \frac{t}{T_0} \geqslant 3 \, |Z_0| \simeq \frac{1}{\sqrt{1+(20)^2}} \simeq \frac{1}{20}.$$

Оператор $Y(p) = 1 - Z_0(p)$ находится в ветви, определяющей связь по координате R_p. Таким образом, пренебрегая в выраже-

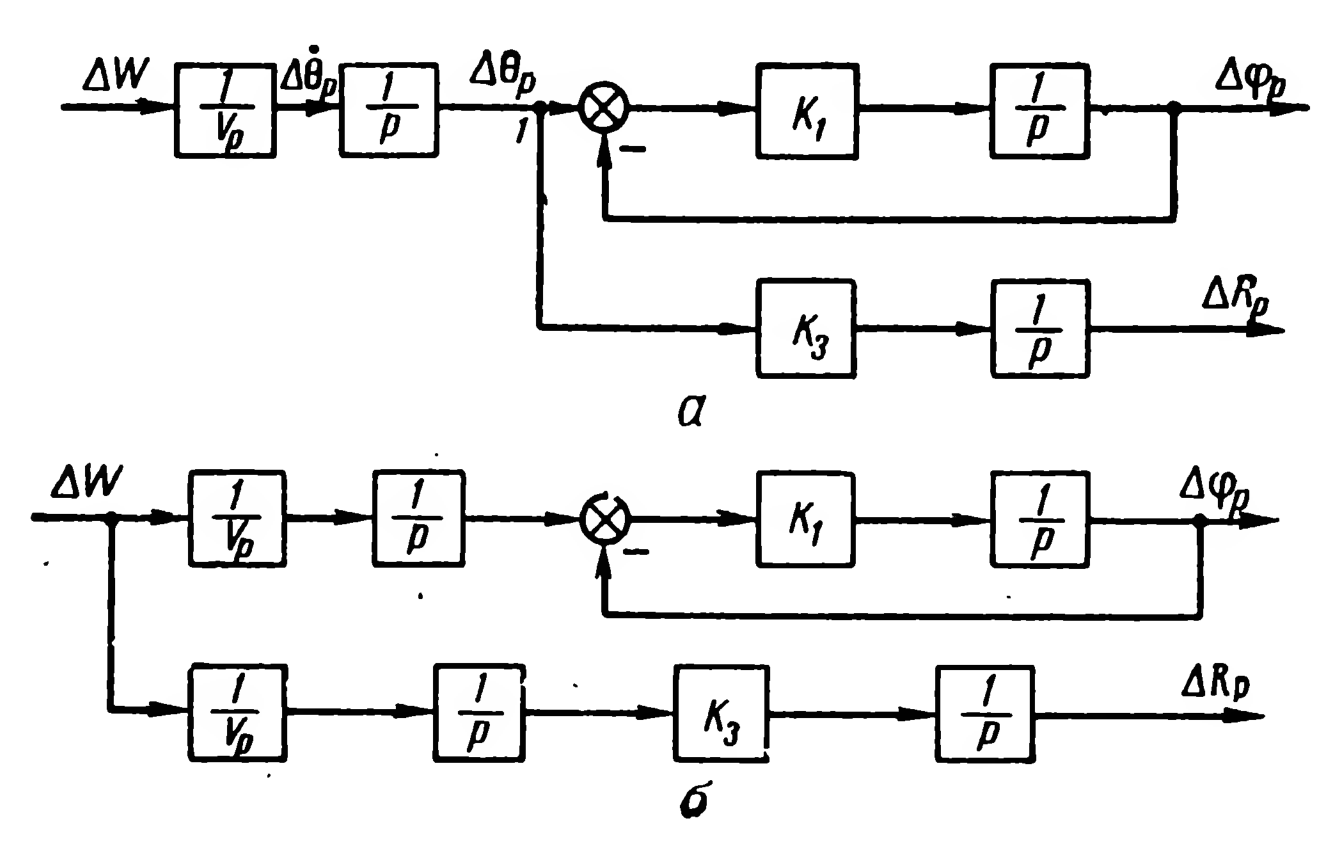


Рис. 6.6. Преобразованная линейная структурная схема кинематического звена системы командного управления

нии для $Y(p)$ значением Z_0, мы вносим в исследование по оценке значимости этой дополнительной ветви ошибку $<10\%$, что вполне допустимо в инженерной практике. Таким образом, на основании приведенных допущений можно полагать

$$Y(p) = 1 - Z_0 \simeq 1. \tag{6.9}$$

Отметим, что приведенные рассуждения по преобразованию схемы, несомненно, упрощены и носят в основном методический характер. Более полные исследования потребовали бы (в случае использования частотных методов) построения частотной характеристики для всей системы кинематических связей, изображенной на рис. 6.4. Последовательно отбрасывая отдельные связи, можно

оценить далее по деформации частотных характеристик их значимости. Еще более строгие исследования можно произвести с помощью моделирования всей системы управления. Отбрасывая последовательно отдельные звенья, можно по тому или иному оценочному критерию определить их значимость.

Вернемся к полученным результатам. С учетом выражений (6.8) и (6.9) исходная структурная схема для кинематических связей существенно упрощается и может быть представлена в виде, изображенном на рис. 6.6, *а*, *б*.

Схема «*б*» вытекает непосредственно из схемы «*а*» после переноса выходной связи из точки *1* к входу кинематического звена.

Таким образом, в результате всех преобразований нами получена упрощенная структурная схема кинематических связей,

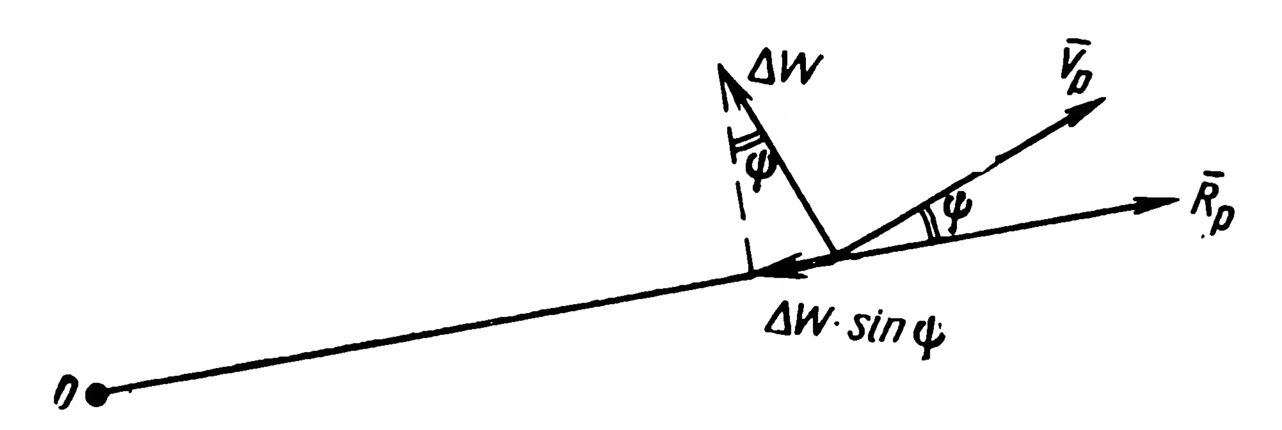


Рис. 6.7. Составляющие нормального ускорения

определяющая связи системы управления по двум координатам $R_р$ и $\varphi_р$.

Характерно, что в результате проведенных преобразований вторая ветвь (по $R_р$) приобрела довольно ясно выраженный физический смысл. Для пояснения этого обратимся к рис. 6.6, *б*, где изображена эта кинематическая связь.

Полагая, что все коэффициенты $\frac{1}{V_р}$ и $K_з = -V_р \sin\psi_0$, входящие в данную ветвь, постоянны, мы можем свернуть эту цепочку, представив ее в виде оператора

$$Y_R(p) = -\frac{1}{p^2}\sin\psi_0, \tag{6.10}$$

или

$$\Delta R = \Delta W\, Y_R(p) = -\frac{\Delta W \sin\psi_0}{p^2}.$$

Как видно из рис. 6.7, $\Delta W \sin\psi_0$ — это проекция входного параметра кинематического звена (нормального ускорения) на радиус-вектор $\bar{R}_р$, а оператор $\frac{1}{p^2}$ определяет двойное интегрирование этого ускорения.

Таким образом, связь по координате $R_р$ в кинематическом звене определяется приращением дальности за счет нормального ускорения, развиваемого ракетой.

Что касается основной связи по угловой координате $\varphi_р$, то можно убедиться, что в результате всех упрощений она оказалась аналогичной той, которая имела бы место в случае, если мы воспользовались бы третьей гипотезой, согласно которой $R_р$ также принималась независимой функцией времени $R_р(t)$.

Действительно, в этом случае, полагая $\Delta R_р=0$ и $\Delta\dot{R}_р=0$, линеаризованная система уравнений (6.6) приобретает следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} \Delta W &= V_р \Delta\dot{\Theta}_р; \\ \Delta\dot{\varphi} &= \frac{V_р}{R_р}\cos\psi_0\,\Delta\psi = K_1\Delta\psi; \\ \Delta\psi &= \Delta\Theta_р - \Delta\varphi_р. \end{aligned}\right\} \qquad (6.11)$$

Соответственно и структурная схема может быть представлена в виде, изображенном на рис. 6.8.

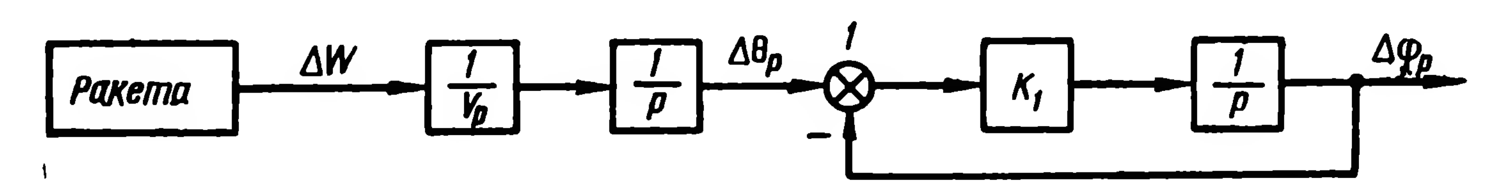


Рис. 6.8. Линейная структурная схема кинематического звена системы командного управления для случая $R_р=R(t)$

Как видно из сравнения рис. 6.6, *б* и рис. 6.8, ветви связи по $\varphi_р$ полностью аналогичны друг другу.

Проведем дальнейшее преобразование ветви кинематической связи по координате φ.

Рассматриваемая ветвь является единственной ветвью для трехточечного метода и основной для большинства методов наведения при лучевом управлении. Поэтому имеет смысл ее дальнейшие преобразования провести с учетом переменности коэффициентов $\frac{1}{R_р(t)}$ и $V_р(t)$ по методике, изложенной в § 5 гл. II.

Для этой цели развернем структурную схему, изображенную на рис. 6.8, имея в виду, что $K_1 = V_р\cos\psi_0\frac{1}{R_{р0}}$, и перенесем обратную связь из точки *1* по ходу сигнала в точку *2* (рис. 6.9, *а*).

Если далее перенести звенья $\frac{1}{V_р(t)}$ и $\frac{1}{R_р(t)}$ по ходу сигнала через интегрирующие звенья, то структурная схема приводится к виду, изображенному на рис. 6.9, *б*.

Полученное преобразование достаточно просто. Напомним, что при переносе через интегрирующую цепочку $\frac{1}{p}$ усилительного звена K интегрирующее звено $\frac{1}{p}$ охватывается отрицательной обратной связью $-\frac{\dot{K}}{K}$.

В первом случае

$$-\frac{\dot{K}}{K}=+\frac{\dot{V}_p}{V_p},$$

а во втором случае

$$-\frac{\dot{K}}{K}=+\frac{\dot{R}_p(t)}{R_p(t)}.$$

Если далее перенести точку подключения обратной связи с таким расчетом, чтобы в правой части схемы внешние и внутренние

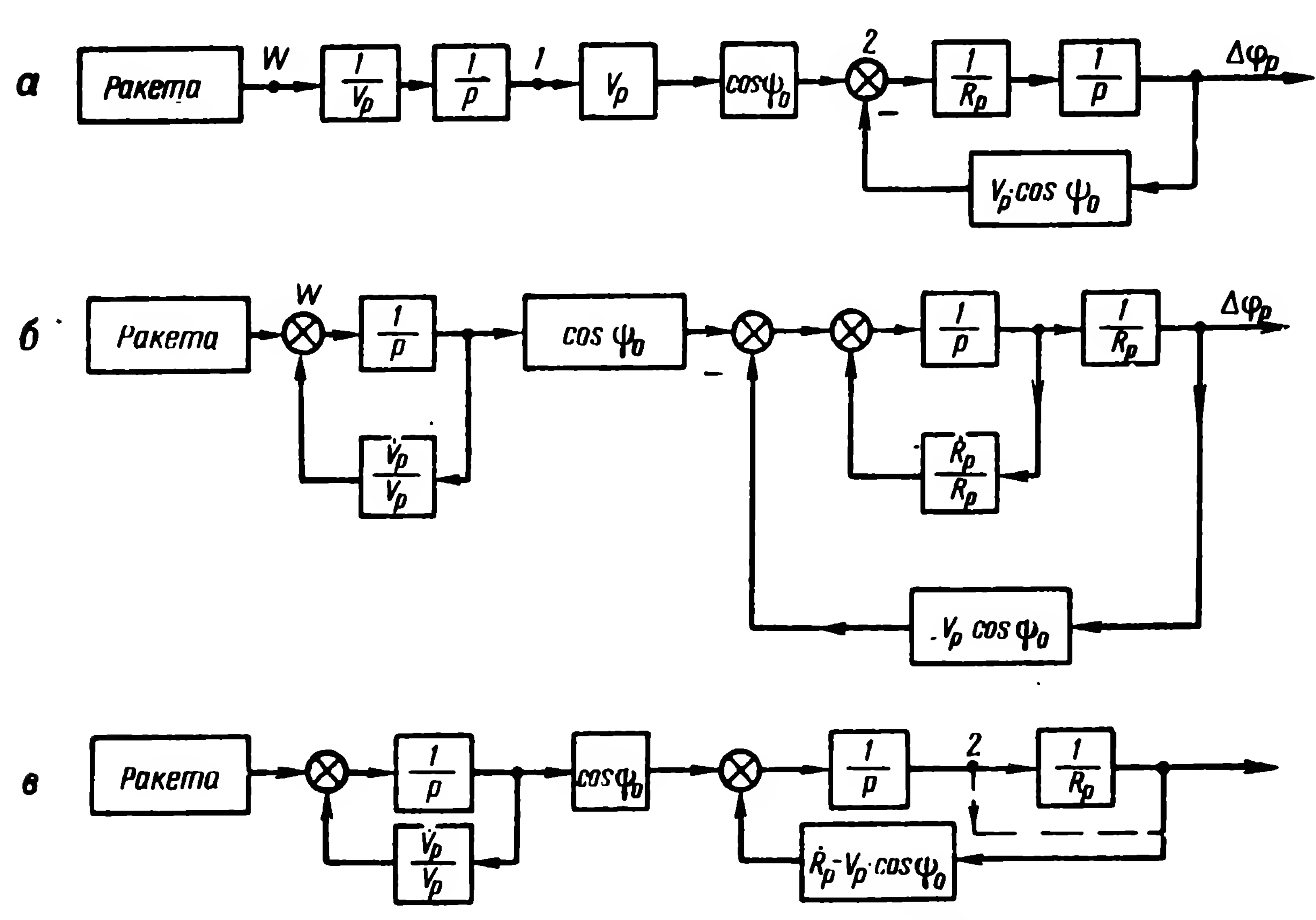


Рис. 6.9. Преобразование нестационарной линейной структурной схемы кинематического звена:

а — перенос обратной связи; *б* — перестановка нестационарных звеньев $\frac{1}{V_p}$ и $\frac{1}{R_p}$; *в* — перенос связи и объединение двух звеньев обратной связи

петли совпали (точка *2*, рис. 6.9, *в*, перенесена по ходу сигнала через звено $\left.\frac{1}{R_p}\right)$, то, объединив обратные связи в одно звено, получаем структурную схему в виде, изображенном на рис. 6.9, *в*. Как нетрудно убедиться из рис. 6.2, $\dot{R}_p=V_p\cos\psi_0$, а потому обратная связь $\dot{R}_p-V_p\cos\psi_0$ обращается в нуль.

Таким образом, в окончательном виде структурная схема кинематического звена, связывающего выходной параметр ракеты ΔW и угловое отклонение $\Delta\varphi_p$, приводится к виду, изображенному на рис. 6.10, и общая структурная схема, приведенная на рис. 6.6, к виду, изображенному на рис. 6.11.

В случае когда скорость может быть принята постоянной ($\dot{V}_p=0$), общая структурная схема кинематических связей приобретает еще более простой вид (рис. 6.12).

Изображенные структурные схемы еще ничего не говорят о значимости каждой ветви в общей системе управления. Все будет определяться тем, каким образом используется информация, получаемая по измерительным каналам $\varphi_р$ и $R_р$, т. е. в конечном итоге определяется выбранным методом наведения.

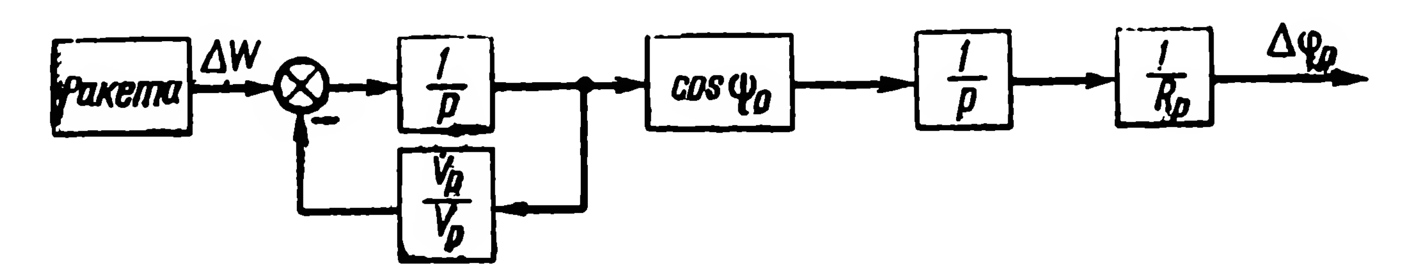


Рис. 6.10. Преобразованная структурная схема кинематической связи $\Delta W \to \Delta\varphi$

Вследствие этого метод наведения в какой-то мере влияет на общую передаточную функцию всей системы управления.

Действительно, если использовать метод наведения по «трехточке», то информация по дальности не используется, т. е. кине-

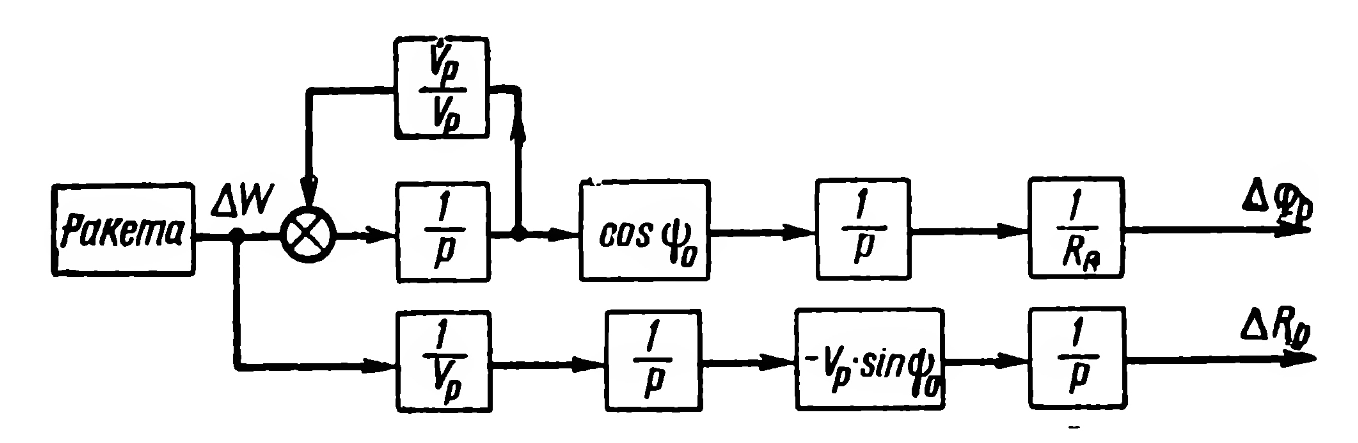


Рис. 6.11. Общая линейная структурная схема кинематических связей

матическая связь обрывается и мы автоматически переходим к структурной схеме, изображенной на рис. 6.8. В общем случае для оценки влияния ветви по $R_р$ необходимо составить полную

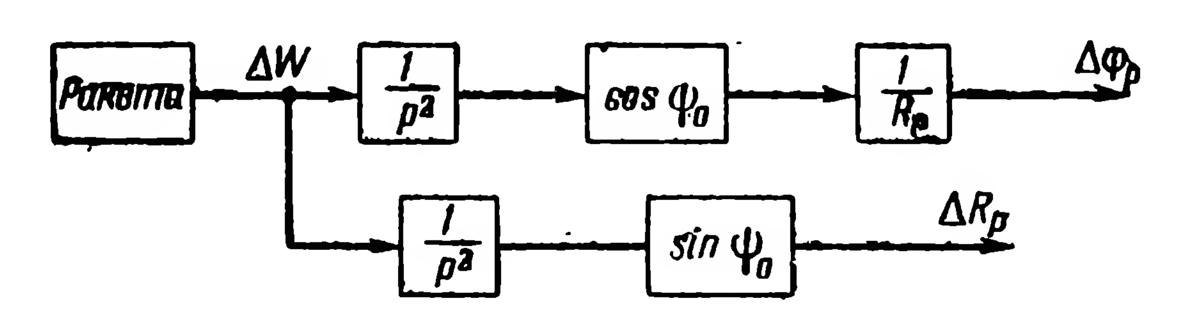


Рис. 6.12. Общая линейная структурная схема кинематических связей при $V_р = \text{const}$

структурную схему участка системы управления, охватывающего кинематическое звено и счетно-решающий прибор, т. е. дополнительно к рассмотренной структурной схеме кинематического звена должна быть рассмотрена и структурная схема счетно-решающего прибора. Далее можно произвести сравнительную оценку двух ветвей.

В общем случае, исходя из принципа суперпозиции, любое устройство, имеющее два входных сигнала и один выходной и описываемое линейной (либо линеаризованной) системой уравнения, может быть представлено в виде двух параллельных цепей $L_1(p,t)$ и $L_2(p,t)$.

Исходя из этого линеаризованную систему уравнений счетно-решающего прибора, получающего информацию по двум координатам $R_р$ и $\varphi_р$, можно представить в виде структурной схемы, изображенной на рис. 6.13а, где $\Delta R_р$ и $\Delta\varphi_р$ — входные сигналы и $\delta_у$ — сформированный на их базе управляющий сигнал.

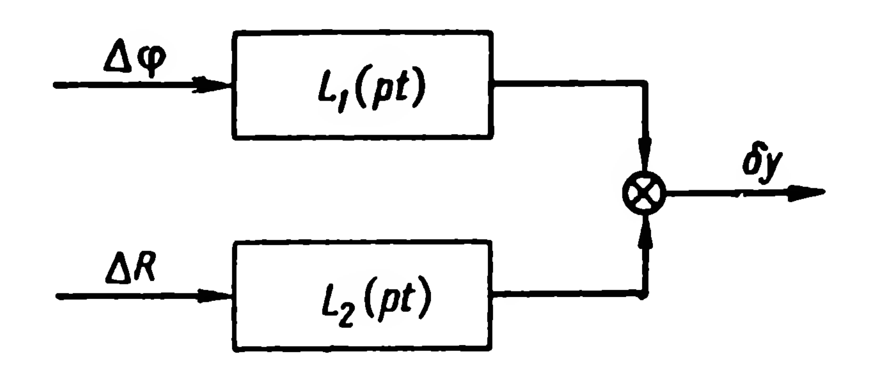


Рис. 6.13а. Общая линеаризованная структурная схема СРП с двумя входами и одним выходом

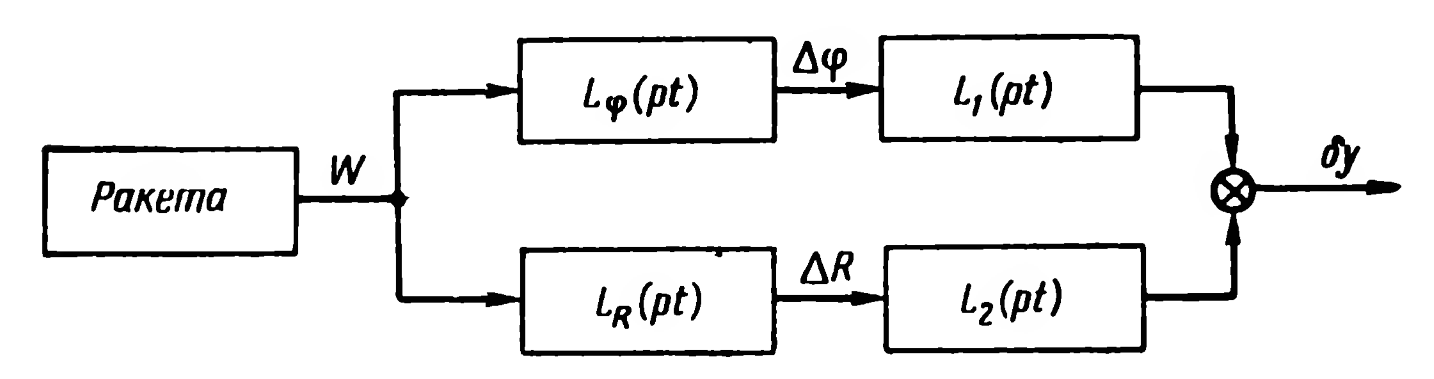


Рис. 6.13б. Общая линеаризованная схема кинематических звеньев совместно с СРП

Форма преобразования операторами $L_1(p,t)$ и $L_2(p,t)$ входных сигналов определяется выбранным методом наведения.

С учетом сказанного полная структурная схема обеих кинематических ветвей со счетно-решающим прибором, использующим информацию по $R_р$ и $\varphi_р$, может быть представлена в виде, изображенном на рис. 6.13б.

Передаточная функция основной ветви

$$L_W^{\varphi} = L_{\varphi}(p) \cdot L_1(p) \qquad (6.12)$$

и второй

$$L_W^{R} = L_R(p) \cdot L_2(p). \qquad (6.13)$$

Сравнение частотных характеристик в области полосы пропускания системы или на резонансных частотах системы позволит нам дать сравнительную оценку обеих ветвей. В случае если влияние второй ветви на частотную характеристику невелико, то можно полагать, что при рассматриваемом методе наведения третья

гипотеза, согласно которой скорость и дальность до ракеты являются функциями времени $V_р = V_р(t)$ и $R_р = R_р(t)$, может быть приемлема для расчета полной системы управления.

§ 2. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА И ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ЗВЕНА ДЛЯ СЛУЧАЯ ТРЕХТОЧЕЧНОГО МЕТОДА УПРАВЛЕНИЯ

Трехточечный метод является простейшим методом лучевого управления. Закон управления лучом, вырабатываемый СРП, имеет вид

$$\varphi_{тр} = \varphi_ц$$

и сигнал ошибки

$$\delta\varphi = \varphi_{тр} - \varphi_р = \varphi_ц - \varphi_р,$$

где $\varphi_{тр}$ — требуемый угол ракеты;
$\varphi_р$ — текущий угол ракеты;
$\varphi_ц$ — текущий угол цели.

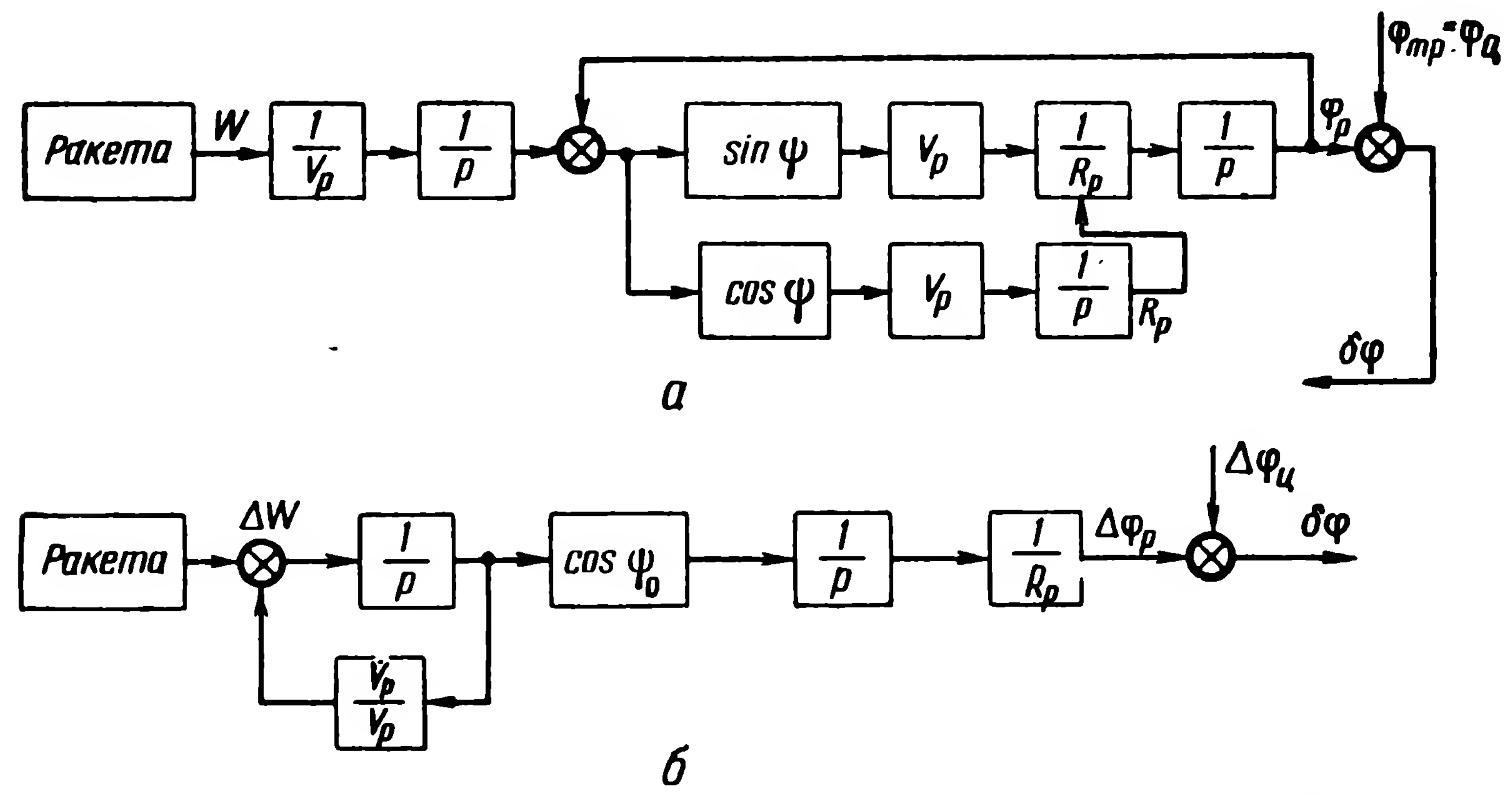


Рис. 6.14. Структурные схемы кинематических связей с СРП для метода трехточечного наведения:

а — нелинейная структурная схема; *б* — линеаризованная структурная схема

Таким образом, информация по дальности не используется и $L_2(p, t)$, изображенный на рис. 6.13, обращается в 0.

Следовательно, исходные структурные схемы кинематической связи совместно с СРП в соответствии с рис. 6.10 и 6.3 преобразуются к виду, изображенному на рис. 6.14, *а* и *б*.

Заметим, что полученное кинематическое звено имеет явно выраженную нестационарность за счет коэффициента $\frac{1}{R_р(t)}$. Для «остационаривания» системы в блоках формирования команды может быть предусмотрена функция $R_A(t) \cong R_р(t)$, на которую

умножается сигнал ошибки $\delta\varphi$ (например, в системе «Эрликон»). Физически это, очевидно, и не требует разъяснений.

В таком случае на выходе цепочки уже будет иметь место фиксация линейного отклонения $\Delta l = \delta\varphi_p R_A(t)$ и кинематическая связь совместно с элементом $R_A(t)$ приводится к виду, изображенному на рис. 6.15.

Передаточная функция кинематического звена, строго говоря, может быть получена только в случае, когда $\frac{\dot{V}_p}{V_p} = \text{const}$. Например, если скорость ракеты на рассматриваемом участке аппроксимируется экспонентой $V_p = Ae^{\frac{t}{T}}$, то передаточная функция кине-

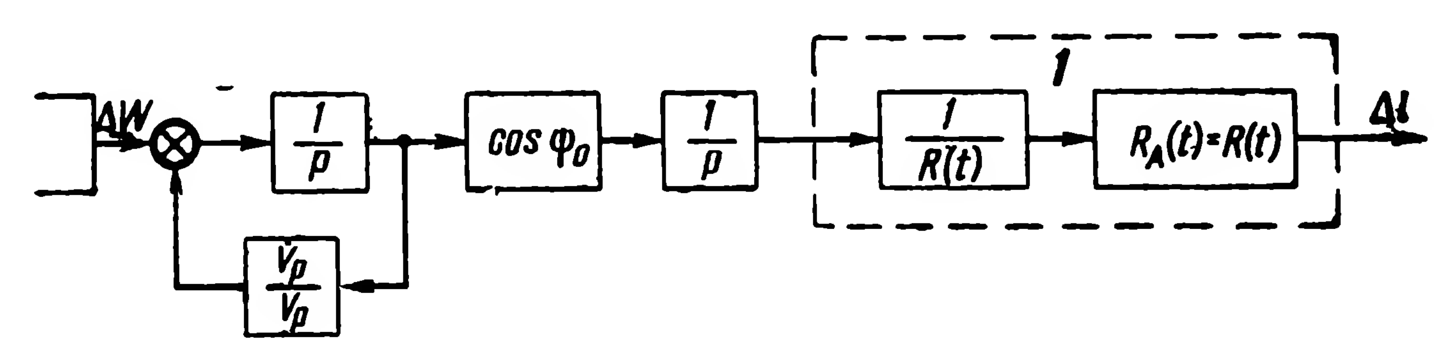


Рис. 6.15. Структурная схема кинематического звена для трехточечного метода наведения при введении в СРП функции $R_A(t) = R(t)$

матического звена, связывающая выходной параметр ракеты W_p с угловым отклонением φ_p, согласно рис. 6.14, *б*, будет иметь вид

$$Y_W^{\varphi} = \frac{\cos\psi_0}{R_p} \cdot \frac{1}{p} \frac{T}{1 + T \cdot p}, \tag{6.14}$$

где

$$T = \frac{V_p}{\dot{V}_p}.$$

Если предположить, что на участке исследования $V_p = \text{const}$, то $T \to \infty$ и передаточная функция Y_W^{φ} приобретает вид

$$Y_W^{\varphi} = \frac{\cos\psi_0}{R_p} \cdot \frac{1}{p^2}. \tag{6.15}$$

Для случая, когда предусмотрено умножение сигнала $\delta\varphi$ на функцию $R_A(t) = R_p(t)$, передаточные функции (6.14) и (6.15) соответственно приобретают вид

$$Y_W^l = \cos\psi_0 \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + Tp} \tag{6.16}$$

и при $V_p = \text{const}$

$$Y_W^l = \frac{\cos\psi_0}{p^2}. \tag{6.17}$$

§ 3. ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ СЧЕТНО-РЕШАЮЩЕГО ПРИБОРА И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ ДЛЯ МЕТОДА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ ПРИ КОМАНДНОМ УПРАВЛЕНИИ ПО ЛУЧУ

1. Исходная структурная схема счетно-решающего прибора (СРП)

Исходная структурная схема СРП может быть получена на основании уравнений, полученных в гл. III. Эти уравнения соответствуют упрощенному варианту счетно-решающего прибора, обеспечивающего движение по методу параллельного сближения вблизи точки встречи, когда величина упреждающего угла ε достаточно мала ($\sin\varepsilon=\varepsilon$ и $\cos\varepsilon=1$).

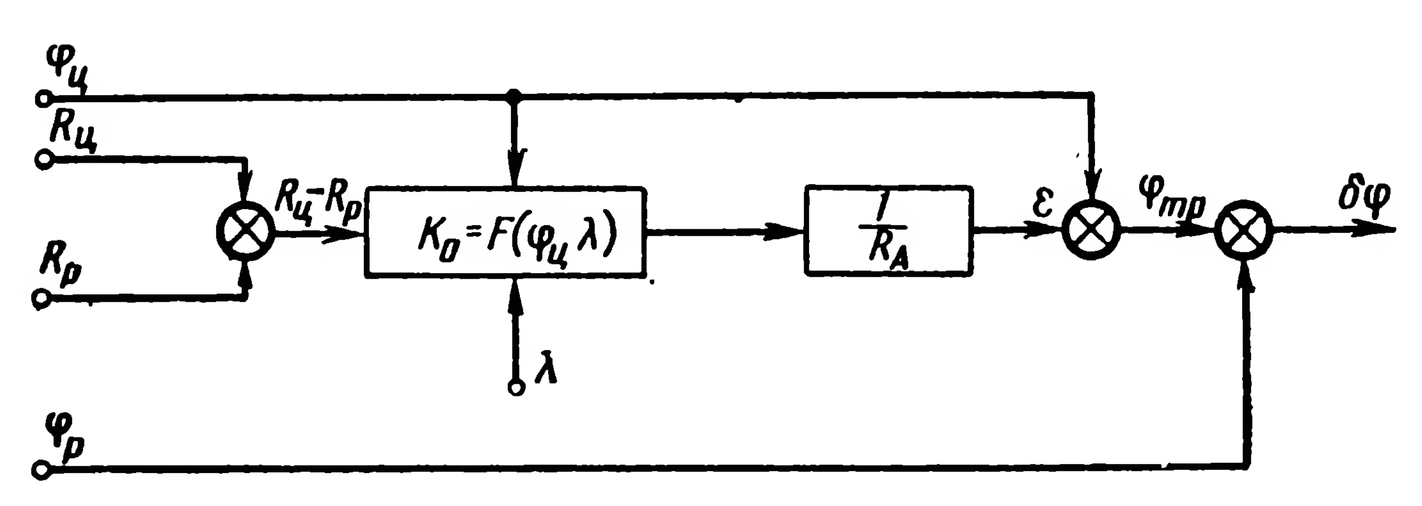


Рис. 6.16. Исходная нелинейная структурная схема СРП для метода параллельного сближения при командном управлении по лучу

Формульная зависимость для этого случая определяется выражениями (3.15) и (3.16)

$$\varepsilon=\frac{K_0}{R_р}(R_ц-R_р), \qquad (6.18)$$

где

$$K_0=F(\varphi_ц,\lambda)=\frac{\sin\varphi_ц\cdot\sin(\varphi_ц-\lambda)}{\sin\lambda+\cos\varphi_ц\cdot\sin(\varphi_ц-\lambda)}, \qquad (6.19)$$

требуемое значение угла ракеты

$$\varphi_{тр}=\varphi_ц+\varepsilon \qquad (6.20)$$

и сигнал ошибки

$$\delta\varphi=\varphi_{тр}-\varphi_р. \qquad (6.21)$$

В соответствии с выражениями (6.18), (6.19), (6.20) и (6.21) исходная нелинейная структурная схема приобретает вид, изображенный на рис. 6.16.

На структурной схеме рис. 6.16 $\varphi_р$ и $R_р$ — координаты ракеты, $\varphi_ц$ и $R_ц$ — координаты цели, λ — угол линии цель — ракета, который считается заданным в качестве начальных условий и сохраняется по условию неизменным в процессе управления.

Отметим одну особенность предлагаемой схемы. Упрежденное значение угла ε в СРП формируется в виде

$$\varepsilon = \frac{K_0}{R_A}(R_р - R_ц), \tag{6.22}$$

где R_A — аппаратурное значение дальности до ракеты, вводимое по определенному закону, достаточно точно отвечающему закону изменения дальности до ракеты;

$$R_A \cong R_р(t). \tag{6.23}$$

Нетрудно заметить, что в этом случае выполняется основное требование, предъявляемое и лучевым методом управления $\varepsilon \to 0$ при $R_ц \to R_р$, поскольку в числителе выражения (6.22) стоят измеренные значения дальностей $R_р$ и $R_ц$.

Можно показать, что при подобном аппаратурном вводе в СРП функции дальности до ракеты в качестве множителя лишь несколько искривляется траектория за счет неполного соответствия $R_A = R_р(t)$.

Полная исходная нелинейная структурная схема кинематических связей совместно со счетно-решающим прибором может быть получена при необходимости путем простого совмещения схем, изображенных на рис. 6.3 и 6.16.

2. Линеаризованная структурная схема СРП и кинематических связей

Для линеаризации СРП необходимо найти приращения сигнала рассогласования $\delta\varphi$, вызванного приращением входных сигналов. Поскольку нас интересуют не возмущения, а только контурные связи через $R_р$ и $\varphi_р$, то рассмотрим линеаризацию СРП только по отношению к этим сигналам.

Имея в виду, что связь между $\varphi_р$ и $\delta\varphi$ определяется согласно схеме (рис. 6.16) единичным оператором, нетрудно видеть, что задача сводится к линеаризации выражения (6.22) угла упреждения ε.

Имея в виду, что R_A — аппаратурная, независимая величина, имеем

$$\Delta\varepsilon = -\frac{K_0}{R_A}\Delta R_р. \tag{6.24}$$

Тогда общая структурная схема, изображенная на рис. 6.13б, для рассматриваемого случая может быть изображена в виде двух параллельных ветвей, в которых операторы L_R и L_φ соответствуют структурной схеме, изображенной на рис. 6.11:

$$L_1 = 1 \text{ и } L_2 = -\frac{K_0}{R_A} \text{ (рис. 6.17).}$$

3. Оценка влияния ветви кинематической связи $\Delta W \to \Delta R_р \to \Delta \varepsilon$ на общую передаточную функцию кинематического звена

Рассмотрим случай, когда $V_р = \text{const}$.

Передаточная функция первой (основной) ветви согласно рис. 6.17 запишется в виде

$$Y_W^{\varphi} = \frac{\cos \psi_0}{p^2} \cdot \frac{1}{R_р} \tag{6.25}$$

и второй в виде

$$Y_W^{\varepsilon} = \frac{\sin \psi_0}{p^2} \cdot \frac{K_0}{R_A}. \tag{6.26}$$

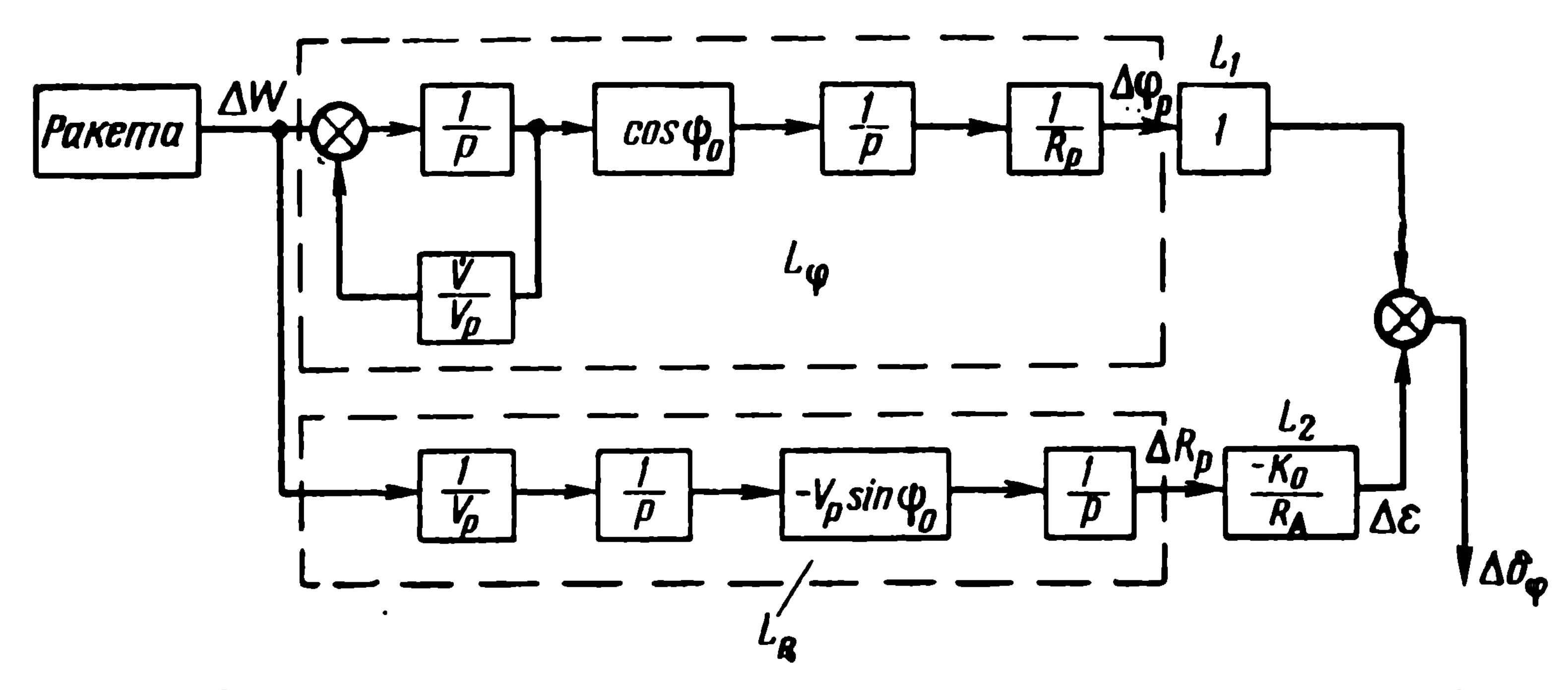


Рис. 6.17. Линейная структурная схема кинематического звена с блоком СРП для метода параллельного сближения при командном управлении по лучу

Найдем значение коэффициента K_0 из выражения (6.19):

$$K_0 = \frac{\sin \varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin \lambda + \cos \varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}$$

вблизи точки встречи, т. е. при $\varphi_р \to \varphi_ц$.

Для встречных курсов $\lambda \neq 0$, K_0 будет близким к максимальному при $\varphi_ц \to 90°$, поскольку при этом знаменатель становится минимальным (второй член обращается в нуль), а в числителе $\sin \varphi_ц \to 1$.

Для этого случая

$$K_{0\,max} = \frac{\sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin \lambda} = \frac{\cos \lambda}{\sin \lambda} = \text{ctg}\,\lambda. \tag{6.27}$$

Поскольку в точке встречи $\varphi_р \to \varphi_ц \to 90°$, то, как видно из рис. 6.18,

$$K_{0\,max} = \text{ctg}\,\lambda = \frac{V_ц}{V_р} = a. \tag{6.28}$$

Тогда уравнения (6.25) и (6.26) перепишутся так:

$$Y^{\varphi}_{W}=\frac{1}{p^2}\cdot\frac{1}{R_p}\cos\psi_0,$$

$$Y^{\varepsilon}_{W}=\frac{1}{p^2}\cdot\frac{1}{R_A}a\sin\psi_0,\ \text{где}\ R_A\cong R_p.$$

Таким образом, обе ветви кинематической связи имеют одинаковые передаточные функции и одинаковую степень нестационарности, но различаются коэффициентами усиления, равными соответственно $\cos\phi_0$ и $a\sin\phi_0$, и «удельный вес» ветвей будет определяться только отношением этих коэффициентов.

Напомним, что ϕ_0 — угол между радиусом-вектором $\overline{R}_p$ и вектором $\overline{V}_p$. Для лучевых методов величина его относительно невелика и может быть определена из соотношения (3.4), выведенного в гл. III; величина $a=\frac{V_ц}{V_p}<1$.

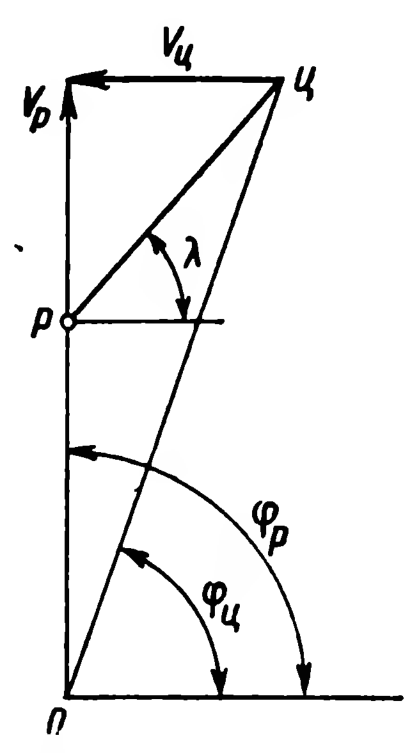


Рис. 6.18. Геометрические соотношения вблизи точки встречи

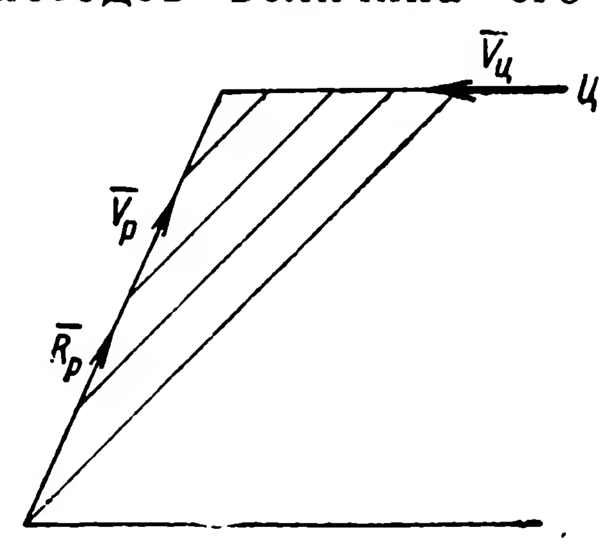


Рис. 6.19. Геометрические соотношения при начале метода параллельного сближения с точки старта

В случае если выполнение метода параллельного сближения будет начинаться непосредственно с момента старта от пункта управления (рис. 6.19), то угол $\phi_0\to 0$. Это следует из определения метода параллельного сближения. Показать это можно в нашем случае и на основании достаточно простых математических выкладок. Согласно ранее полученному выражению (3.4)

$$\sin\psi_0=\frac{\dot{\varphi}_p R_p}{V_p},\qquad(6.29)$$

т. е. величина ϕ_0 определяется скоростью перемещения луча $\dot{\varphi}_p$.

В рассматриваемом случае

$$\varphi_p=\varepsilon+\varphi_ц$$

и

$$\dot{\varphi}_p=\dot{\varepsilon}+\dot{\varphi}_ц.$$

Для упрощения дальнейших выкладок значение ε (6.18) перепишем в виде:

$$\varepsilon = \frac{(R_ц - R_р)\sin\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}{Z}, \tag{6.30}$$

где

$$Z = R_A[\sin\lambda + \cos\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)], \tag{6.31}$$

$R_A = R_р$ по условию (6.23).

Продифференцировав выражение (6.30), получаем

$$\dot\varepsilon = \frac{Z\{(\dot R_ц - \dot R_р)\sin\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda) + (R_ц - R_р)[\cos\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)\dot\varphi_ц +}{Z^2}$$

$$\frac{+ \sin\varphi_ц \cos(\varphi_ц - \lambda)\dot\varphi_ц]\} - (R_ц - R_р)\sin\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)\cdot\dot Z}{Z^2}$$

Вблизи точки встречи при $R_р \cong R_ц$ имеем

$$\dot\varepsilon \cong \frac{(\dot R_ц - \dot R_р)\sin\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}{Z}$$

и, подставив вместо Z его значение, получим

$$\dot\varepsilon \cong \frac{(\dot R_ц - \dot R_р)\sin\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}{R_A[\sin\lambda + \cos\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)]}.$$

Для рассмотренного выше случая ($\varphi_ц = 90°$) имеем

$$\dot\varepsilon = -\frac{\dot R_р \cos\lambda}{R_A \sin\lambda} = -\frac{\dot R_р}{R_A}\operatorname{ctg}\lambda.$$

Поскольку $\operatorname{ctg}\lambda = \frac{V_ц}{V_р}$, а $\dot R_р$ можно полагать в первом приближении равным $V_р$, то

$$\dot\varepsilon = -\frac{V_ц}{R_A}.$$

Поскольку при $\varphi_ц = 90°$

$$\dot\varphi_ц = \frac{V_ц}{R_р},$$

то при рассмотренных условиях, имея в виду выражение (6.23),

$$\dot\varphi_р = \dot\varphi_ц + \dot\varepsilon = \frac{V_ц}{R_р} - \frac{V_ц}{R_A} \cong 0$$

и согласно выражению (6.29) $\dot\phi_0 = 0$.

Надо заметить, что значения $\varphi_р$ и ϕ_0 получены для произвольного закона движения цели. Следует, однако, иметь в виду, что нами были введены некоторые допущения. Поэтому полученные результаты справедливы в пределах принятых допущений. Можно ожидать, что при маневрах цели либо изменениях скорости ракеты возможны значения угла ϕ_0, отличные от 0. Однако ввиду

малости допущений значения этих углов не будут превосходить единиц градусов, т. е. для рассмотренного случая перехода на метод параллельного сближения от пункта управления угол $\hat{\varphi}$ достаточно мал и соответственно кинематическая связь согласно выражению (6.21) по координате $R_р$ будет практически отсутствовать и передаточные функции, полученные для метода трехточечного наведения, могут считаться справедливыми.

Влияние этой ветви может быть существенным в случае, если метод параллельного сближения выполняется не от пункта управления, а начинается в некоторой произвольной точке траектории полета ракеты.

Произведем оценку этой связи на численном примере. Используем для этой цели геометрические построения рисунка 6.20, на котором изображена кинематическая схема для случая перехода на метод параллельного сближения с трехточечного метода.

Рис. 6.20. Геометрические соотношения при переходе на метод параллельного сближения с метода «трехточки»

При построении принималось:

$\varphi_н$ — угол ракеты в момент перехода на метод параллельного сближения, равный 50°;

$\varphi_{тв}$ — угол ракеты в точке встречи, равный 60°;

$a = \frac{V_ц}{V_р}$ — соотношение скоростей цели и ракеты, равное 0,5;

$\psi_{тв}$ — угол между $\overline{V}_р$ и радиусом-вектором в точке встречи, равный примерно 12°.

$$\varepsilon_0 = \varphi_{тв} - \varphi_н = 10°;$$

$$\psi_н = \psi_{тв} + \varepsilon_0 = 22°;$$

$$\lambda = \varphi_н + \psi_н = 72°.$$

Вычислим значение

$$K_0 = \frac{\sin\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda + \cos\varphi_ц \cdot \sin(\varphi_ц - \lambda)}$$

для двух точек: начала выполнения метода и встречи.

Для первой точки имеем $K_0 = -0{,}45$. Для второй точки $K_0 = -0{,}2$.

Значения $\cos\psi_0$ и $\sin\psi_0$ равны для первой точки:

$$\cos\psi_0 = 0{,}95; \quad \sin\psi_0 = 0{,}37;$$

для точки встречи

$$\cos\psi_0 = 0{,}98; \ \sin\psi_0 = 0{,}21.$$

Перепишем далее выражение для передаточных функций кинематических цепей по $\varphi_р$ и $R_р$ (6.25) и (6.26) с учетом полученных значений K_0.

Для первой точки имеем

$$Y_W^{\varphi} = \frac{1}{p^2} \cdot \frac{0{,}95}{R_р}; \quad Y_W^{\bullet} = -\frac{1}{p^2} \frac{0{,}37 \cdot 0{,}45}{R_р} = -\frac{0{,}18}{p^2 R_р}.$$

Для точки встречи получаем

$$Y_W^{\varphi} = \frac{1}{p^2} \cdot \frac{0{,}98}{R_р}; \quad Y_W^{\bullet} = -\frac{1}{p^2} \cdot \frac{0{,}21 \cdot 0{,}2}{R_р} = -\frac{0{,}04}{p^2 R_р}.$$

Отсюда следует, что соотношение между операторами $\frac{Y_W^{\bullet}}{Y_W^{\varphi}}$, определяющее шунтирующее действие второй цепи, будет равно: для первой точки

$$\left| \frac{Y_W^{\bullet}}{Y_W^{\varphi}} \right| = \frac{0{,}18}{0{,}95} \cong 0{,}19;$$

для точки встречи

$$\left| \frac{Y_W^{\bullet}}{Y_W^{\varphi}} \right| = \frac{0{,}04}{0{,}98} = 0{,}041.$$

Таким образом, значение второй ветви кинематической связи, возникающей за счет информации по координате дальности, может достигать значительных величин.

Исходя из сказанного, следует заключить, что в случае использования информации по координате дальности необходимо в каждом конкретном случае произвести оценку влияния цепи кинематических связей по $R_р$ и $\varphi_р$, в зависимости от результатов использовать ту или иную рабочую гипотезу.

§ 4. ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ СРП И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ ДЛЯ СЛУЧАЯ КОМАНДНОГО КУРСОВОГО УПРАВЛЕНИЯ

1. Исходная структурная схема СРП

Рассмотрим случай, когда курсовое управление осуществляется с замыканием системы на борту. Исходная структурная схема была получена в гл. 1 (рис. 1.24).

Формульные зависимости, определяющие работу счетно-решающего прибора, могут быть записаны согласно рис. 6.21 в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \Theta_{\text{тр}} &= \sigma_{\text{р}} + \lambda; \\ V_{\text{р}} \sin \sigma_{\text{р}} &= V_{\text{ц}} \sin \sigma_{\text{ц}}; \\ \sigma_{\text{ц}} &= \Theta_{\text{ц}} + \lambda; \end{aligned}\right\} \quad (6.32)$$

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{c}{d} = \frac{R_{\text{ц}} \cdot \sin \varphi_{\text{ц}} - R_{\text{р}} \cdot \sin \varphi_{\text{р}}}{R_{\text{ц}} \cdot \cos \varphi_{\text{ц}} - R_{\text{р}} \cos \varphi_{\text{р}}} = F_1 (\varphi_{\text{ц}}, \varphi_{\text{р}}, R_{\text{р}}, R_{\text{ц}}). \quad (6.33)$$

Перепишем второе уравнение (6.32):

$$\sigma_{\text{р}} = \arcsin \left(\frac{V_{\text{ц}}}{V_{\text{р}}} \sin \sigma_{\text{ц}} \right) = F_2 \left(\frac{V_{\text{ц}}}{V_{\text{р}}}, \sigma_{\text{ц}} \right). \quad (6.34)$$

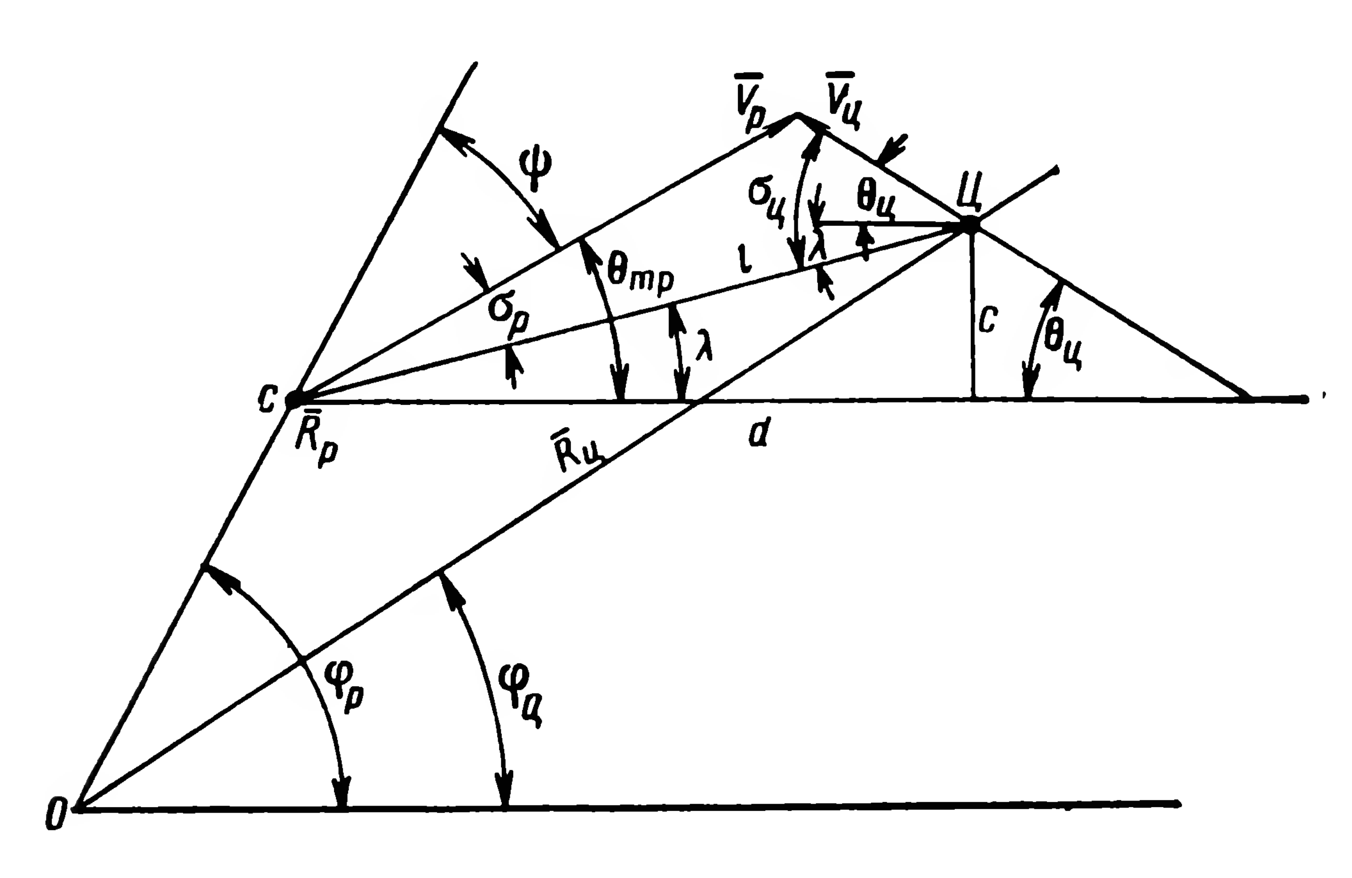


Рис. 6.21. Геометрические соотношения для случая курсового командного управления

Составляющие скорости цели в полярной системе координат

$$\left.\begin{aligned} V_{\text{ц}R} &= \dot{R}_{\text{ц}}; \\ V_{\text{цт}} &= R_{\text{ц}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{ц}}. \end{aligned}\right\} \quad (6.35)$$

Отсюда модуль скорости цели

$$V_{\text{ц}} = \sqrt{V_{\text{ц}R}^2 + V_{\text{цт}}^2} = F_3 (V_{\text{ц}R}, V_{\text{цт}}). \quad (6.36)$$

Модуль скорости ракеты находится аналогично

$$V_{\text{р}} = F_5 (V_{\text{р}R}, V_{\text{рт}}). \quad (6.36а)$$

Курсовой угол цели $\Theta_{\text{ц}}$ найдется из выражения

$$V_{\text{ц}} \cos \Theta_{\text{ц}} = V_{\text{ц}R} \cos \varphi_{\text{ц}} + V_{\text{цт}} \sin \varphi_{\text{ц}};$$

как

$$\Theta_{\text{ц}} = \arccos \left[\frac{V_{\text{ц}R}}{V_{\text{ц}}} \cos \varphi_{\text{ц}} + \frac{V_{\text{цт}}}{V_{\text{ц}}} \sin \varphi_{\text{ц}} \right] = F_4 (V_{\text{ц}}, V_{\text{ц}R}, V_{\text{цт}}, \varphi_{\text{ц}}). \quad (6.37)$$

Исходная нелинейная структурная схема СРП, соответствующая полученным формульным зависимостям, приведена на рис. 6.22 и включает три основных блока:

1) Блок выработки угла цель — ракета λ. Функциональная зависимость $\lambda = F_1(R_ц, \varphi_ц, R_р, \varphi_р)$ определена выражением (6.33).

2) Блок выработки угла упреждения ракеты $\sigma_р = F_2\left(\frac{V_ц}{V_р}, \sigma_ц\right)$, функциональная зависимость которого определена выражением (6.34).

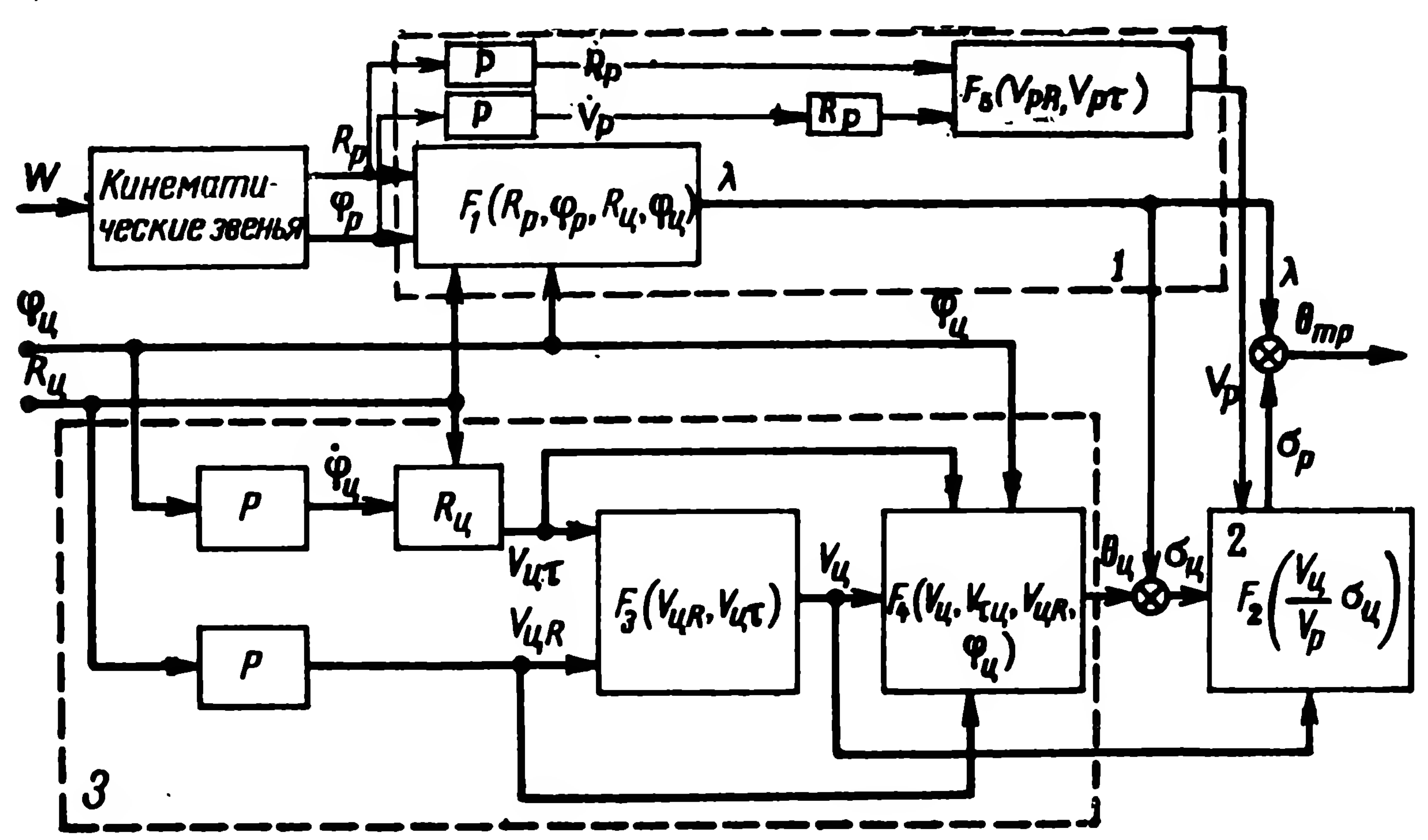


Рис. 6.22. Исходная нелинейная структурная схема СРП для курсового командного управления

3) Блок выработки скорости $V_ц$ и курса $\Theta_ц$ цели. В соответствии с выражениями (6.36) и (6.37) блок включает два функциональных звена:

$$V_ц = F_3(V_{цτ}, V_{цR})$$

и

$$\Theta_ц = F_4(V_ц, V_{цτ}, V_{цR}, \varphi_ц).$$

4) Блок выработки модуля скорости ракеты $V_р$ аналогичен звену F_3

$$V_р = F_5(V_{рτ}, V_{рR}).$$

Блоки 1 и 2 входят в замкнутую цепь контура командного управления. Блок 3 является входным по отношению к контуру управления и преобразует информацию о цели.

Входными сигналами СРП являются координаты цели $\varphi_ц$ и $R_ц$, а также сигналы кинематических звеньев $\varphi_р$ и $R_р$.

Полная нелинейная структурная схема кинематических связей совместно с СРП может быть получена при необходимости путем простого совмещения схем, изображенных на рис. 6.3 и 6.22.

2. Линеаризованная структурная схема СРП и кинематических связей

Проведем линеаризацию элементов СРП, входящих в контур управления. Для этой цели необходимо осуществить линеаризацию блоков 1 и 2 и найти линеаризованные связи СРП:

$$\Delta\varphi_р \to \Delta\Theta_{тр} \text{ и } \Delta R_р \to \Delta\Theta_{тр}.$$

Будем полагать, как и ранее, что $V_р$ является независимой функцией времени, поэтому звено F_5 линеаризации не подлежит.

Согласно структурной схеме (рис. 6.22)

$$\Delta\Theta_{тр} = \Delta\sigma_р + \Delta\lambda. \tag{6.38}$$

Задача таким образом сводится к определению значений $\Delta\sigma_р$ и $\Delta\lambda$. Для этой цели необходимо продифференцировать выражения (6.33) и (6.34), принимая в них в качестве варьируемых параметров λ, $\sigma_р$, $R_р$, $\varphi_р$ и заменив затем дифференциалы $d\lambda$, $d\sigma_р$, $dR_р$ и $d\varphi_р$ конечными приращениями.

Проделав эти операции для выражения (6.34) путем простых преобразований, получаем

$$\Delta\sigma_р = m\Delta\lambda, \tag{6.39}$$

где

$$m = \frac{a\cos(\Theta_ц + \lambda)}{\sqrt{1 - a^2\sin^2(\Theta_ц + \lambda)}} \tag{6.40}$$

и $a = \frac{V_ц}{V_р}$.

Выражение (6.33) для λ имеет вид

$$\lambda = \operatorname{arctg}\frac{c}{d};$$

отсюда

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta c d - \Delta d c}{d^2\left(1 + \frac{c^2}{d^2}\right)} = \frac{\Delta c d - \Delta d c}{l^2}, \tag{6.41}$$

где c, d и l — стороны треугольника, равные согласно рис. 6.21

$$c = R_ц\sin\varphi_ц - R_р\sin\varphi_р;$$
$$d = R_ц\cos\varphi_ц - R_р\cos\varphi_р;$$
$$l^2 = d^2 + c^2.$$

Имея в виду, что варьируются $R_р$ и $\varphi_р$, получаем

$$\Delta c = -(\Delta R_р\sin\varphi_{р0} + R_{р0}\cos\varphi_{р0}\Delta\varphi_р);$$
$$\Delta d = -(\Delta R_р\cos\varphi_{р0} - R_{р0}\sin\varphi_{р0}\Delta\varphi_р).$$

Проведя несложные преобразования, окончательно получим

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta cd - \Delta dc}{l^2} =$$

$$= \frac{\Delta R_p R_ц \sin(\varphi_{po} - \varphi_ц) - \Delta\varphi_p R_{po}[R_{po} - R_ц \cos(\varphi_{po} - \varphi_ц)]}{l^2}. \quad (6.42)$$

Нашей задачей является получение выражения, связывающего приращение $\Delta\Theta_{тр}$ с ΔR_p и $\Delta\varphi_p$.

Поскольку в соответствии с выражениями (6.38) и (6.39)

$$\Delta\Theta_{тр} = \Delta\sigma_p + \Delta\lambda,$$

а

$$\Delta\sigma_p = m\Delta\lambda,$$

то выражение для $\Delta\Theta_{тр}$ может быть переписано так:

$$\Delta\Theta_{тр} = (m + 1)\Delta\lambda. \quad (6.43)$$

Подставляя в выражение для $\Delta\Theta_{тр}$ значение $\Delta\lambda$ из уравнения (6.42), получаем

$$\Delta\Theta_{тр} = \Delta R_p (m + 1)\frac{R_ц \sin(\varphi_{po} - \varphi_ц)}{l^2} +$$

$$+ \Delta\varphi_p (m + 1)\frac{R_{po}[R_ц \cos(\varphi_{po} - \varphi_ц) - R_{po}]}{l^2}.$$

Вблизи точки встречи при малых значениях разности $\varphi_p - \varphi_ц$ имеем

$$\Delta\Theta_{тр} = \Delta\varphi_p \frac{R_{po}(R_ц - R_{po})(1 + m)}{l^2} + \Delta R_p \frac{R_ц(\varphi_{po} - \varphi_ц)(1 + m)}{l^2}.$$

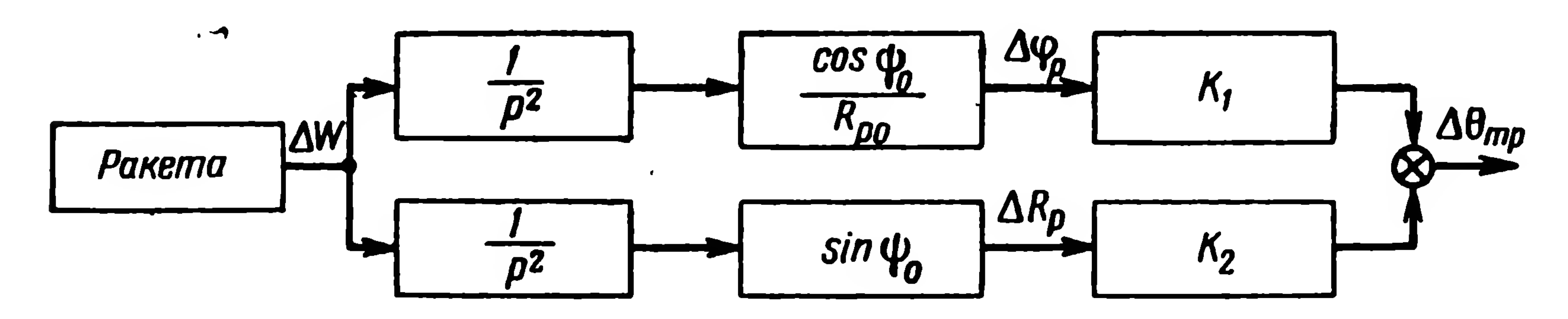


Рис. 6.23. Линейная структурная схема кинематической связи и СРП (после линеаризации блока СРП)

Таким образом, искомая связь линеаризованного выражения уравнений счетно-решающего прибора может быть записана в виде

$$\Delta\Theta_{тр} = K_1\Delta\varphi_p + K_2\Delta R_p, \quad (6.44)$$

где

$$K_1 = \frac{R_{po}(R_ц - R_{po})(1 + m)}{l^2}$$

и

$$K_2 = \frac{R_ц(\varphi_{р0} - \varphi_ц)(1+m)}{l^2},$$

выражение для m дано равенством (6.40).

Линеаризованная структурная схема СРП совместно с кинематическими связями может быть получена из общей структурной схемы, изображенной на рис. 6.13б, путем соответствующей подстановки: вместо $L_1 - K_1$ и вместо $L_2 - K_2$. В качестве операторов кинематических связей примем оператор, изображенный на структурной схеме рис. 6.12, соответствующей условию $V_р = \text{const}$.

Тогда линеаризованная структурная схема кинематических связей со счетно-решающим прибором для случая командного курсового управления может быть представлена в виде, изображенном на рис. 6.23.

С учетом выражения (6.35) передаточные функции одной и другой ветви имеют вид

$$\left.\begin{aligned} L_\varphi &= \frac{1}{p^2}\frac{\cos\psi_0(R_ц - R_р)}{l^2}(1+m);\\ L_R &= \frac{1}{p^2}\frac{\sin\psi_0 R_ц(\varphi_р - \varphi_ц)}{l^2}(1+m). \end{aligned}\right\} \qquad (6.45)$$

И общая кинематическая связь совместно с СРП

$$L_к = L_\varphi + L_R. \qquad (6.46)$$

3. Оценка кинематических связей

Представляет интерес рассмотреть следующие вопросы: соотношение двух ветвей, а также степень их нестационарности.

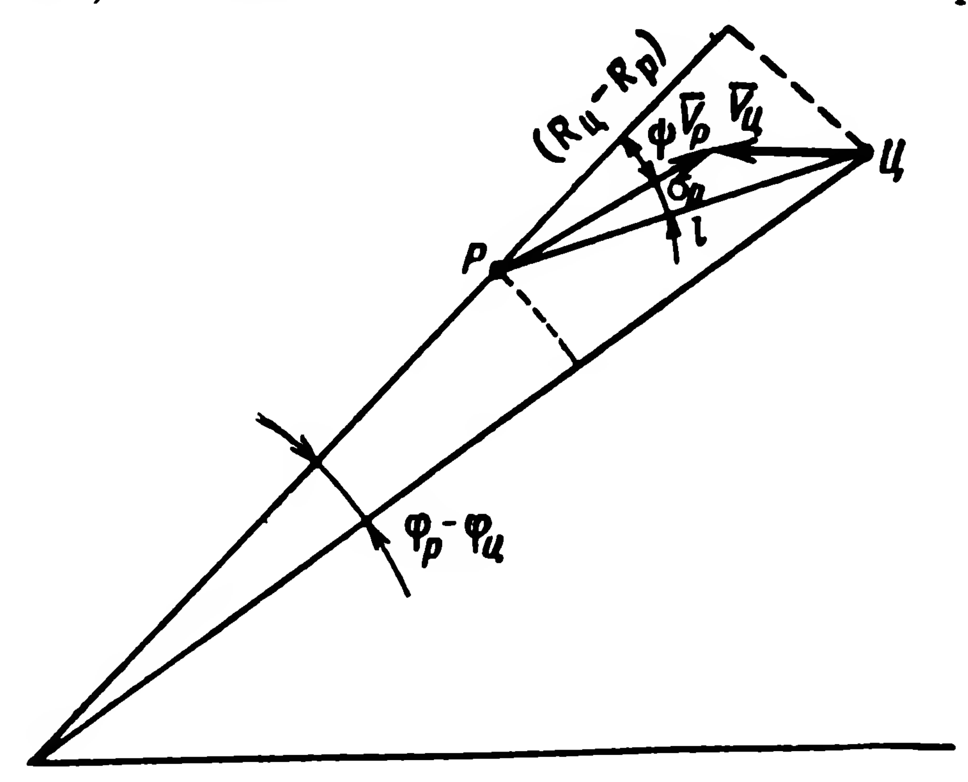


Рис. 6.24. Геометрические соотношения вблизи точки встречи

Рассмотрим эту задачу для конечного участка наведения, когда разности $\varphi_р - \varphi_ц$ и $R_р - R_ц$ достаточно малы. Как это видно из рис. 6.24,

$$\left.\begin{aligned} (\varphi_р - \varphi_ц) R_ц &\approx (R_ц - R_р) \operatorname{tg}(\psi + \sigma_р); \\ l &= (R_ц - R_р) \frac{1}{\cos(\psi + \sigma_р)}. \end{aligned}\right\} \tag{6.47}$$

Выражения (6.45) могут быть переписаны в виде

$$\left.\begin{aligned} L_\varphi &= \frac{1}{p^2}(1+m)\frac{\cos\psi_0 (R_ц - R_{р0})}{l^2} = \frac{1}{p^2}\frac{\cos\psi_0 \cos^2(\psi_0 + \sigma_{р0})}{R_ц - R_{р0}}(1+m); \\ L_R &= \frac{1}{p^2}(1+m)\frac{\sin\psi_0 (R_ц - R_{р0}) \operatorname{tg}(\psi_0 + \sigma_{р0})}{l^2} = \\ &= \frac{1}{p^2}\frac{\sin\psi_0 \operatorname{tg}(\psi_0 + \sigma_{р0}) \cos^2(\psi_0 + \sigma_{р0})(1+m)}{R_ц - R_{р0}}. \end{aligned}\right\} \tag{6.48}$$

Отношение ветвей

$$\frac{L_R}{L_\varphi} = \operatorname{tg}\psi \operatorname{tg}(\psi_0 + \sigma_{р0}). \tag{6.49}$$

Наибольшее значение угла $\sigma_р$ определяется как

$$\sigma_р = \operatorname{arc\,tg}\frac{V_ц}{V_р}$$

и может достигать значительных величин.

Что касается значений углов ψ, то они также могут для подобных методов курсового управления достигать больших значений в зависимости от принятых методов вывода. Не исключена, например, возможность, что вектор скорости ракеты будет перпендикулярен вектору $R_р$, т. е. угол $\psi = 90°$.

Таким образом, в рассматриваемом варианте курсового управления в отличие от лучевого управления соотношение обеих ветвей может быть самым различным. Это обстоятельство потребует при рассмотрении конкретных схем учета влияния обеих ветвей кинематических связей.

Рассмотрим далее стационарность системы. Коэффициенты усилений обоих звеньев в выражении (6.48) в основном за счет члена $\frac{1}{R_ц - R_р}$ существенно нестационарны, т. е. резко изменяются во времени. Таким образом, система вблизи точки встречи сугубо нестационарна.

Характерно в этой связи и другое обстоятельство. Поскольку $\Theta_{тр}$ есть значение требуемого курса, передаваемое в качестве команды на борт, оно должно быть передано без изменений, а потому привести систему к стационарному виду за счет СРП в рассматриваемом варианте не представляется возможным, как это имело место при использовании лучевых методов.

Рассматриваемая система регулирования имеет и другую специфическую особенность, которая заключается в наличии двух обратных кинематических связей, что отмечалось нами в гл. I при рассмотрении структурной схемы для этого случая (рис. 1.25).

Первая внешняя кинематическая связь, возникающая за счет звеньев $\Delta W \to \Delta\varphi$ и $\Delta W \to \Delta R$, рассмотрена нами. Передаточная функция для нее записана в выражениях (6.45) и (6.48).

Вторая кинематическая связь образуется на борту за счет бортового измерителя курса.

Рассмотрим вторую кинематическую связь, для чего запишем соотношения, определяющие связь между нормальным ускорением ракеты W и углом вектора скорости ракеты $\Theta_р$:

$$W = V_р \dot{\Theta}_р. \tag{6.50}$$

Принимая в качестве варьируемых параметров W и $\Theta_р$, получаем

$$\Delta\dot{\Theta}_р = \frac{\Delta W}{V_{р0}}. \tag{6.51}$$

Отсюда можно получить структурную схему для второй кинематической связи ($W \to \dot{\Theta}_р$), замыкаемой на борту (рис. 6.25).

На рис. 6.25 $Y_и(p)$ — передаточная функция бортового измерителя курсового угла. Для оценки кинематических связей можно

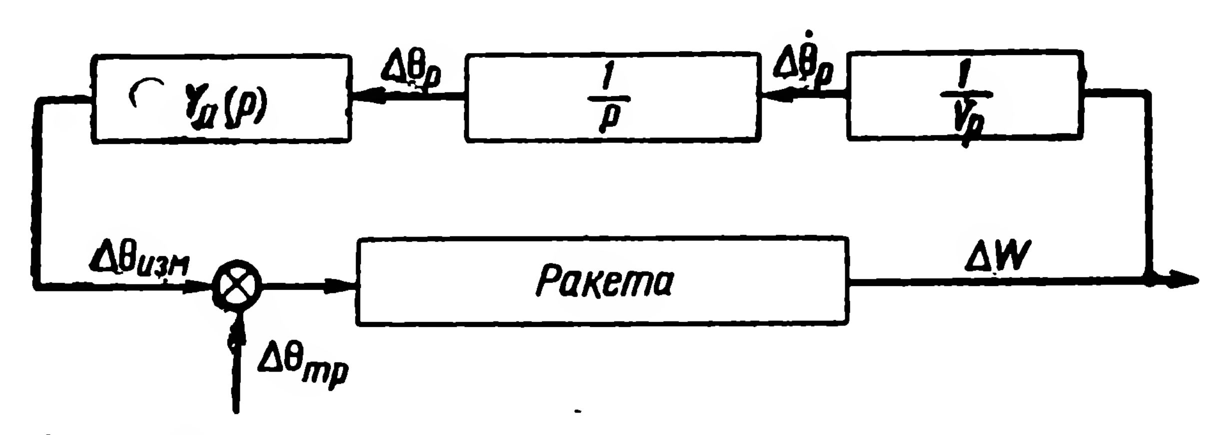


Рис. 6.25. Линейная структурная схема бортовой кинематической связи для курсового командного управления

положить, что измеритель угла $\Theta_р$ является безынерционным прибором и передаточная функция его равна единице. Заметим, что аналогичное предположение мы делали для измерителей $\varphi_р$ и $R_р$, находящихся в цепи внешней кинематической связи.

С учетом сказанного полная структурная схема системы курсового управления с замыканием на борту может быть представлена в виде, изображенном на рис. 6.26.

Таким образом, ракета оказывается охваченной двумя кинематическими связями $L_к$ и $L_{к1}$:

$$\left.\begin{aligned} L_к &= L_\varphi + L_R, \\ L_{к1} &= \frac{1}{V_р p}. \end{aligned}\right\} \tag{6.52}$$

Общая передаточная функция обеих кинематических связей может быть записана в виде

$$L_к^* = L_к + L_{к1},$$

где $L_к$ — передаточная функция внешней кинематической связи; $L_{к1}$ — передаточная функция бортовой кинематической связи.

Рассмотрим относительные веса этих двух параллельных кинематических связей, для чего упростим передаточную функцию внешней кинематической связи $L_к$ и оценим значение коэффициентов, входящих в нее.

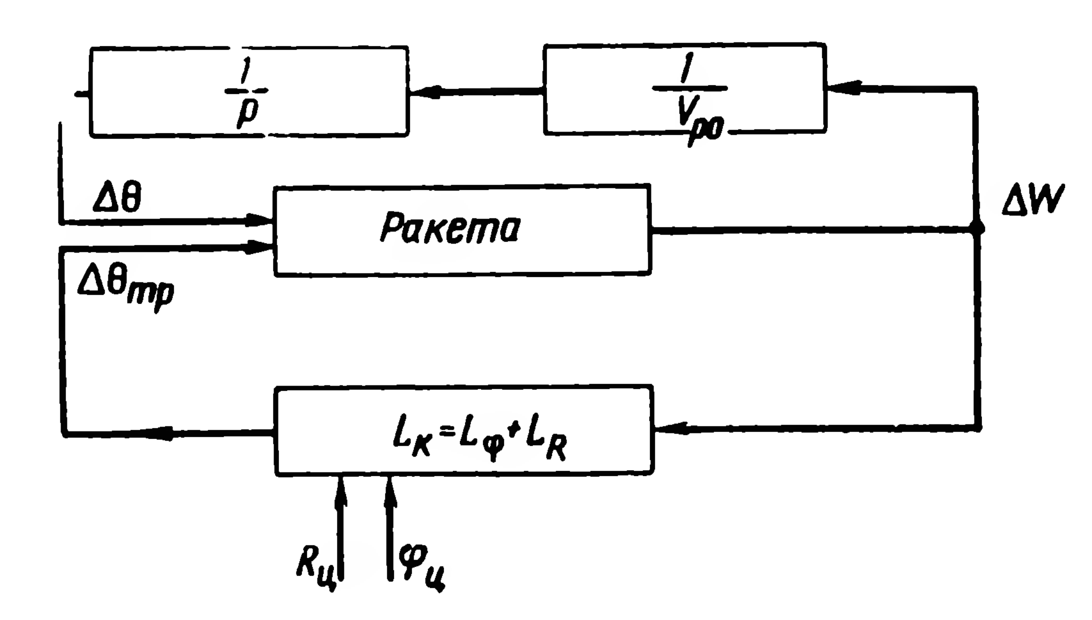


Рис. 6.26. Укрупненная структурная схема системы курсового командного управления с замыканием на борту

Следует заметить, что, исходя из выражений (6.48), значение $L_к = L_\varphi + L_R$ несущественно зависит от угла ϕ, поскольку с ростом одного слагаемого уменьшается другое. В этом можно убедиться, изменяя ϕ от 0 до 90°.

Поэтому оценочные расчеты для простоты произведем при $\phi = 0$, что соответствует условию движения ракеты вдоль радиуса-вектора $R_р$. Тогда согласно выражению (6.48)

$$L_R = 0 \text{ и}$$

$$L_к = L_\varphi = \frac{1}{p^2} \frac{\cos^2 \sigma_{ро}}{R_ц - R_{ро}} (1 + m). \quad (6.53)$$

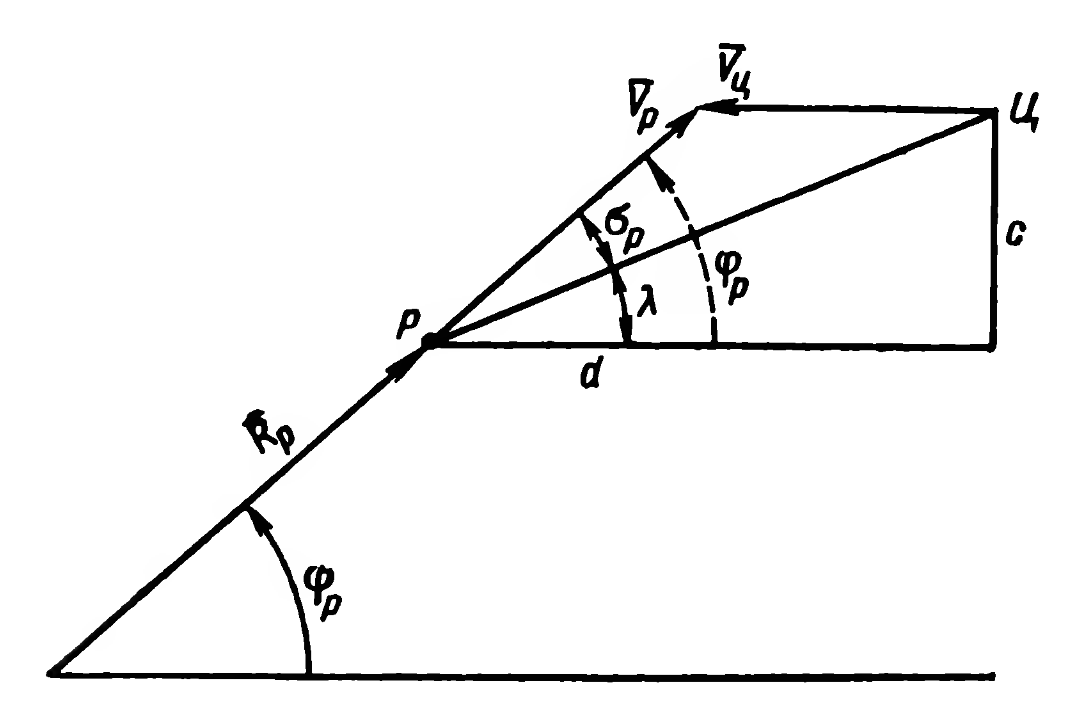


Рис. 6.27. Геометрические соотношения для метода курсового командного управления ($\phi = 0$)

Примем далее для простоты курс цели $\Theta_ц=0$ (рис. 6.27), тогда выражение (6.40) для m примет следующий вид:

$$m=\frac{a\cos\lambda}{\sqrt{1-a^2\sin^2\lambda}}. \qquad (6.54)$$

При $a=\frac{V_ц}{V_р}\leqslant 0{,}5$, поскольку $\sigma_{р0}\leqslant \operatorname{arctg} a$, значение множителя $\cos^2\sigma_{р0}(1+m)$ в выражении (6.53) для значений λ от 0 до 90° лежит около единицы, т. е. для оценочных расчетов можно положить

$$L_к\cong\frac{1}{p^2}\frac{1}{(R_ц-R_{р0})}. \qquad (6.55)$$

С учетом выражений (6.52) и (6.55) общую передаточную функцию $L_к^\varepsilon$ можно записать так:

$$L_к^\varepsilon=(L_к+L_{к1})=\left(\frac{1}{p^2}\frac{1}{(R_ц-R_{р0})}+\frac{1}{p}\frac{1}{V_{р0}}\right)=$$

$$=\frac{1}{pV_{р0}}\left[\frac{1}{p}\frac{V_{р0}}{(R_ц-R_{р0})}+1\right]=\frac{1}{pV_{р0}}\left[\frac{1}{pT_п}+1\right],$$

где $T_п=\frac{R_ц-R_{р0}}{V_{р0}}$ имеет порядок полетного времени ракеты до цели.

Рассмотрим полученное выражение при

$$p=j\omega_0=j\frac{2\pi}{T_0},$$

где T_0 — период резонансных частот рассматриваемой системы.

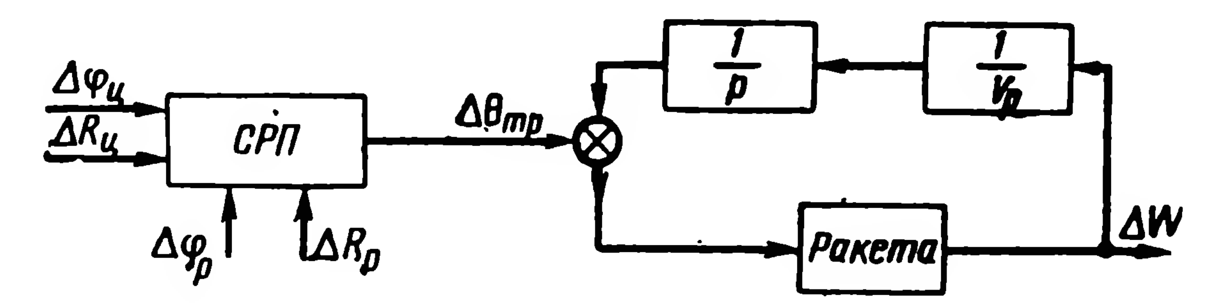


Рис. 6.28. Укрупненная структурная схема системы курсового управления при размыкании внешней кинематической связи

Тогда получим

$$L_к^\varepsilon=\frac{1}{pV_{р0}}\left[\frac{1}{j2\pi}\frac{T_0}{T_п}+1\right].$$

Нетрудно видеть, что при полетном времени $T_п>2T_0$ внешняя кинематическая связь $L_к=L_\varphi+L_R$ становится пренебрежимо малой и может быть поэтому разомкнута (рис. 6.28).

При малых полетных временах, т. е. вблизи точки встречи, эта связь становится определяющей.

Глава VII

КОНТУР КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТОЙ

§ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Конечной задачей анализа контура управления является определение характеристик рассеивания управляемой ракеты в различных точках боевой зоны. Чтобы определить эти характеристики, необходимо предварительно решить две основные группы задач:

1. Дать математическое описание системы управления и ее элементов.

2. Найти математическое описание возмущений, действующих на систему управления и определяющих рассеивание.

Математическому описанию основных звеньев системы управления посвящен ряд предыдущих глав. Описание системы в целом, т. е. всего контура управления, сводится к совместному написанию полной системы уравнений либо к составлению полной структурной схемы системы управления, что будет выполнено ниже на нескольких конкретных примерах.

Что касается возмущающих факторов, определяющих рассеивание ракет, то мы также касались этого вопроса в различных главах по мере необходимости. Ввиду их многообразия целесообразно привести эти возмущения также в определенную систему.

§ 2. ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ РАССЕИВАНИЕ РАКЕТ

1. Кинематические возмущения

Под кинематическими возмущениями понимается совокупность входных независимых сигналов, определяемых параметрами движения цели. Это составляет основу регулярных кинематических возмущений. Кроме возмущений, связанных с координатами цели, к кинематическим возмущениям могут быть искусственно приведены возмущения, связанные с параметрами движения ракеты. Об этом мы упоминали, когда рассматривали кинематические звенья системы управления и методы наведения.

Понятие «входное возмущение» является характерным для любой системы регулирования. Особенность систем управления ракеты-

той заключается в том, что это «входное возмущение» не всегда задается в явной форме, а потому при составлении математических структурных схем необходимо определить места приложения этого сигнала и его математическое описание. Характерной особенностью кинематических возмущений является их относительно плавное изменение во времени. Поэтому в большинстве случаев определение реакции системы управления на эти возмущения может осуществляться с помощью методов анализа установившихся процессов, сформулированных в § 9 гл. II.

2. Флюктуационные возмущения измерителей

Источником флюктуационных возмущений являются все измерительные радиотехнические устройства системы управления: радиолокатор цели и ракеты, головка самонаведения и т. д. Основными причинами флюктуационных возмущений являются шумы приемных устройств и флюктуации отраженных от цели сигналов.

Возможны флюктуационные ошибки в трактах передачи команд на борт ракеты. Однако надо иметь в виду, что этот канал не является измерительным, а потому искажения, вносимые в него шумами, имеют другую природу. При использовании соответствующей кодировки команды и достаточном уровне сигнала вероятность неправильной передачи команды достаточно мала и носит притом характер единичных случайных сбоев. Мы не будем в дальнейшем учитывать этот тип возмущений.

3. Аэродинамические возмущения

Под аэродинамическими возмущениями понимаются возмущения, связанные с движением ракеты в аэродинамической среде.

Аэродинамические возмущения могут вызываться турбулентностью атмосферы, порывами ветра и т. д. Надо заметить, что для скоростных ракет эти возмущения практически не отражаются на точности наведения в силу относительно малой величины их скоростных напоров (по сравнению со скоростным напором, связанным с движением ракеты). Они могут сказаться только на начальном, стартовом, участке полета и отразиться в какой-то мере в ближних точках боевой зоны. Учет этих возмущений при известных их характеристиках не представляет труда и они вводятся в структурную схему в виде эквивалентных значений подъемной силы (ускорения).

Другой вид аэродинамических возмущений связан с возможными аэродинамическими асимметриями корпуса ракеты или крыльев. Эти возмущения в каждой конкретной реализации носят регулярный характер и могут быть учтены в схеме в виде постоян-

но действующих возмущений (как инструментальные ошибки), о чем мы уже упоминали в § 9 гл. V.

Наконец, третий вид аэродинамического возмущения связан с воздействием аэродинамического потока, возбуждаемого колебаниями плоскостей и корпуса ракеты по каналам управления, на канал крена. Учет этих возмущений должен производиться при анализе контура стабилизации по крену.

4. Газодинамические возмущения

Под газодинамическими возмущениями понимаются возмущения, связанные с работой двигательной установки ракеты. При регулярной работе двигательной установки с постоянной или медленно изменяющейся тягой эти возмущения могут отражаться в виде кинематических возмущений, связанных с законом изменения скорости ракеты.

При резких изменениях тяги (выключение двигателя, переход на новую ступень работы и т. д.) эти возмущения приводят к скачкообразному изменению продольного ускорения ($\dot{V}_р$), что может привести, как было показано в гл. III, к скачку кинематических ускорений. Это обстоятельство вызывает переходные режимы в контуре регулирования и соответственно дополнительные ошибки.

Кроме того, при изменении тяги происходит изменение подъемной силы ракеты, что требует в свою очередь изменения угла атаки ракеты для выполнения заданной траектории. Эта причина вызывает переходные процессы главным образом в контуре стабилизации.

Помимо этих возмущений, возможны случайные эксцентриситеты тяги, связанные с производственными допусками. Учет их осуществляется так же, как и всех инструментальных ошибок системы управления.

5. Внутренние возмущения, вызываемые аппаратурными (инструментальными) ошибками

Возмущения, связанные с аппаратурными ошибками, сами по себе представляют целую систему возмущений, воздействующих на контур регулирования в различных его точках. Природа этих возмущений и методы расчета ошибок, вызванных ими, описаны в § 9 гл. V.

Кроме контура стабилизации, инструментальные ошибки которого рассмотрены в § 9 гл. V, источниками инструментальных ошибок являются измерители координат цели и ракеты, а также элементы счетно-решающего прибора.

Под инструментальными ошибками измерительных средств понимается суммарная ошибка измерительного средства в опреде-

лении координат объекта за вычетом флюктуационной составляющей ошибки. Подобное разделение возможно в силу различного характера их изменения во времени (рис. 7.1).

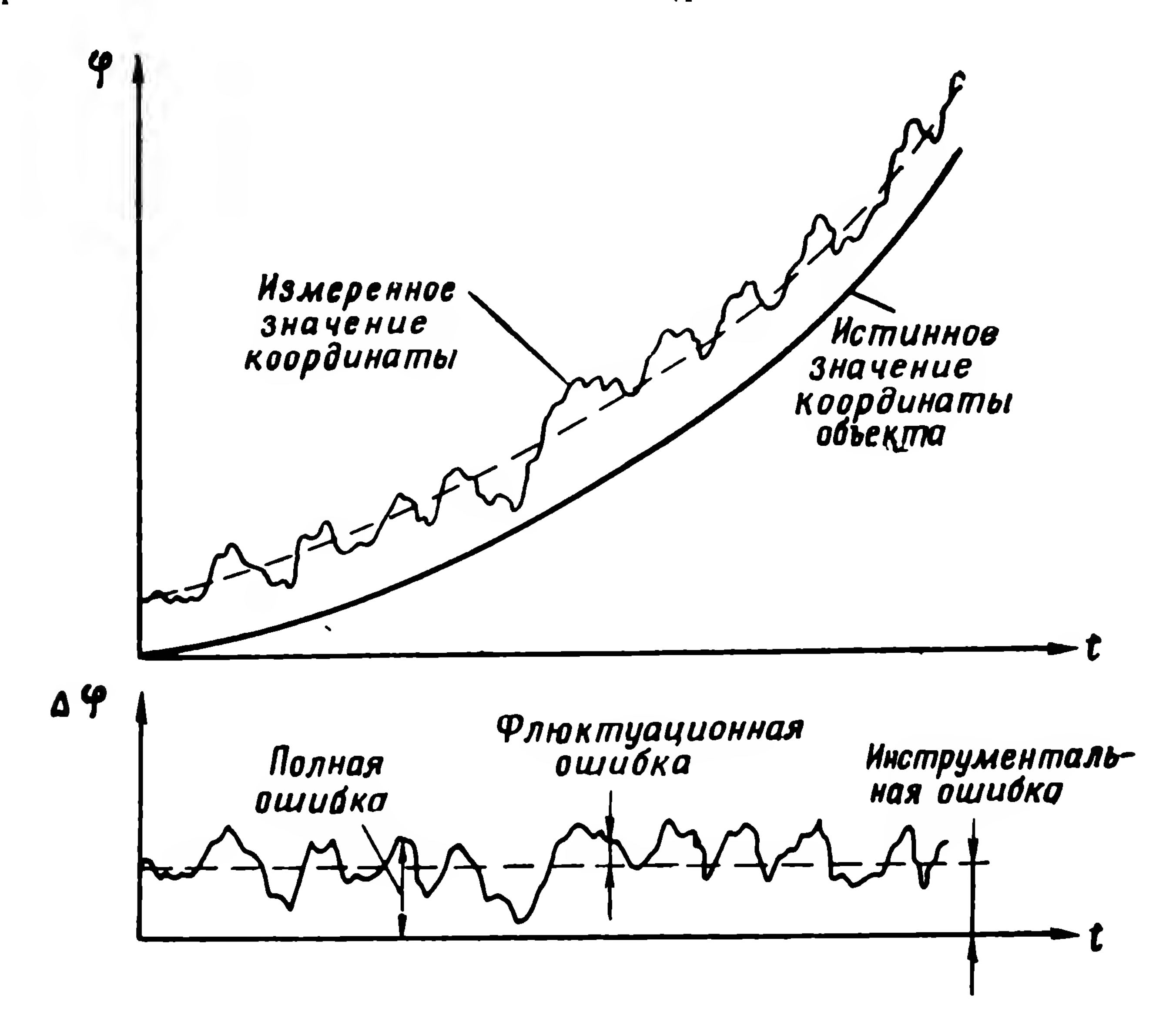


Рис. 7.1. Ошибки измерительных средств

6. Начальные условия работы системы

Начальные условия определяют характер и величину возмущений в момент начала управления и соответственно время отработки этих возмущений. Начальные возмущения могут иметь самую различную природу.

Управление обычно начинается не с момента старта, а после некоторого начального автономного участка полета. В результате этого в момент начала управления параметры ракеты, например, угол атаки, угол отклонения руля и т. д., могут отличаться от требуемых значений.

Однако наиболее существенными оказываются начальные условия, связанные с кинематическими рассогласованиями. Для командных методов такими начальными возмущениями могут явиться отклонения параметров движения ракеты от параметров требуемой траектории в момент начала управления за счет неточного «встреливания» в луч, несовпадение вектора скорости с нужным направлением при курсовых командных методах управления или при самонаведении и т. д.

Расчет переходных процессов, вызванных начальными условиями, требует полной структурной схемы системы управления. В случае если начальные рассогласования велики, не исключено,

что ряд функциональных звеньев системы будет работать при значениях входных величин, исключающих возможность использования линеаризованной структурной схемы и тем более частотных методов.

7. Ограничения в трактах управления

Ограничения могут наступать в различных элементах тракта управления. Все они, однако, приводят, как правило, к одному эффекту — ограниченному значению нормального ускорения (перегрузки), т. е. к ограничению маневра ракеты. Ограничения вызываются различными причинами. Одни ограничения являются свойством аэродинамической схемы ракеты, другие могут вводиться искусственно.

Естественными аэродинамическими ограничениями являются критическое значение угла атаки и соответствующее ему значение перегрузки, максимальное отклонение руля и соответствующее ему значение перегрузки. Исходя из допустимых значений перегрузки, могут выбираться ограничения в максимальной команде, подаваемой на борт ракеты, и т. д.

Вследствие указанных ограничений могут наступать моменты, когда маневренные свойства ракеты недостаточны для обеспечения нужного маневра, что приводит к дополнительному рассеиванию ракет.

Учитывая, что движение центра тяжести ракеты происходит при этом по предельной траектории с максимальной перегрузкой, расчеты могут вестись в ряде случаев по кинематическим соотношениям.

§ 3. КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В зависимости от факторов, определяющих ошибку наведения, и методов их расчета можно ввести следующую классификацию ошибок:

— динамические ошибки;
— флюктуационные ошибки;
— инструментальные ошибки;
— методические ошибки.

1. Динамические ошибки

Под динамическими ошибками будем понимать ошибки, вызываемые всей совокупностью кинематических возмущений и начальных условий с учетом ограничений по маневренным возможностям ракеты. Таким образом, к динамическим ошибкам могут быть отнесены ошибки, связанные с входным сигналом, заданным без случайных помех.

Динамические ошибки установившегося режима можно рассматривать по методам, соответствующим медленному изменению входных сигналов (§ 9 гл. II).

При быстрых изменениях входного сигнала (маневр цели и т. д.) либо расчетах переходных режимов, связанных с начальными условиями, необходимо использовать полную систему уравнений.

2. Флюктуационные ошибки наведения

Под флюктуационными ошибками наведения понимаются ошибки, вызванные флюктуационными возмущениями измерительных средств.

Флюктуационные возмущения представляют собой случайный процесс. Эта особенность требует для расчета реакции системы управления на флюктуационные возмущения использования полной системы уравнений. Поскольку величины флюктуационных возмущений, как правило, достаточно малы, представляется в ряде случаев возможным линеаризовать все функциональные звенья цепи регулирования и рассматривать линеаризованную задачу.

Если спектр флюктуационных возмущений на входе измерителей может рассматриваться как непрерывный и равномерный в области рабочих частот системы управления, то достаточным условием для «замораживания» коэффициентов может явиться условие квазистационарности коэффициентов исследуемого звена в пределах периода собственных частот системы управления. При выполнении этого условия представляется возможным рассматривать систему как стационарную и для расчета реакции системы на флюктуационные возмущения использовать частотные методы анализа.

3. Инструментальные ошибки наведения

Под инструментальными ошибками наведения понимаются ошибки, вызванные инструментальными погрешностями измерительных средств, контура стабилизации и счетно-решающего прибора, а также все возмущения, связанные с аэродинамической или газодинамической асимметрией.

Отличительной чертой инструментальных ошибок является медленное изменение во времени, что позволяет использовать для их анализа методы установившихся режимов.

4. Методические ошибки стрельбы

Под методическими ошибками обычно понимают ошибки, связанные с выбранным методом расчета данных о цели либо априорного (т. е. доопытного) расчета траектории полета ракеты.

Методическая ошибка — это ошибка, которая имеет место при точном выполнении заданного метода управления (наведения), т. е. ошибка, свойственная самому методу.

Данная ошибка не характерна для систем автоматического регулирования, где обычно рассматривается ошибка отработки входного возмущения с учетом помех и ошибок элементов системы, которая описывается совокупностью трех групп ошибок, рассмотренных выше. Она более свойственна артиллерийским и баллистическим системам и может возникнуть, например, в результате того, что не учтен ряд факторов, определяющих траектории полета ракеты на неуправляемом участке, или в результате неточной аппроксимации закона движения цели. В первом случае это ошибка программы для управляемого участка полета баллистической ракеты, во втором — ошибка расчета входной величины.

Таким образом, если первые три группы ошибок описывают ошибки регулирования, т. е. отработки входного сигнала, то методическая ошибка в терминах теории регулирования может рассматриваться как ошибка в описании (задании) входного сигнала (программы).

§ 4. ЭЛЕМЕНТЫ КОНТУРА КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. Состав и задачи элементов

В состав контура командного управления входят следующие элементы:

— контур стабилизации;
— кинематические звенья;
— счетно-решающий прибор;
— блок формирования команды;
— измеритель координат ракеты;
— радиолиния передачи команд управления.

Контур стабилизации включает ракету как объект регулирования и все элементы, обеспечивающие управление и стабилизацию ракеты. Математическому описанию контура стабилизации и входящих в его состав элементов посвящены гл. IV и V.

Кинематические звенья системы управления определяют связь между контуром стабилизации и измерительными средствами и описаны в гл. VI.

Контур стабилизации и кинематические звенья являются специфическими звеньями системы управления и составляют основу любого контура управления.

Счетно-решающий прибор обеспечивает выработку требуемого закона движения ракеты и сигнала рассогласования системы управления. В гл. VI описан ряд вариантов командного управления.

Блок формирования команды может конструктивно объединиться с блоками счетно-решающего прибора, однако функции его отличны от функций СРП.

Основной задачей блока формирования команды является обеспечение требуемого качества процесса автоматического регулирования. Этот элемент системы управления обеспечивает корректировку общей передаточной функции контура управления. Соображения по выбору параметров формирующих цепей приводятся ниже.

Измеритель координат ракеты — это обычно радиолокатор, который не является специфическим звеном только системы управления. Математическое описание его, как следящей системы, можно найти в ряде учебников по автоматическому регулированию. Радиолокатор может рассматриваться как линейное стационарное звено, а потому описывается передаточной функцией $Y_{рлр}(p)$. Разомкнутая характеристика радиолокатора астатическая, т. е. имеет в своем составе интегрирующие звенья. Введение интегрирующего звена необходимо для компенсации динамической ошибки слежения. Замкнутая характеристика имеет обычно вид колебательного звена, близкого к апериодическому, т. е. с не явно выраженным резонансным пиком. Полоса пропускания радиолокатора ракеты выбирается таким образом, чтобы в диапазоне рабочих частот контура управления не вносилось бы больших запаздываний. Это обстоятельство позволило нам при рассмотрении кинематических связей полагать его передаточную функцию равной единице.

Радиолокатор ракеты является одним из источников флюктуационных и инструментальных ошибок, что соответственно должно отображаться на структурной схеме контура управления.

Радиолиния передачи команд аналогично радиолокатору ракеты также является стационарным и линейным звеном. Принципы кодировки команд и выбор радиотехнических параметров радиолинии управления описаны в ряде работ [1], [4] и др. Параметры радиолинии, как звена системы управления, обычно выбираются такими, чтобы не вносить искажения в частотную характеристику общего контура управления. Исходя из этого, ее передаточная функция может быть выражена в виде коэффициента передачи

$$Y_{рл}(p) = K_{рл}. \qquad (7.1)$$

Радиолиния может являться также источником инструментальных ошибок.

2. Соображения по виду цепей блока формирования команд

Выбор передаточной функции блока формирования команд является одной из основных задач проектирования контура регулирования. При выборе параметров формирующих цепей необходимо учитывать ряд обстоятельств, основные из которых следующие.

а) Собственно система управления без этих корректирующих звеньев может быть неустойчивой, ввиду того что, например,

кинематическое звено для командного лучевого управления содержит двойное интегрирующее звено (6.15). Контур стабилизации и остальные элементы системы также дают существенные фазовые сдвиги. Поэтому задачей блока формирования команд является формирование необходимой передаточной функции контура управления, обеспечивающей устойчивость системы управления.

б) Контур управления является нестационарной системой. Происходит это по двум обстоятельствам: в силу изменения параметров ракеты и нестационарности кинематического звена. Напомним, что передаточная функция кинематического звена связи по основной ветви $W \to \varphi$ (6.15) имеет вид

$$Y_W^{\varphi}(p) = \frac{\cos \psi_0}{R_p} \frac{1}{p^2},$$

где R_p — дальность до ракеты.

Нестационарность параметров ракеты компенсируется в основном элементами контура стабилизации. Однако несмотря на это передаточная функция контура стабилизации все же может сохранить определенную нестационарность, тем большую, чем значительнее диапазон изменения скоростного напора и аэродинамических коэффициентов ракеты и чем менее совершенны методы стабилизации, используемые в контуре стабилизации.

Компенсация же нестационарности кинематической связи может быть осуществлена только в блоке формирования команд. Поэтому в формирующих цепях должны быть предусмотрены меры, обеспечивающие стабилизацию параметров контура управления во времени.

в) В системе управления за счет кинематических возмущений и инструментальных ошибок элементов могут возникать большие ошибки наведения в установившемся режиме. Величина ошибки наведения в установившемся режиме, как это следует из § 9 гл. II, определяется коэффициентом передачи разомкнутой системы и порядком ее астатизма. Исходя из этого целесообразно повышать астатизм системы и увеличивать коэффициент усиления системы. Это может быть осуществлено изменением коэффициента передачи блока формирования команды и введением в его состав интегрирующих звеньев.

г) Система подвергается в процессе управления воздействию флюктуационных помех. Это вызывает увеличение рассеивания ракет и большие добавочные перегрузки. Поэтому необходимо ограничить воздействие этих помех, что может обеспечиваться путем введения в цепи формирования команды фильтров типа инерционных звеньев.

Перечисленные условия весьма противоречивы. Так, например, повышение устойчивости требует введения производных в команду управления. Однако это приводит к расширению полосы пропускания контура и увеличению воздействия флюктуационных помех.

Увеличение коэффициента усиления уменьшает ошибку установившегося режима, но увеличивает рассеивание вследствие расширения полосы пропускания системы. Повышение астатизма системы снижает ошибки установившегося режима, но понижает и устойчивость и т. д.

Поэтому исходя из этих четырех факторов задача выбора параметров блока выработки команд является компромиссной задачей оптимального удовлетворения всех требований с целью получения максимальной точности наведения.

Данная задача статистическая и должна учитывать все многообразие возможных условий стрельбы и возмущений.

Исходя из перечисленных факторов передаточная функция блока формирования команд должна в общем случае иметь вид

$$Y_{фц} = \frac{K_{фц}(t)}{p^{\nu}} Y^{0}_{фц}(p, t), \tag{7.2}$$

где $Y^0_{фц}$ — оператор со свободным членом, равным единице, содержащий форсирующие элементы для обеспечения устойчивости и инерционные для фильтрации помех, т. е. типа

$$Y^{0}_{фц} = \frac{\left(1 + pT_1 + p^2T_2^2 + \ldots + p^kT_k^k\right)}{1 + pT_{k+1} + p^2T_{k+2}^2 + \ldots + p^mT_{k+m}^m}; \tag{7.3}$$

$K_{фц}$ — коэффициент усиления формирующей цепи;

$\frac{1}{p^{\nu}}$ характеризует астатизм рассматриваемых цепей.

Значения $K_{фц}$ и $Y^0_{фц}$ с учетом необходимости компенсации нестационарности контура управления могут быть переменными во времени:

$$K_{фц} = K_{фц}(t); \tag{7.4}$$

$$Y^{0}_{фц} = Y^{0}_{фц}(p, t). \tag{7.5}$$

Кроме рассмотренных функций обеспечения оптимизации процесса управления, блок формирования команд должен обеспечить необходимое ограничение команд, которые могли бы нарушить нормальный процесс управления.

§ 5. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ КОНТУРА КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В гл. I были рассмотрены функциональные (физические) структурные схемы командного управления для случаев лучевого и курсового управления.

При лучевом управлении на пункте управления вырабатывается требуемое направление луча $\varphi_{тр}(t)$, относительно которого осуществляется управление ракеты.

При курсовом управлении определяется требуемое значение курсового угла ракеты (направление вектора скорости) $\Theta_{тр}(t)$.

Математические структурные схемы систем командного управления (структурные схемы контура командного управления) могут быть получены путем подстановки в функциональные схемы структурных схем или линейных операторов звеньев, полученных в предыдущих разделах. Поскольку специфику контура с различными методами управления определяют кинематические звенья и счетно-решающий прибор, то для упрощения структурных схем контура управления контур стабилизации будем обозначать в нелинейных схемах в виде символа $Z_{кс}$, отображающего его нелинейную структурную схему (рис. 5.19).

При переходе к нелинейным схемам и передаточным функциям будем использовать обозначения, принятые нами раньше.

1. Исходные нелинейные структурные схемы контура командного управления для лучевых методов

Метод радиовизирования ракеты. Функциональная структурная схема для этого случая приведена в гл. I (рис. 1.11). Нелинейные структурные схемы кинематических связей $W \to \varphi_р$ и $W \to R_р$ изображены на рис. 6.3. Рассмотрим упрежденный метод управления по параллельному сближению. Структурная схема СРП для этого случая приведена на рис. 6.16. Тогда исходная нелинейная структурная схема контура командного управления для упрежденного метода наведения с использованием радиовизира может быть изображена в виде, представленном на рис. 7.2.

На схеме обведена пунктиром структурная схема СРП *1* и кинематических связей *2*, цифрой *3* обозначен радиовизир, вырабатывающий сигнал рассогласования $\delta\varphi$. Математическая зависимость, определяющая функциональное звено, дана в гл. VI выражением (6.19)

$$K_0 = F_0(\lambda_0 \varphi_ц) = \frac{\sin\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda + \cos\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)}. \qquad (7.6)$$

Ряд элементов структурной схемы обозначены линейными операторами:

$Y_{рлц}$ — оператор радиолокатора цели;

$Y_{дц}$ — оператор дальномерного устройства радиолокатора цели;

$Y_{др}$ — оператор дальномерного устройства радиовизира, измеряющий дальность до ракеты;

$Y_{рв}$ — оператор следящего привода радиовизира;

$K_{рл}$ — передаточное число радиолинии передачи команд, которая принимается безынерционной;

$Y_{фц}$ — оператор цепи, формирующей команду управления $\varkappa$ по сигналу рассогласования $\delta\varphi$.

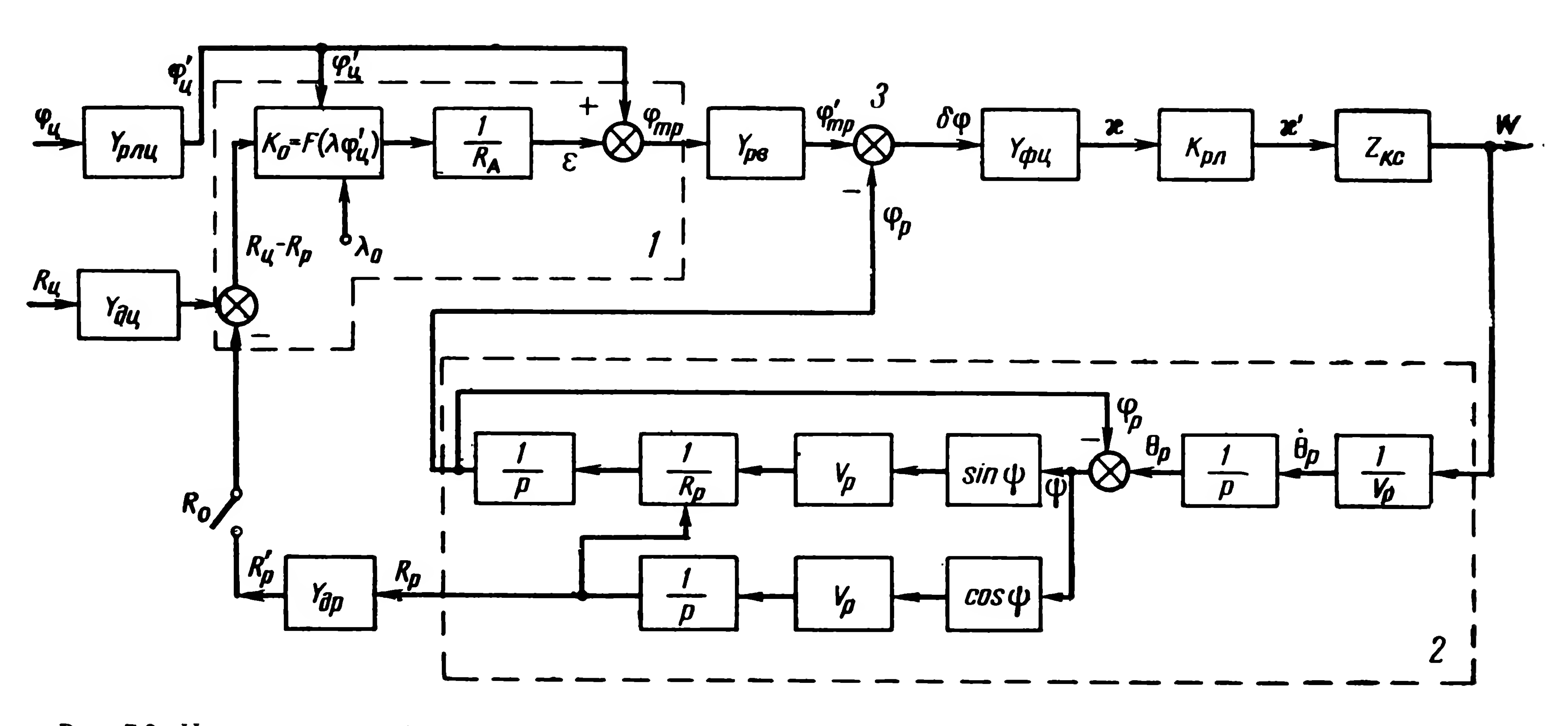


Рис. 7.2. Исходная нелинейная структурная схема контура командного управления с упреждением с использованием радиовизира:

1 — счетно-решающее устройство; *2* — кинематические связи; *3* — радиовизир

Отметим некоторые особенности. На схеме даны в качестве входных известных величин λ_0 и R_0.

λ_0 — угол линии «цель — ракета» в зависимости от момента перехода на метод параллельного сближения может рассчитываться различными способами. В случае если выполнение метода начинается с момента старта, то λ_0 может приниматься равным $\varphi_{ц0}$, где $\varphi_{ц0}$ — угол цели в момент старта ракеты.

R_0 — начальная дальность до ракеты, которая до момента захвата ракеты может вводиться искусственно.

Структурная схема при использовании метода трехточечного наведения существенно упрощается (исключаются СРП, кинематическая связь по дальности $R_р$ и дальномер ракеты $Y_{др}$) и приводится к виду, изображенному на рис. 7.3.

Переход к структурной схеме «совмещенного радиовизирования», при котором возможно использование только трехточечного метода наведения, осуществляется в соответствии с его функциональной схемой (рис. 1.13) путем исключения из структурной схемы рис. 7.3 оператора следящей системы радиовизира $Y_{рв}$.

Метод управления по радиотропе потребует незначительных изменений рассмотренных структурных схем. Из этих схем должно быть исключено звено $K_{рл}$ (радиолиния управления).

Метод управления с использованием двух следящих радиолокаторов. Обратимся к

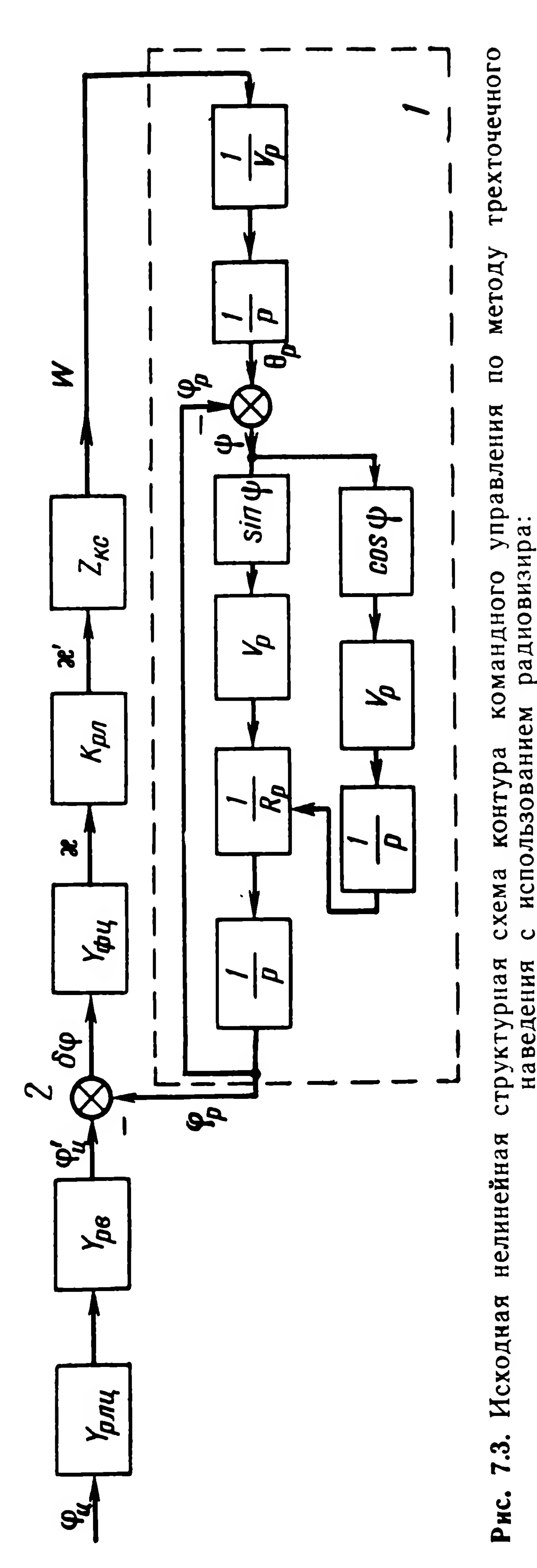


Рис. 7.3. Исходная нелинейная структурная схема командного контура управления по методу трехточечного наведения с использованием радиовизира:
1 — кинематическое звено; 2 — радиовизир

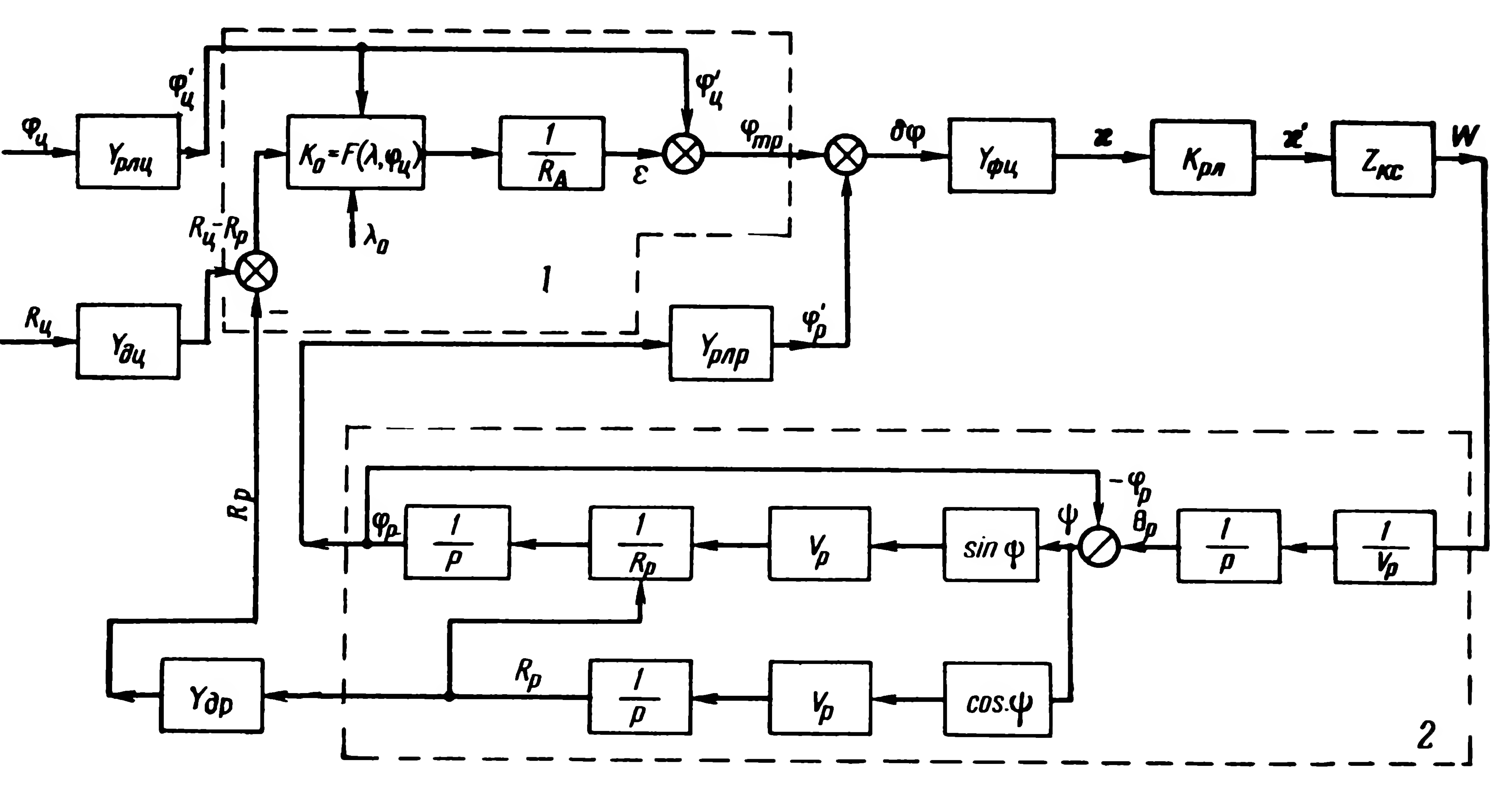


Рис. 7.4. Исходная нелинейная структурная схема контура командного управления с упреждением с использованием двух следящих радиолокаторов:

1 — счетно-решающее устройство; *2* — кинематические связи

исходной функциональной схеме, изображенной на рис. 1.16. В соответствии с этой функциональной схемой построены две исходные нелинейные структурные схемы контура командного управления с использованием двух следящих радиолокаторов для случая наведения по упрежденному методу (рис. 7.4) и методу трехточечного наведения (рис. 7.5).

Обозначения, принятые на схеме, аналогичны принятым для двух ранее приведенных схем.

Вместо оператора радиовизира $Y_{рв}$ в схеме приведен оператор радиолокатора слежения за ракетой по угловым координатам ($Y_{рлр}$).

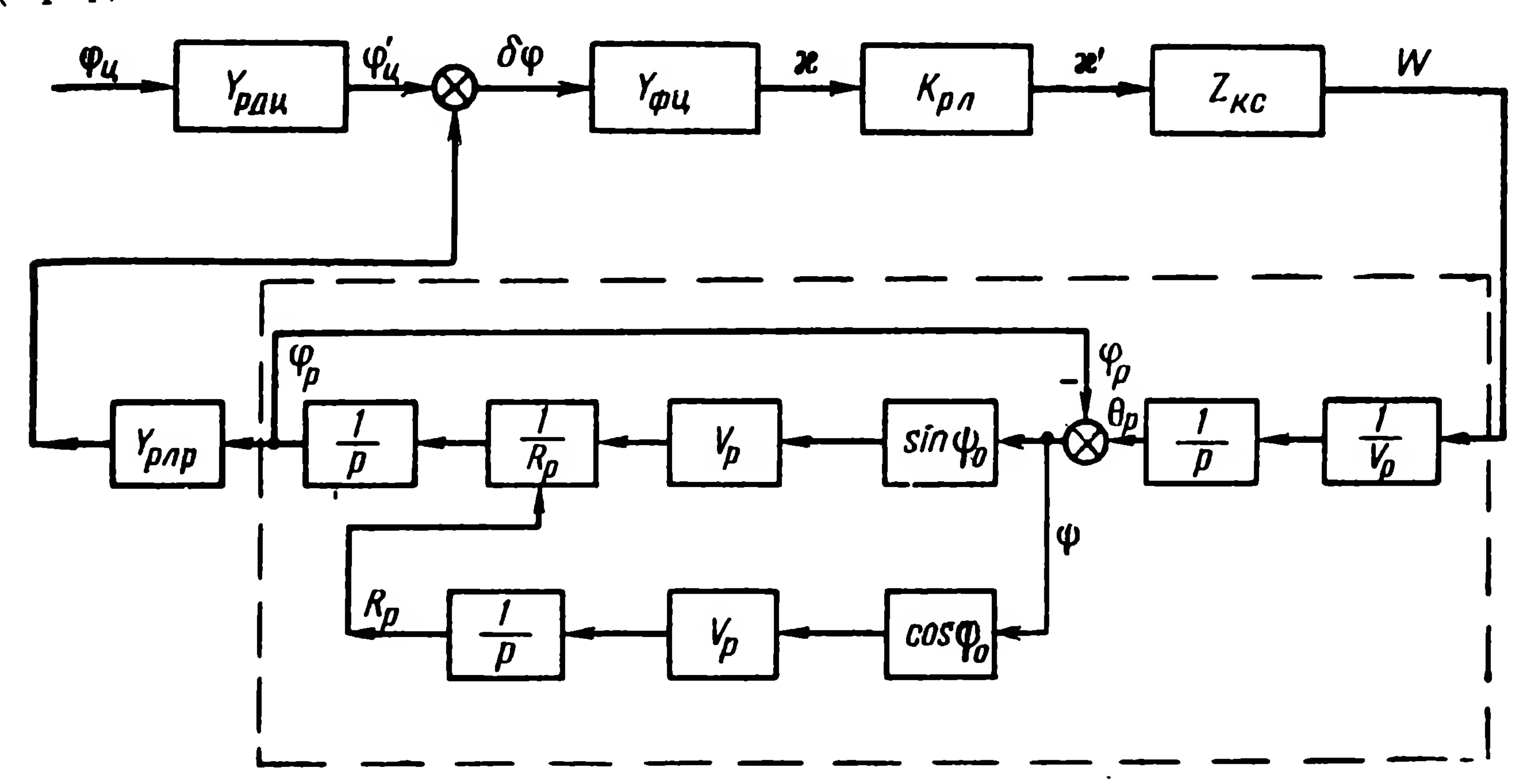


Рис. 7.5. Исходная нелинейная структурная схема контура командного управления по методу трехточечного наведения с использованием двух следящих радиолокаторов

Сравнение схем, полученных для лучевых методов управления, показывает, что они весьма близки по своему виду. Это обстоятельство позволяет весь дальнейший анализ проводить для одного из рассмотренных вариантов. Примем в качестве основного варианта схему с использованием двух следящих радиолокаторов.

2. Линеаризованные структурные схемы контура командного управления для лучевых методов

В качестве линеаризованной структурной схемы кинематических связей примем схему, изображенную на рис. 6.12, построенную при условии, что на исследуемом участке скорость ракеты $V_р = \text{const}$.

В качестве схемы СРП примем схему, построенную для упрежденного метода наведения (рис. 6.17).

Символ $Z_{кс}$, отображающий нелинейную структурную схему контура стабилизации, заменим линейным оператором $Y_{\varkappa}^{W}$, отоб-

ражающим линеаризованную структурную схему контура стабилизации (рис. 5.21).

Все остальные элементы контура управления являются согласно первоначальным условиям линейными операторами и не требуют преобразования.

На структурной схеме (рис. 7.6) коэффициент $K_ц$ получен в результате линеаризации звеньев, связывающих на нелинейной структурной схеме (рис. 7.4) значение угла упреждения ε с сигналом $\varphi_ц$, т. е.

$$K_ц = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi_ц}. \tag{7.7}$$

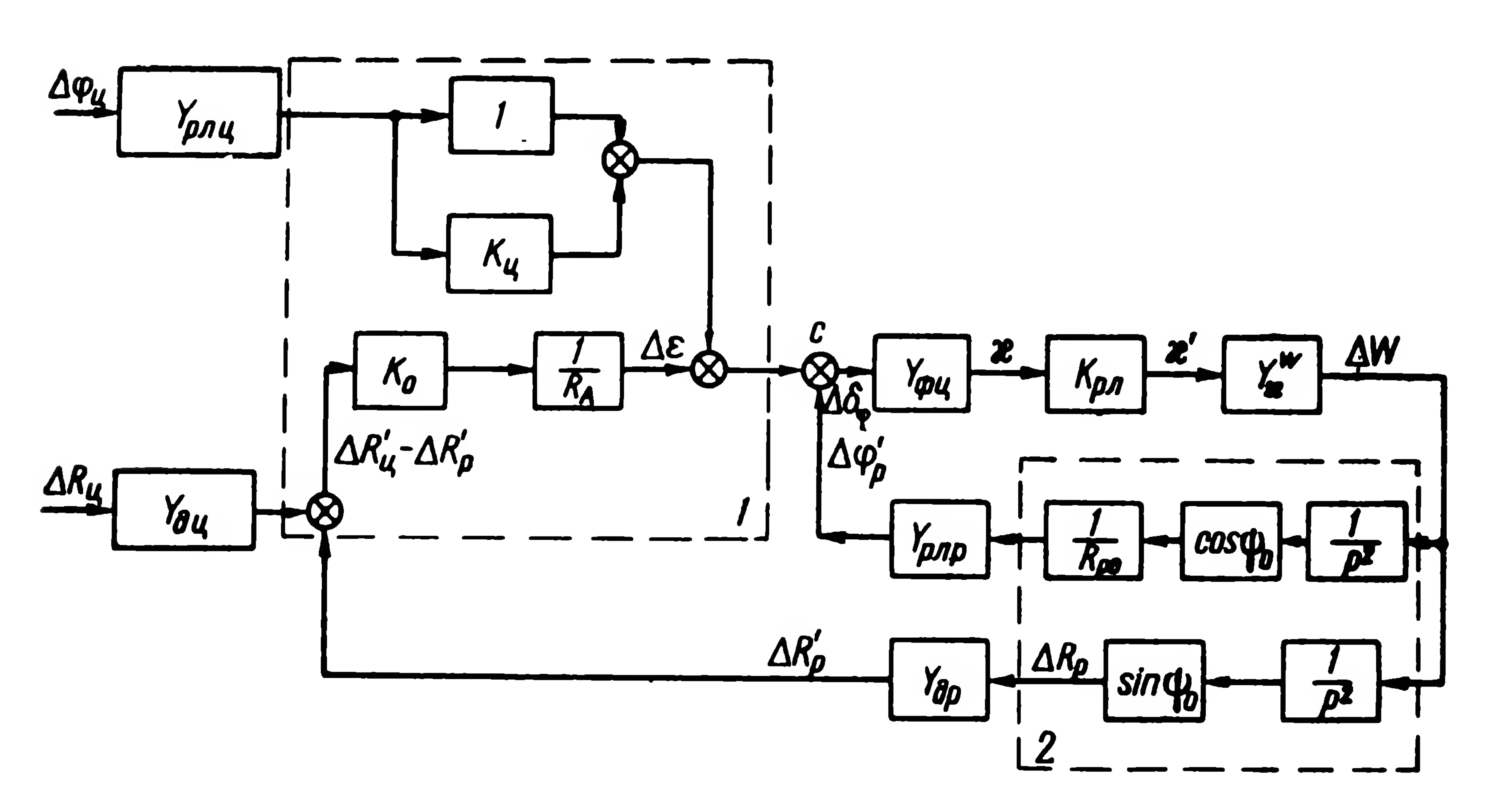


Рис. 7.6. Линеаризованная структурная схема контура командного управления с упреждением с использованием двух следящих радиолокаторов:
1 — счетно-решающее устройство; *2* — кинематические связи

Значение $K_ц$ можно найти из выражений (6.19) и (6.22)

$$\varepsilon = \frac{\sin\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda + \cos\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)} \frac{(R_ц - R_р)}{R_A}.$$

Отсюда

$$K_ц = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi_ц} = K_ц^0 \frac{R_р - R_ц}{R_A}, \tag{7.8}$$

где

$$K_ц^0 = \frac{[\cos\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda) + \cos(\varphi_ц - \lambda)\sin\varphi_ц]\sin\lambda + \sin^2(\varphi_ц - \lambda)}{[\sin\lambda + \cos\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)]^2}. \tag{7.9}$$

Для дальнейших рассуждений целесообразно преобразовать полученную линеаризованную схему. Приведем все входные возмущения и внешние кинематические связи на сумматор в точке C

схемы рис. 7.6 и объединим кинематические связи по обеим координатам. Тогда схема может быть приведена к виду, изображенному на рис. 7.7.

Рассмотрим полученную структурную схему.

$Y_{\text{рлр}}$, $Y_{\text{др}}$ — операторы радиолокатора и дальномера ракеты, представляют собой стационарные линейные звенья.

$K_{\text{рл}}$ — коэффициент передачи радиолинии управления — также величина постоянная.

Угол φ_0 между направлением вектора скорости и радиусом-вектором определяется выражением (3.4).

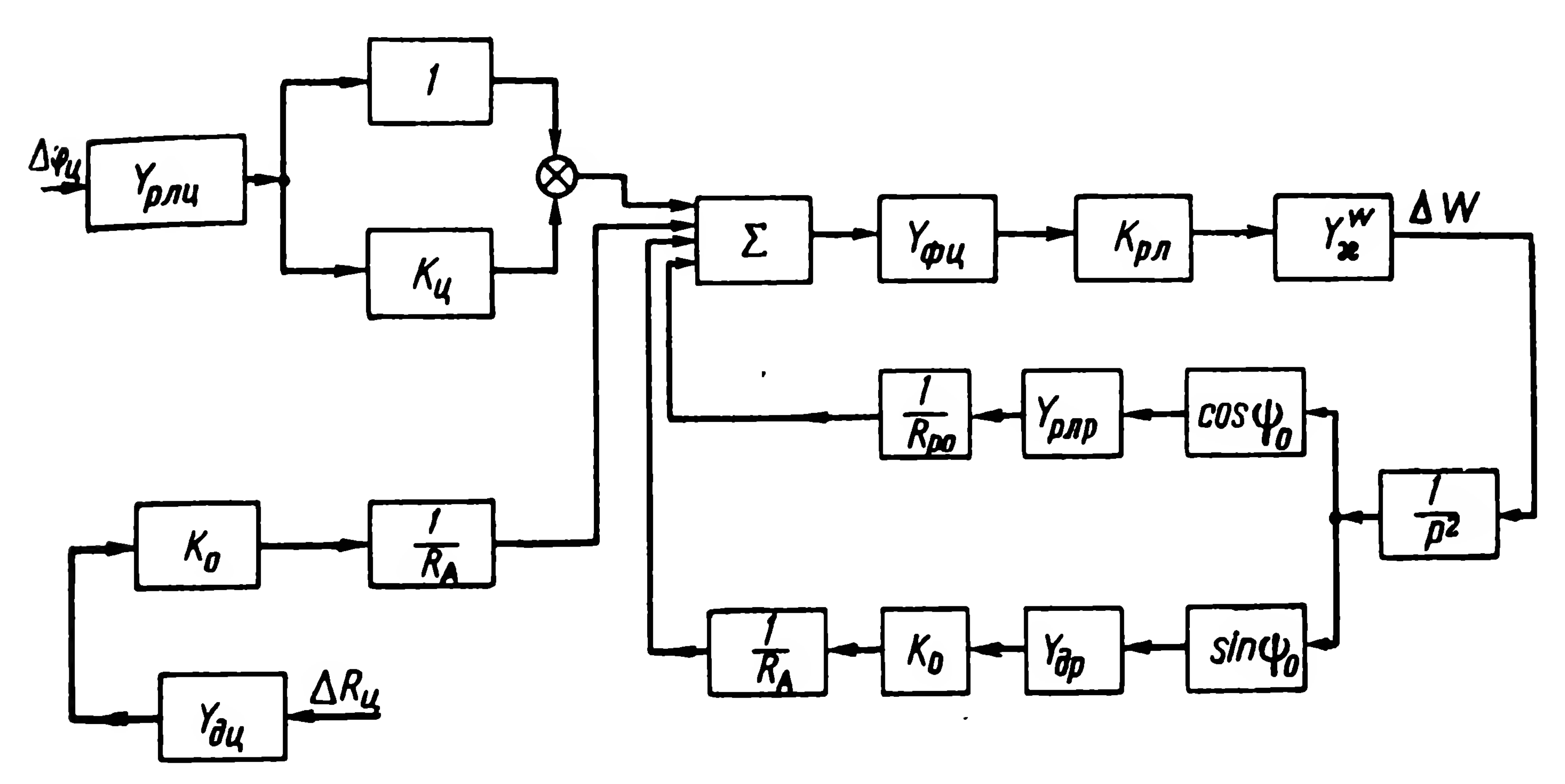


Рис. 7.7. Преобразованная линейная структурная схема контура командного управления с упреждением

Коэффициент K_0 определяется выражением (7.6).

φ_0 и K_0 являются медленно меняющимися функциями времени.

Y_{x}^{W} — передаточная функция контура стабилизации. Одна из главных задач элементов стабилизации — задача обеспечения стабилизации параметров ракеты во времени. Основным нестационарным звеном контура является кинематическое звено за счет коэффициентов $\frac{1}{R_{\text{ро}}}$ и $\frac{1}{R_A}$, где $R_{\text{ро}}$ — дальность до ракеты и R_A — функция СРП, по условию (6.23) $R_A \simeq R_{\text{ро}}$. Стабилизация этого звена во времени может быть обеспечена за счет формирующей цепочки $Y_{\text{фц}}$, если выбрать оператор формирующей цепи (7.2) в виде

$$Y_{\text{фц}} = \frac{K_{\text{фц}}^{0} Y_{\text{фц}}^{0}}{p^{\nu}} R_{\text{к}}(t) = Y_{\text{кц}} R_{\text{к}}(t), \tag{7.10}$$

где $R_{\text{к}}(t)$ — функция, равная примерно дальности до ракеты;

$$R_{\text{к}}(t) = R_{\text{ро}} = R_A; \tag{7.11}$$

$Y_{кц} = Y^0_{фц} \cdot \frac{K^0_{фц}}{p^\nu}$ — передаточная функция корректирующей цепи контура управления,

где $K^0_{фц}$ — постоянная часть коэффициента передачи формирующей цепи;

$Y^0_{фц}$ — передаточная функция формирующей цепи типа (7.3) со свободным членом, равным единице, т. е. при $p \to 0$

$$Y^0_{фц} \underset{p\to 0}{\to} 1; \qquad (7.12)$$

ν — порядок астатизма формирующей цепи.

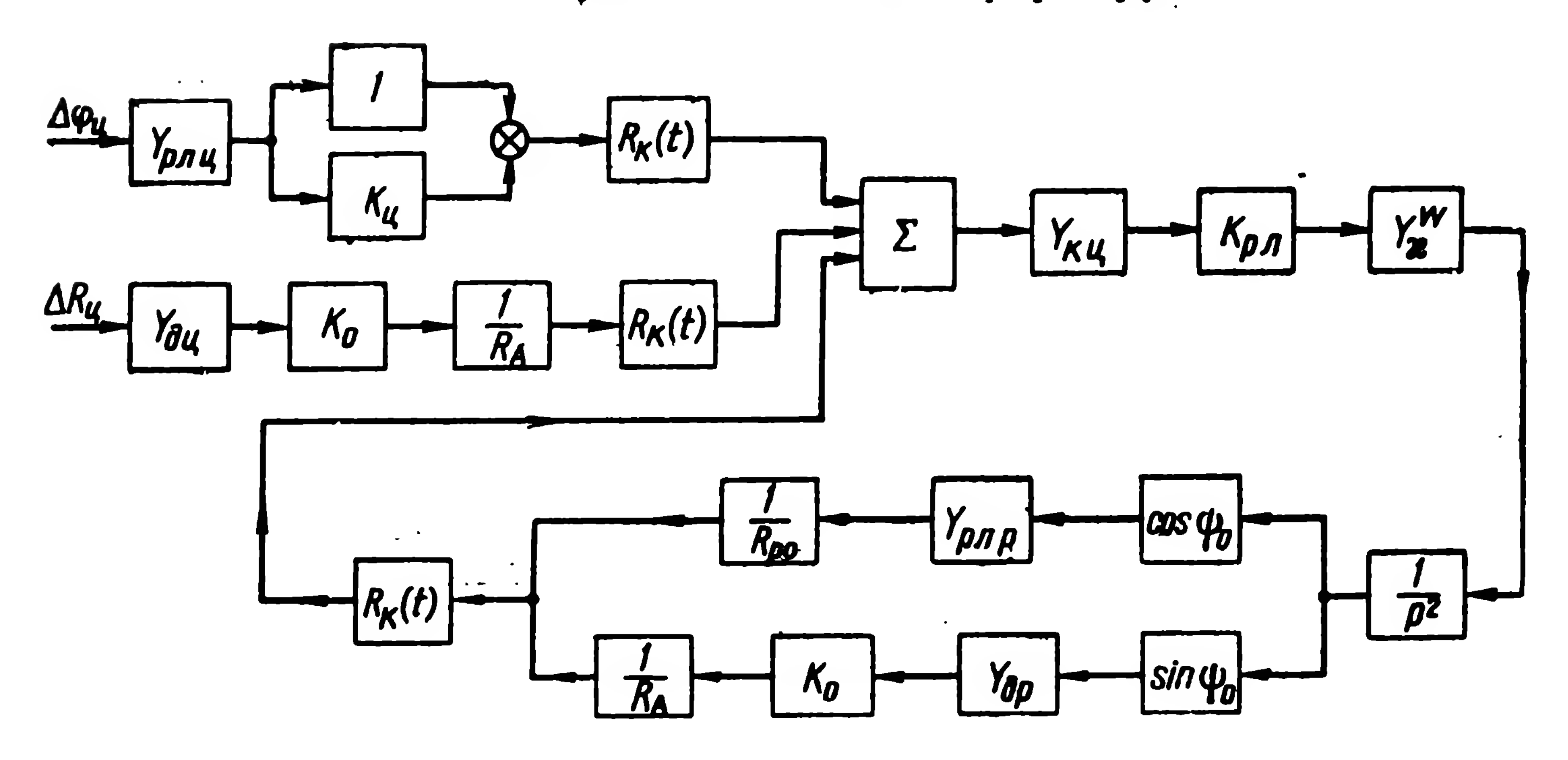


Рис. 7.8. Структурная схема контура командного управления со стабилизирующей функцией формирующей цепи $R_к(t)$

С учетом выражения (7.10) структурная схема контура легко преобразуется к виду, изображенному на рис. 7.8.

Если полагать, что условие $R_A = R_{р0}(t)$ выполняется точно, то линеаризованная структурная схема контура командного управления при наведении с упреждением (по методу параллельного сближения) окончательно приводится к виду, изображенному на рис. 7.9.

В ряде случаев, как было показано в гл. VI § 3,

$$K_0 \sin\psi \ll \cos\psi_0 \qquad (7.13)$$

за счет малости угла ψ_0. Тогда кинематической ветвью за счет дальности можно пренебречь. В этом случае ветвь размыкается и может рассматриваться как независимый источник возмущений (рис. 7.10).

Схема может быть преобразована для трехточечного метода наведения, если в ней положить $K_0 = 0$ и $K_ц = 0$ (рис. 7.11).

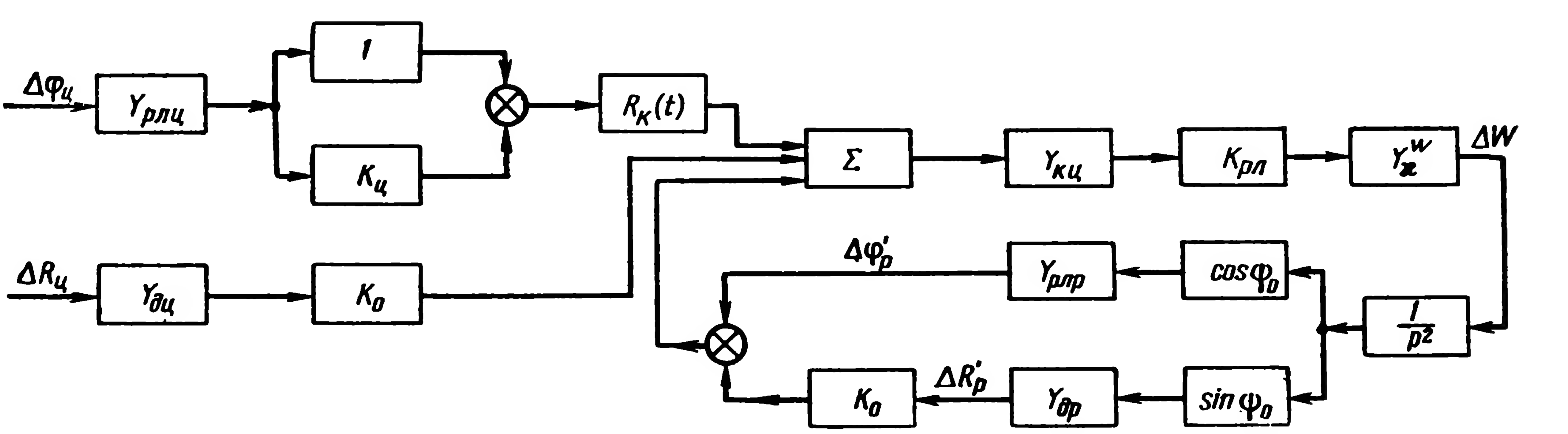


Рис. 7.9. Преобразованная структурная схема контура командного управления

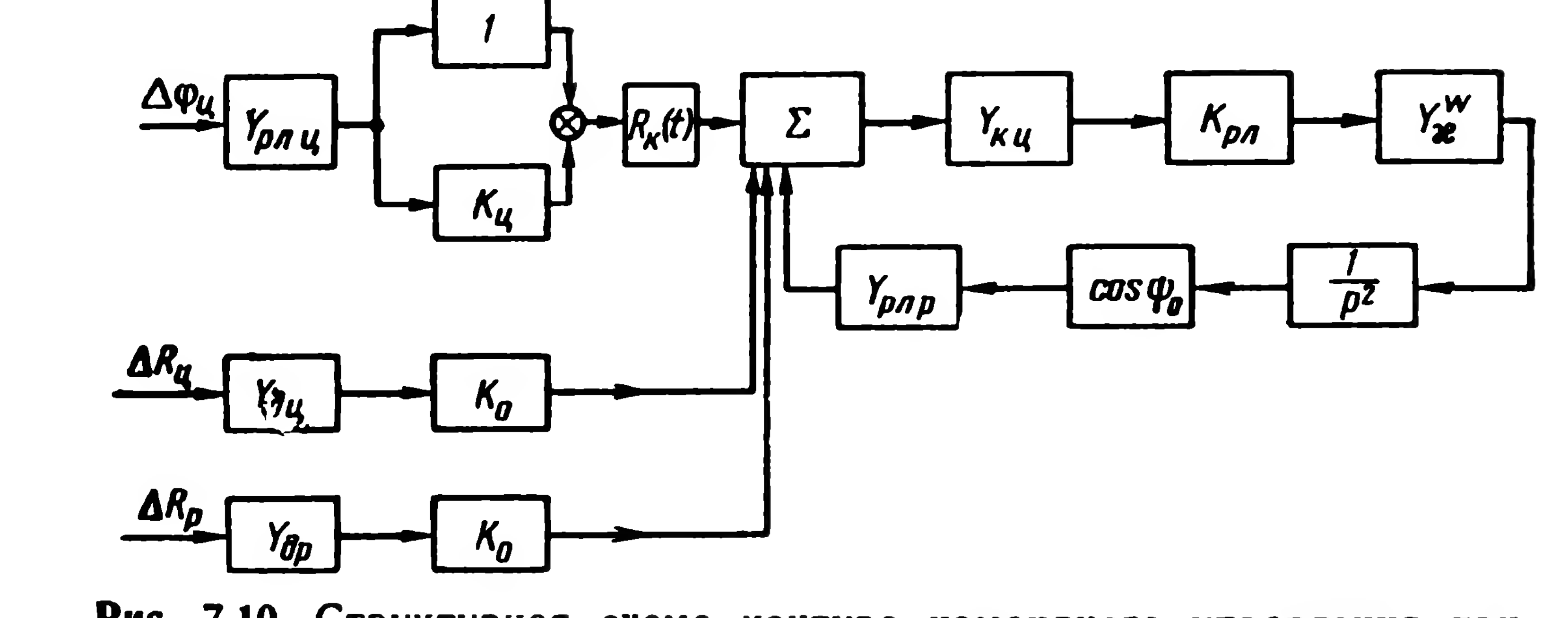


Рис. 7.10. Структурная схема контура командного управления при малой кинематической связи по дальности

Таким образом, она отличается от схемы на рис. 7.10 тем, что в ней отсутствуют входные возмущения по $\Delta R_{ц}$ и $\Delta R_{р}$.

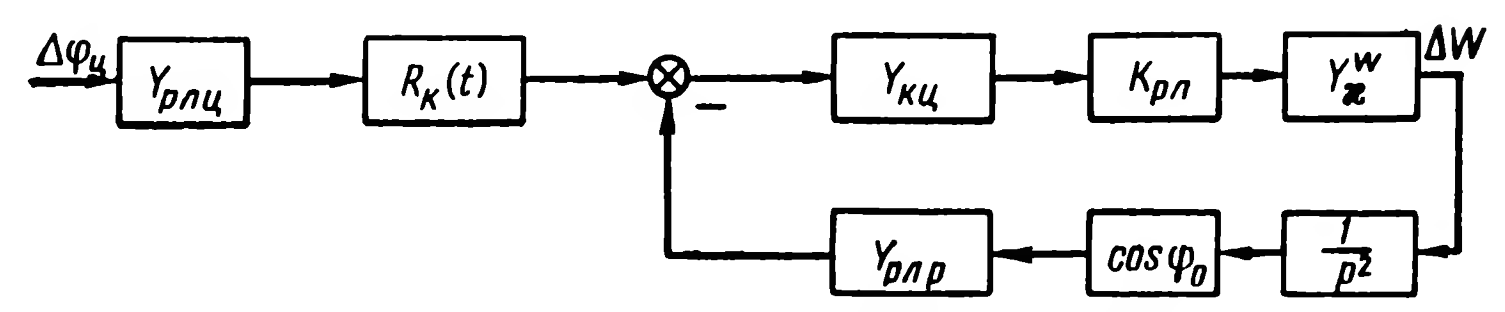


Рис. 7.11. Структурная схема контура командного управления по методу «трехточки»

3. Структурные схемы контура командного курсового управления

Рассмотрим структурную схему контура командного курсового управления с замыканием на борту, которая может быть получена из функциональной структурной схемы (рис. 1.24) при подстановке в нее структурных схем или операторов отдельных звеньев.

Структурная схема будет содержать те же элементы, что и рассмотренные ранее схемы командного лучевого управления. Отличие заключается в следующем: СРП вырабатывает не направление луча $\varphi_{тр}(t)$ и сигнал рассогласования $\delta\varphi$, а требуемый курс $\Theta_{тр}$. Сигнал рассогласования вырабатывается на борту ракеты, где, кроме контура стабилизации, формируется второй контур управления по заданному курсу.

Нелинейная структурная схема. Для ее построения примем в качестве исходной схему СРП для курсового метода, изображенную на рис. 6.22. Для кинематических связей $W \to R_р$ и $W \to \varphi_р$ — схему рис. 6.3; бортовой контур обозначим символом $Z_{кс}$, отображающим нелинейную структурную схему рис. 5.19 *.

Тогда исходная нелинейная структурная схема контура курсового управления может быть представлена в виде, изображенном на рис. 7.12.

Функциональные звенья СРП F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 заданы соответствующими формульными зависимостями — (6.33), (6.34), (6.36) и (6.37).

Отметим, что блок *3* СРП, вырабатывающий курс $\Theta_ц$ и скорость цели $\overline{V}_ц$ с функциональными звеньями F_3 и F_4, является входным блоком контура управления и лежит вне замкнутой цепи регулирования. В дальнейшем на схемах мы будем его обозначать в виде символа $Z_{\overline{V}_ц}$ в нелинейных и в виде линейного оператора $Y_{\overline{V}_ц}$ в линейных цепях.

На рис. 7.12 через $K_{рл}$, $Y_{рлц}$, $Y_{рлр}$, $Y_{др}$, $Y_{дц}$ обозначены линейные операторы в соответствии с ранее принятой терминологией:

$K_{рл}$ — передаточное число радиолинии управления;
$Y_{рлц}$, $Y_{рлр}$ — радиолокаторы цели и ракеты;
$Y_{дц}$, $Y_{др}$ — дальномерные устройства цели и ракеты.

---

* Бортовой измеритель угла $\Theta_р$ принимается согласно ранее принятому условию (§ 4 гл. VI) безынерционным устройством с передаточной функцией, равной единице.

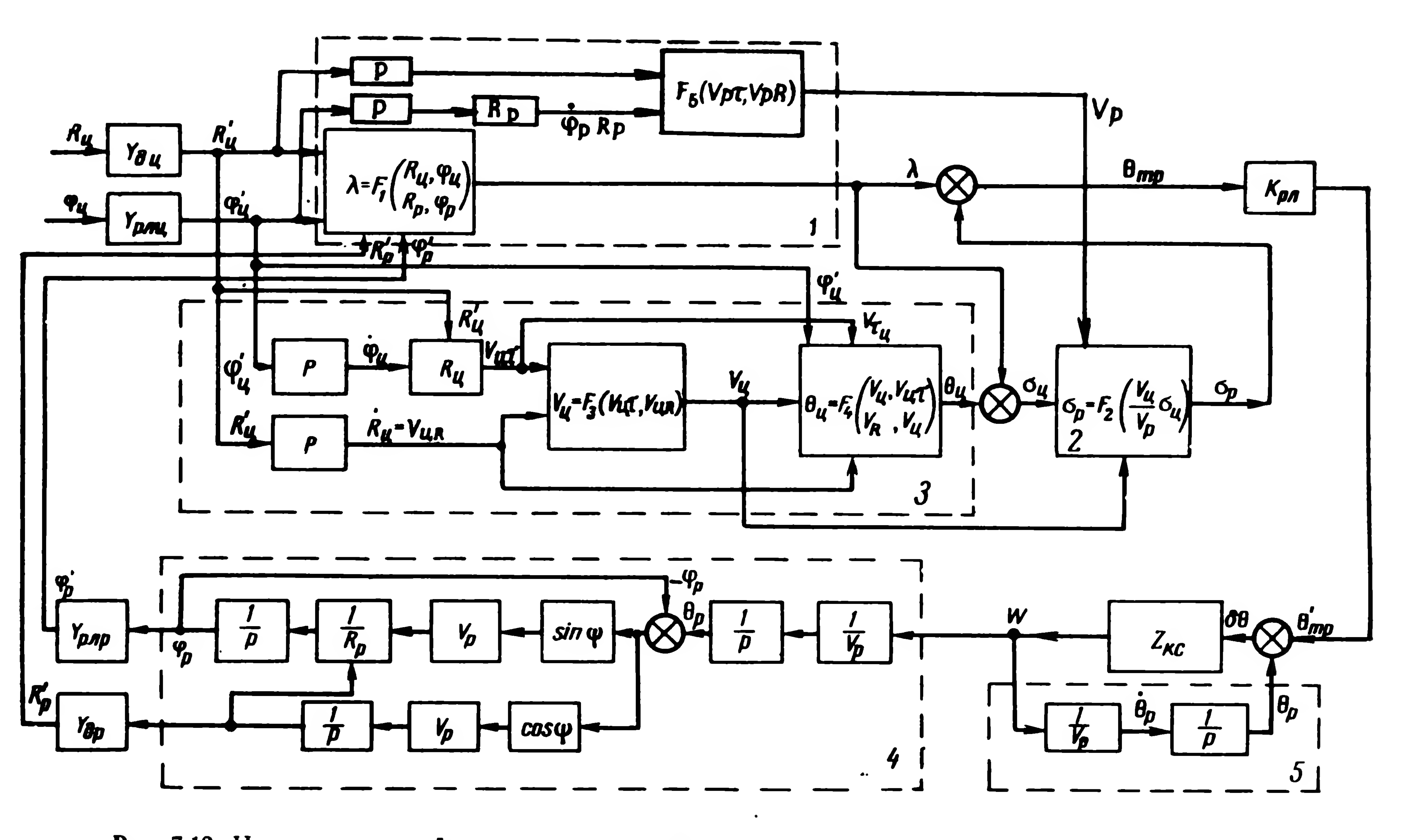


Рис. 7.12. Исходная нелинейная структурная схема контура командного курсового управления:
1, 2, 3 — блоки счетно-решающего устройства; *4* — внешняя кинематическая связь; *5* — бортовая кинематическая связь

Для случая больших удалений от цели, когда внешней кинематической связью можно пренебречь, контур курсового управления упрощается (рис. 7.13).

В этом случае $R_р$ и $\varphi_р$ наряду с $R_ц$ и $\varphi_ц$ становятся только источниками внешних возмущений.

Линеаризованная структурная схема контура курсового управления. Для ее построения используем структурные схемы кинематических связей совместно с СРП (рис. 6.23). Указанная структурная схема дана упрощенно без радиолокаторов $Y_{р.лр}$ и дальномера $Y_{др}$ ракеты. Кроме того, в ней отсутствует блок СРП, вырабатывающий текущий курс цели. С учетом этих дополнений, а также линейных операторов $K_{рл}$, $Y_{рлц}$ и $Y_{др}$ и контура стабилизации ра-

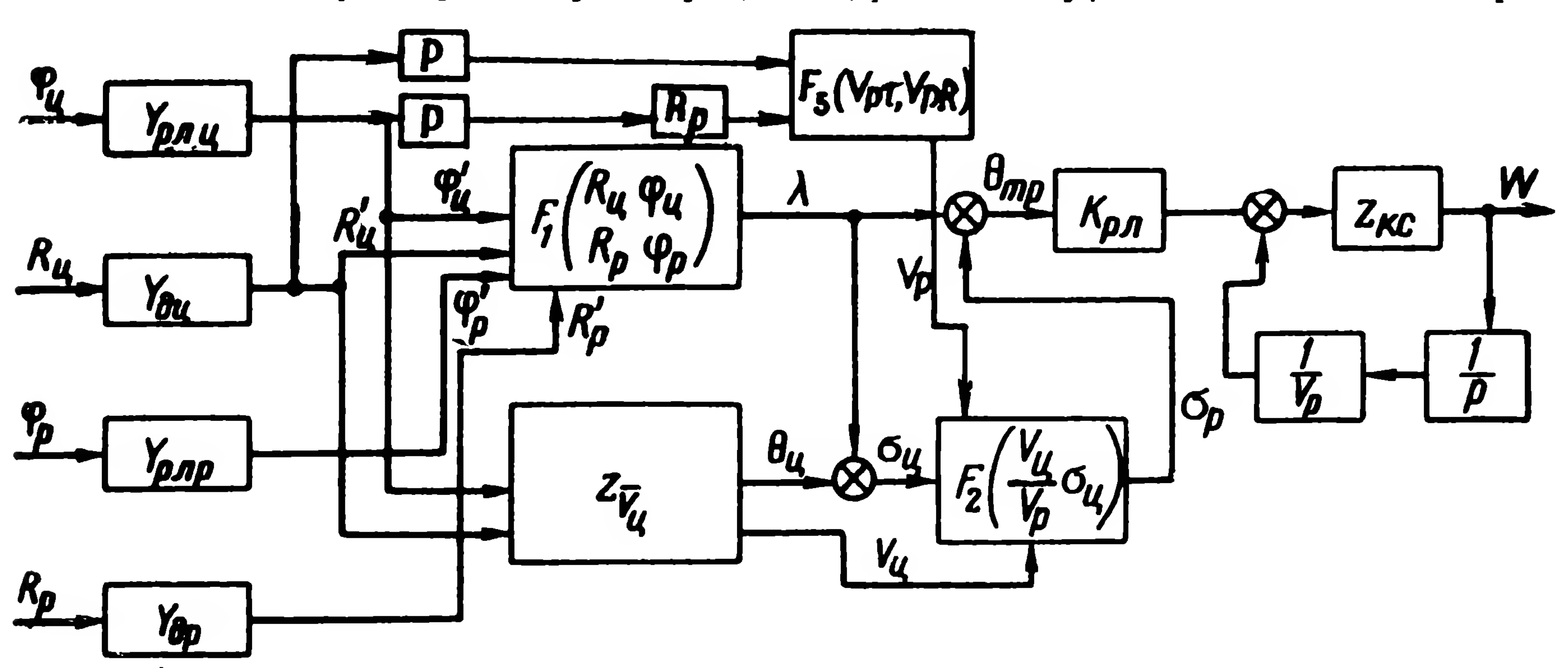


Рис. 7.13. Нелинейная структурная схема контура командного курсового управления при размыкании внешней кинематической связи

кеты Y_x^W с кинематической бортовой связью, изображенных на рис. 6.25, линеаризованная схема контура курсового управления приводится к виду, изображенному на рис. 7.14.

На структурной схеме $Y^{\theta}_{\varphi_ц}$ и $Y^{\theta}_{R_ц}$ — линейные операторы, связывающие входные возмущения по каналам цели $\Delta\varphi'_ц$ и $\Delta R'_ц$ с приращением $\Delta\theta_{тр}$, т. е.

$$\left.\begin{aligned} Y^{\theta}_{\varphi_ц} &= \frac{\partial\theta_{тр}}{\partial\varphi'_ц}; \\ Y^{\theta}_{R_ц} &= \frac{\partial\theta_{тр}}{\partial R'_ц}. \end{aligned}\right\} \qquad (7.14)$$

Значение этих операторов, как можно заметить из исходной нелинейной структурной схемы, может быть получено путем линеаризации блоков 3, 1 и 2. Линеаризацию следует проводить в том случае, если необходимо связать исходные возмущения измерителя координат цели с возмущениями, вносимыми ими в контур управления.

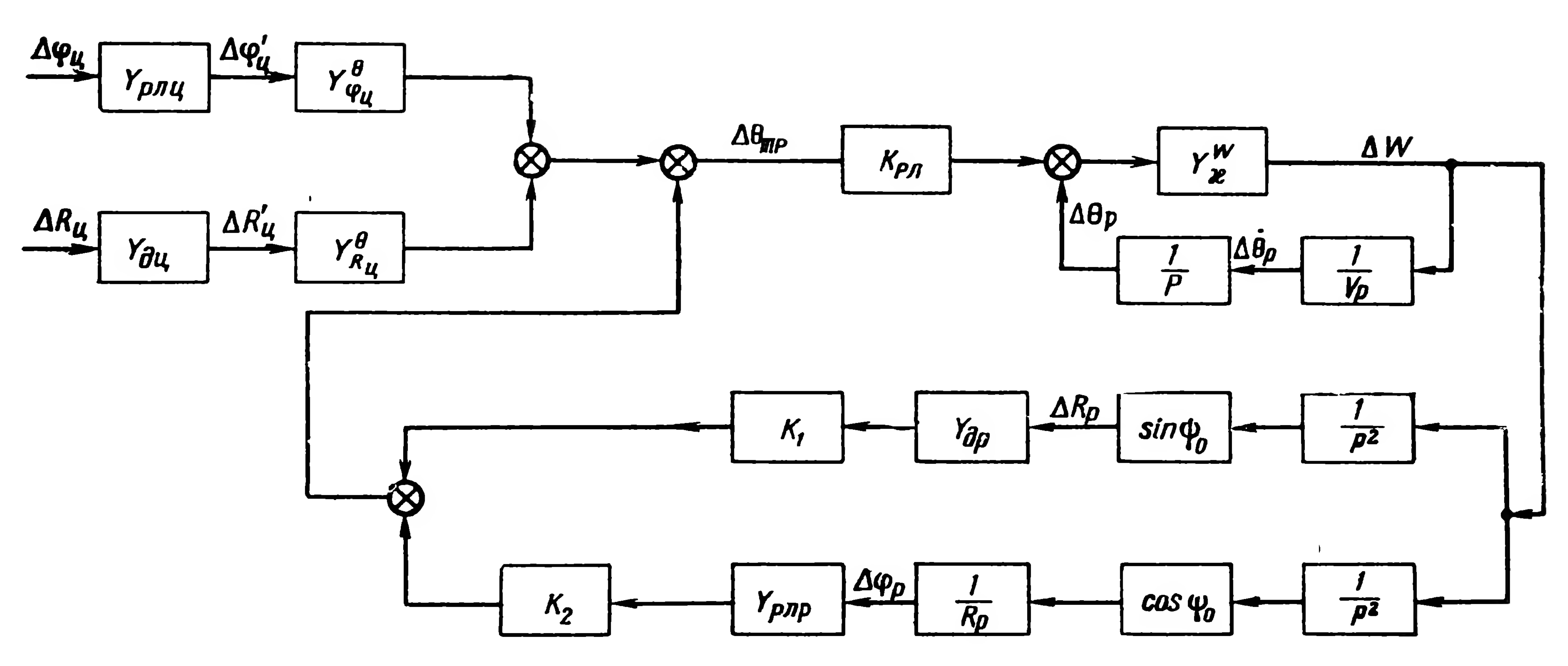


Рис. 7.14. Линейная структурная схема контура командного курсового управления

§ 6. ТИПОВОЙ АНАЛИЗ КОНТУРА КОМАНДНОГО УПРАВЛЕНИЯ

1. Постановка задачи

Примем в качестве типового примера случай командного лучевого управления с упреждением.

Для упрощения задачи будем полагать, что второй кинематической связью по координате «дальность ракеты» можно пренебречь и учитывать ее в качестве независимого источника возмущений.

Рассмотрим структурные схемы и метод анализа реакции системы на некоторые возмущения, описанные в § 2 и типичные для командных методов управления.

2. Реакция контура на начальные возмущения

Рассмотрим в качестве начальных возмущений рассогласования между текущими параметрами движения ракеты и требуемыми

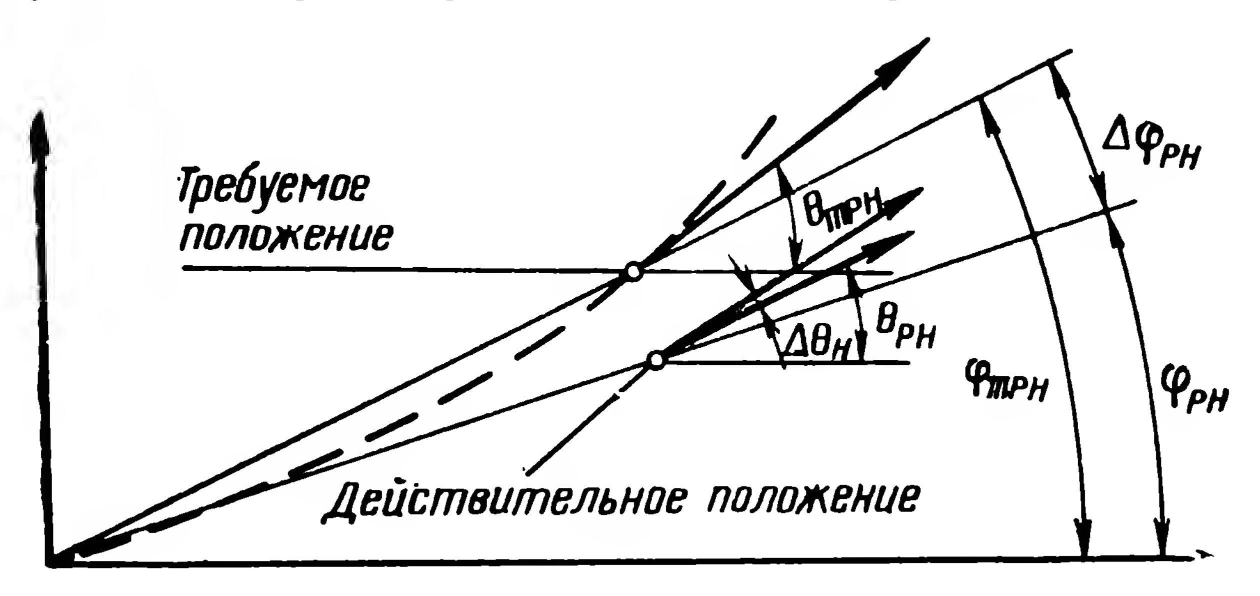


Рис. 7.15. Начальные кинематические условия контура командного управления

значениями, определяемыми кинематической траекторией движения ракеты, в момент начала управления в контуре:

а) угловое рассогласование между начальными значениями требуемого упрежденного угла ракеты $\varphi_{\text{тр н}}$ и действительным положением ракеты $\varphi_{\text{рн}}$:

$$\Delta\varphi_{\text{н}} = \varphi_{\text{трн}} - \varphi_{\text{рн}}; \tag{7.15}$$

б) угловое рассогласование между начальными значениями требуемого угла вектора скорости ракеты $\theta_{\text{тр н}}$ и действительным значением угла вектора скорости ракеты $\theta_{\text{рн}}$:

$$\Delta\theta_{\text{н}} = \theta_{\text{трн}} - \theta_{\text{рн}}. \tag{7.16}$$

Поскольку движение точки определяют положение и вектор скорости, то эти два параметра исчерпывающе описывают начальные кинематические условия контура командного управления (рис. 7.15).

На рис. 7.16 представлена нелинейная структурная схема для расчета реакции системы на начальные кинематические возмуще-

ния, которые получены из исходной структурной схемы (рис. 7.4).

Возмущения приложены в соответствии с методикой учета начальных условий, изложенных в § 3 гл. II. На схеме отображены не сами начальные условия в виде параметров требуемого и текущего движения ракеты, а их разности. Подобное отображение физически, очевидно, и не требует разъяснения. Некоторая нестрогость допущена в замене $\varphi_{рн}$ и $\varphi_{тр\,н}$ разностью $\Delta\varphi_{н}$, поскольку эти оба параметра ($\varphi_{рн}$ и $\varphi_{тр\,н}$) разделены звеном $Y_{рлр}$ (радиолокатор), т. е. мы полагаем, что в этих режимах истинное значение угла $\varphi_{р}$ соответствует значению, измеренному радиолокатором. Оператор формирующей цепи $Y_{фц}$ заменен согласно выражению (7.10) и имеет следующий вид

$$Y_{фц} = Y_{кц} R_{к}(t).$$

Исходная структурная схема является математической моделью контура регулирования для расчета реакции нелинейной системы на начальные возмущения.

Оценка реакции системы (качества регулирования) может вестись в нескольких контрольных точках схемы. В качестве примера на схеме рис. 7.16 приведено несколько наиболее характерных точек (*2*—*6*). Точка *2* характеризует величину углового рассогласования сигнала ошибки $\delta\varphi$, выраженного в единицах угловых величин, между значением входного сигнала $\Delta\varphi_{р}$ и значением выходного сигнала $\varphi_{р}$.

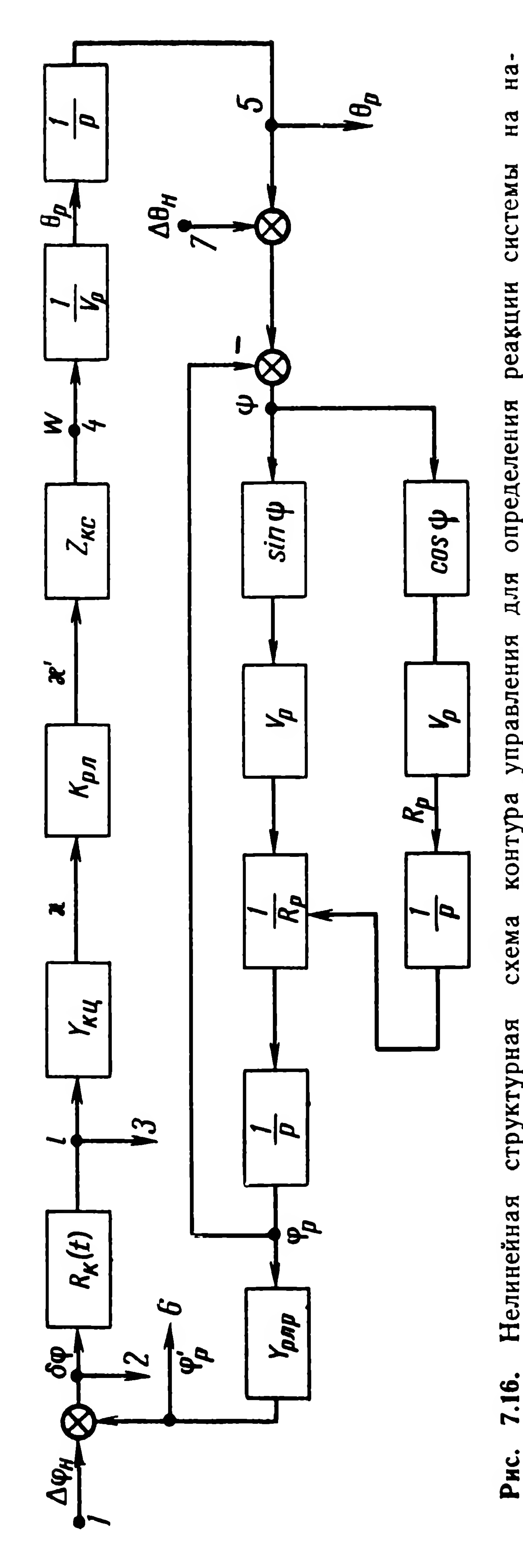


Рис. 7.16. Нелинейная структурная схема контура управления для определения реакции системы на начальные возмущения

В точке *3* записывается линейное значение величины сигнала рассогласования l. Нетрудно видеть по схеме, что

$$l = \delta\varphi R_к(t). \qquad (7.17)$$

Напомним, что $R_к(t)$ величина, численно равная значению дальности ракеты. Поэтому $l = \delta\varphi R_к(t)$ выражает в масштабе записи величину линейного отклонения ракеты от траектории. В точках *4*, *5* и *6* фиксируются в соответствующих масштабах значения

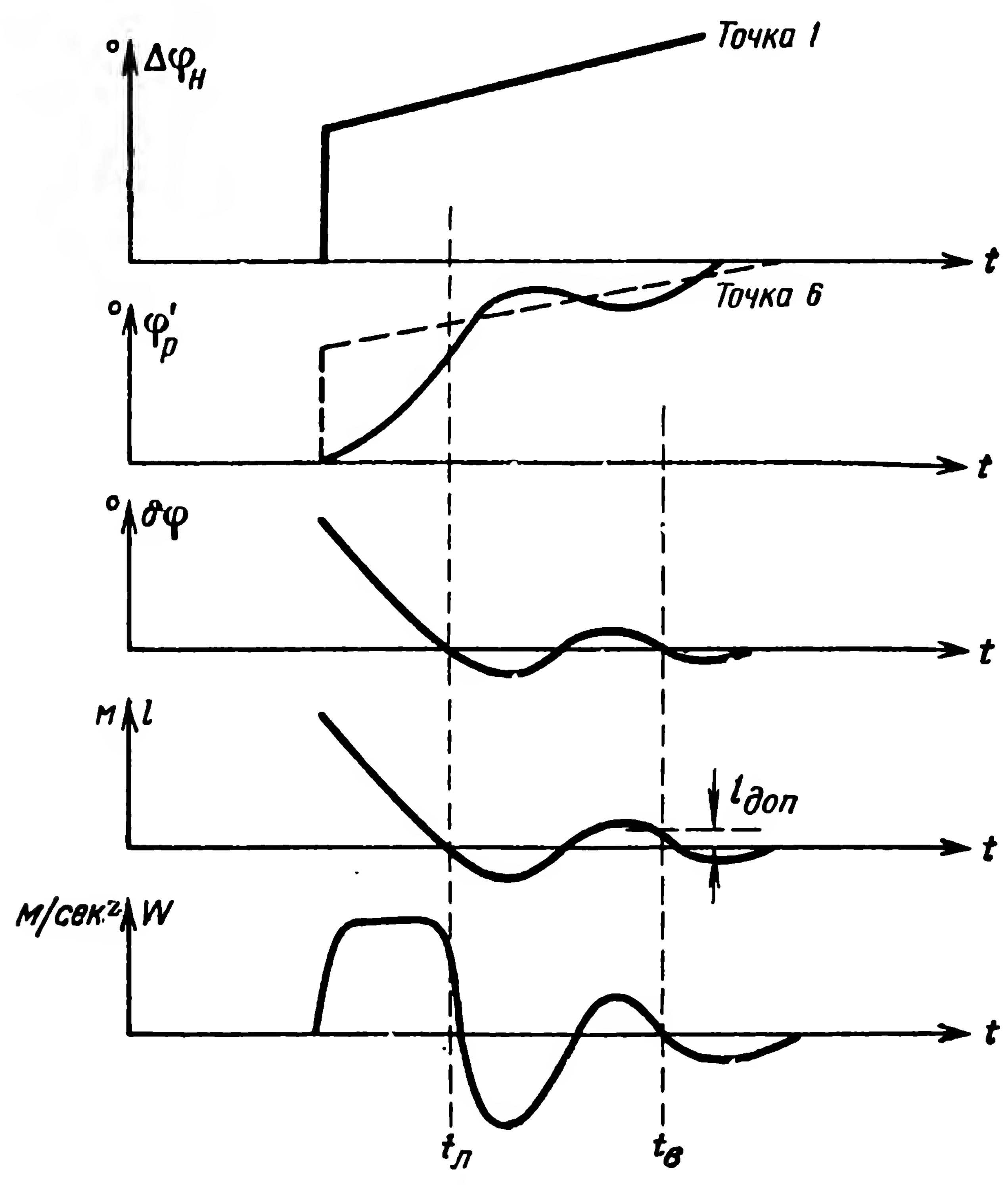


Рис. 7.17. Эпюры сигналов в различных точках структурной схемы

нормального ускорения, угла траектории ракеты $\theta_р$ и угла места центра тяжести ракеты $\varphi_р$. $\varphi_р$ и $\theta_р$ — величины углов, полученных из условия, что начальные значения этих углов равны нулю ($\varphi_{р0} = 0$, $\theta_{р0} = 0$). Начальные возмущения $\Delta\varphi_н$ и $\Delta\theta_н$ в точках *1* и *7* могут существовать как совместно (одновременно), так и раздельно.

На рис. 7.17 рассмотрен примерный вид эпюр сигналов в различных точках схемы при воздействии только одного входного возмущения $\Delta\varphi_н$. Отметим их некоторые особенности. Так, $\Delta\varphi_н$ показана не в виде ступенчатой функции $1(t)$, а в виде ступеньки

с последующим линейным изменением (возрастанием) во времени. Эта картина отражает то обстоятельство, что в процессе полета (вывода) ракеты упрежденное значение требуемого угла ракеты может изменяться, что эквивалентно для рассматриваемой схемы изменению $\Delta\varphi_н$. Подобный подход является наиболее общим и физически вполне очевидным. При неизменяющемся упрежденном значении угла $\varphi_{тр}$ значение $\Delta\varphi_н$ будет отображаться в виде ступенчатой функции $1(t)$.

На эпюрах отмечено два наиболее характерных момента времени: $t_л$ и $t_в$.

Первый момент $t_л$ характеризует переход системы в область линейного регулирования. На эпюрах его можно отметить по кривой $W(t)$. До момента $t_л$ имело место ограничение в трактах управления за счет любой из причин, отмеченных нами в § 2. Отражаются эти ограничения, как уже отмечалось, в конечном итоге в виде ограничений по перегрузкам.

Момент $t_в$ определяет характерную точку начального этапа, когда рассогласование становится меньше некоторой величины $l_{доп}$ и в дальнейшем уже ее не превышает. Его можно условно принимать в качестве конца этапа вывода и начала этапа наведения. Значение интервала времени $t_в$ определяет один из показателей качества системы управления — время вывода.

Величина $t_в$ является функцией начальных условий $\Delta\varphi_н$ и $\Delta\theta_н$. Зная закон распределения этих величин, можно получить методом статистических испытаний закон распределения $t_в$. Дальность вывода ракеты $R_в$, соответствующая моменту $t_в$, определяет ближнюю точку зоны, где достигается требуемая точность наведения.

3. Реакция контура на флюктуационные возмущения

Рассмотрим в качестве исходной структурную схему, изображенную на рис. 7.7. Во всех последующих структурных схемах проведены перестановки в кинематических связях в предположении отсутствия входных возмущений в радиолокаторе и дальномере ракеты, поэтому использовать эти схемы для расчета флюктуационных ошибок можно только при внесении определенных изменений.

Будем полагать, что источниками флюктуационных возмущений являются радиолокаторы и дальномеры цели и ракеты. Кинематической связью по координате дальности согласно условию пренебрежем и оставим лишь возмущения, вносимые этой связью.

Напомним, что цепь формирования команды имеет вид (7.10):

$$Y_{фц} = Y_{кц} R_к(t).$$

Тогда с учетом этих замечаний линейная структурная схема контура командного управления с входными возмущениями преобразуется к виду, изображенному на рис. 7.18.

На приведенной структурной схеме $\Delta\varphi_{\text{фл. ц}}$, $\Delta\varphi_{\text{фл. р}}$, $\Delta R_{\text{фл. ц}}$, $\Delta R_{\text{фл. р}}$ — флюктуационные возмущения по каналам цели и ракеты, поступающие по угловым координатам и дальности. Приведем далее все возмущения к точке *1*. Полагаем, как и раньше, что $R_A = R_к = R_{р0}$. Схема тогда преобразуется к виду, изображенному на рис. 7.19.

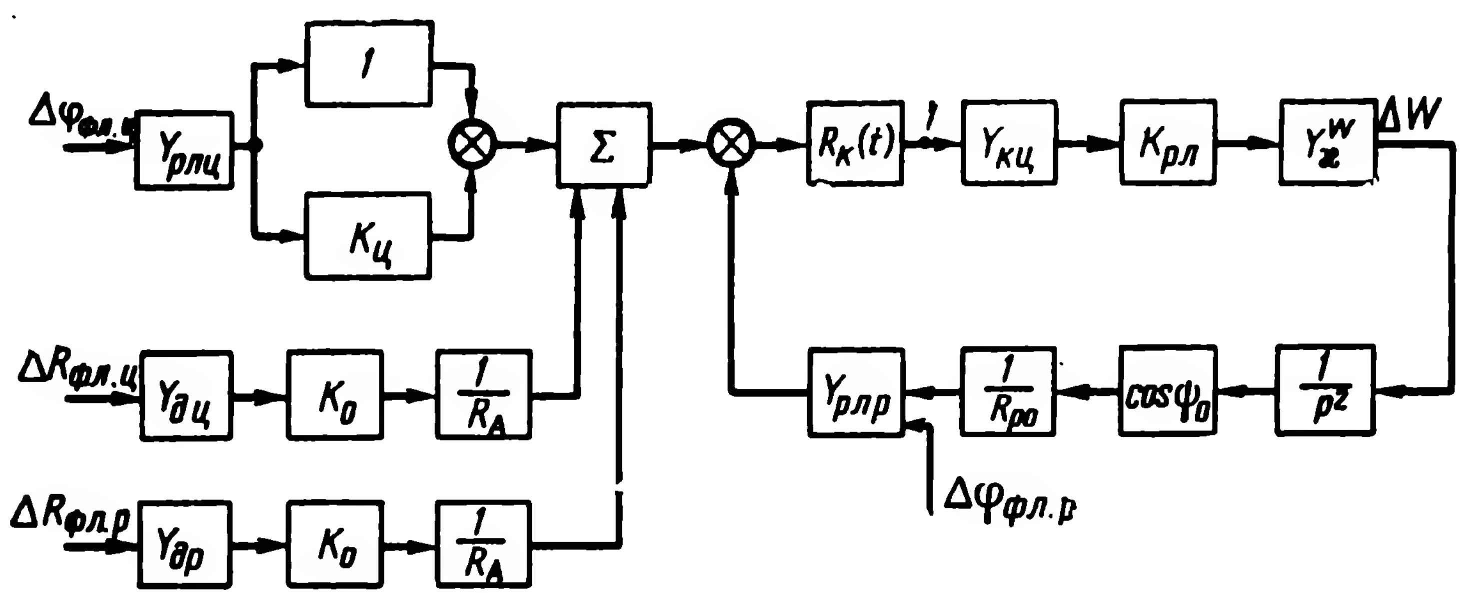


Рис. 7.18. Линейная структурная схема контура командного управления для расчета реакции на флюктуационные возмущения

Значение коэффициента $K_ц$ задано выражением (7.8) и K_0 — выражением (6.19):

$$K_ц = K_ц^0\left(\frac{R_р - R_ц}{R_р}\right); \tag{7.18}$$

$$K_0 = \frac{\sin\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)}{\sin\lambda + \cos\varphi_ц \sin(\varphi_ц - \lambda)}. \tag{7.19}$$

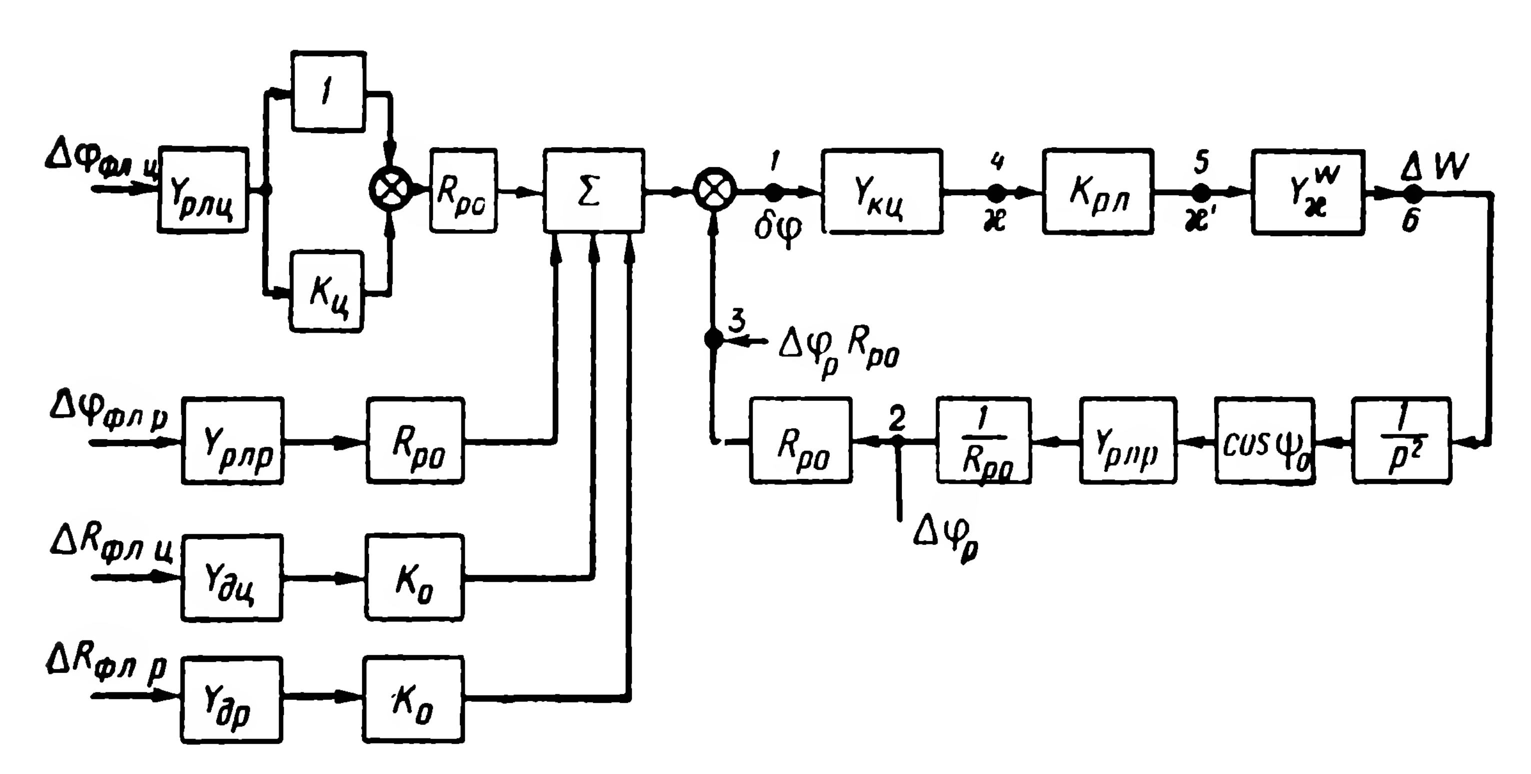


Рис. 7.19. Преобразованная линейная структурная схема контура командного управления для расчета реакции на флюктуационные возмущения

На структурной схеме, изображенной на рис. 7.19, представлена система входных флюктуационных возмущений. Обратим внимание на некоторые особенности полученной структурной схемы. Флюктуационные сигналы поступают по четырем каналам. Причем по

каналу $\varphi_ц$ флюктуационные возмущения идут непосредственно на вход контура и, кроме того, косвенно через звено $K_ц$. Напомним, что это возмущение связано с флюктуационной ошибкой выработки угла упреждения ε. Рассматривая эту цепочку, нетрудно видеть, что согласно выражению (7.18) возмущения к точке встречи при $R_ц=R_р$ стремятся к нулю, однако, учитывая возможность «раскачки» контура возмущениями, поступающими до точки встречи, отбрасывать эти источники возмущений нельзя. Все будет определяться качеством контура управления и величиной коэффициента $K_ц^0$ (7.9). Подставляя различные значения λ и $\varphi_ц$ в это выражение, мы увидим, что величина его меняется в весьма широких пределах. Поэтому при выработке упреждающих углов ε могут предусматриваться средства защиты от проникновения флюктуаций по этому дополнительному каналу, например, путем дополнительной фильтрации сигнала $\varphi_ц$, поступающего на схему выработки угла ε.

Следующей особенностью рассматриваемой схемы является явно выраженная нестационарность входных возмущений.

Как видно из рис. 7.19, флюктуационные ошибки $\Delta\varphi_{фл.\,ц}$ и $\Delta\varphi_{фл.\,р}$ линейно изменяются за счет умножения их на $R_{р0}=R_р(t)$.

Из полученной структурной схемы можно получить значение спектральной плотности входного эквивалентного возмущения:

$$g_{вх}(\omega t)=g_{ц0}^{\varphi}Y_{рлц}^2(1+K_ц)^2\cdot R_р^2(t)+g_{р0}^{\varphi}Y_{рлр}^2R_р^2(t)+$$
$$+g_{ц0}^{R}Y_{g_ц}^2K_0^2+g_{р0}^{R}Y_{др}^2K_0^2, \tag{7.20}$$

если известны значения $g_{ц0}^{\varphi}$, $g_{ц0}^{R}$, $g_{р0}^{\varphi}$, $g_{р0}^{R}$ — спектральные плотности входных сигналов, воздействующих на радиолокаторы. Применяя метод замораживания параметра, будем в дальнейшем рассматривать $g_{вх}(\omega t)$ только как функцию ω для конкретных моментов времени t. Обычно принимается, что входной сигнал имеет равномерный сплошной спектр, тогда входные спектральные плотности постоянны во всем диапазоне частот и рассматривается спектральная плотность сигнала уже на выходе радиолокаторов, которая повторяет квадрат модуля его амплитудно-частотной характеристики, т. е.

$$g_ц^{\varphi}=g_{ц0}^{\varphi}Y_{рлц}^2;\quad g_ц^{R}=g_{ц0}^{R}Y_{дц}^2\quad \text{и т. д.}$$

Тогда формула (7.20) перепишется так:

$$g_{вх}(\omega)=\left[g_ц^{\varphi}(\omega)(1+K_ц)^2+g_р^{\varphi}\right]R_р^2(t)+\left[g_ц^{R}+g_р^{R}\right]K_0^2. \tag{7.21}$$

В том случае когда основным источником возмущений является радиолокатор цели и спектральная плотность $g_р \ll g_ц$, формула упрощается:

$$g_{вх}=g_ц^{\varphi}(1+K_ц)^2R_р^2(t)+g_ц^{R}K_0^2. \tag{7.22}$$

Для случая трехточечного управления $K_0=0$ и $K_ц=0$ выражение (7.21) перепишется следующим образом:

$$g_{вх}=(g_ц^\varphi+g_р^\varphi)R_р^2(t). \qquad (7.23)$$

Используя далее выражение (2.56) для пересчета флюктуационного сигнала, можно получить реакцию в различных точках структурной схемы. Спектральная плотность флюктуационной ошибки, выраженная в угловой мере (точка *2*), согласно рис. 7.19 определится как

$$g_\varphi=\left|\frac{Y_{кц}K_{рл}Y_х^W\frac{1}{p^2}\cos\psi_0 Y_{рлр}\frac{1}{R_{р0}}}{1+Y_{кц}K_{рл}Y_х^W\frac{1}{p^2}\cos\psi_0 Y_{рлр}}\right|^2 g_{вх}=\frac{1}{R_{р0}^2}\left|\frac{Y_0}{1+Y_0}\right|^2 g_{вх}, \qquad (7.24)$$

где Y_0 — передаточная функция разомкнутого контура управления:

$$Y_0=Y_{кц}K_{рл}Y_х^W\frac{1}{p^2}\cos\psi_0 Y_{рлр}. \qquad (7.25)$$

Спектральная плотность флюктуационной ошибки, выраженная в линейной мере (точка *3*),

$$g_l=\left|\frac{Y_0}{1+Y_0}\right|^2 g_{вх}. \qquad (7.26)$$

Спектральная плотность сигнала рассогласования (точка *1*)

$$g_\delta=\left|\frac{1}{1+Y_0}\right|^2 g_{вх}. \qquad (7.27)$$

Спектральная плотность команды, поступающей на борт (точка *5*),

$$g_х=\left|\frac{Y_{кц}K_{рл}}{1+Y_0}\right|^2 g_{вх}. \qquad (7.28)$$

Спектральная плотность нормального ускорения

$$g_W=\left|\frac{Y_{кц}K_{рл}Y_х^W}{1+Y_0}\right|^2 g_{вх}. \qquad (7.29)$$

Зная спектральную плотность команды $g_х$, можно по структурной схеме контура стабилизации (рис. 5.21 и рис. 5.24) и выражениям передаточных функций (5.42), (5.43) и (5.44) перейти к спектральным плотностям флюктуаций любого параметра (отклонений рулей, угловой скорости вращения, углу атаки и т. д.). Для перехода от спектральной плотности к среднеквадратичному значению необходимо воспользоваться выражением (2.55).

4. Реакция контура на кинематические возмущения

Кинематические возмущения связаны с изменением координат цели и ракеты.

В том случае когда эти возмущения могут быть приняты в качестве независимых, т. е. не связанных с контуром управления, процесс их расчета существенно упрощается. При этом можно рассматривать различные параметры траектории полета ракеты, образуемой методом наведения, в качестве независимых входных возмущений.

Удобно принять в качестве входного кинематического возмущения нормальное кинематическое ускорение, задаваемое выражением (3.7):

$$W = \dot{\varphi}_{тр}\left(2V_р - \frac{\dot{V}_р}{V_р}\frac{R_р}{\cos\psi}\right) + \frac{1}{\cos\psi}R_р\ddot{\varphi}_{тр}, \tag{7.30}$$

где $\varphi_{тр}$ — требуемое значение упрежденного угла ракеты; для упрежденных методов

$$\varphi_{тр} = \varphi_ц + \varepsilon; \tag{7.31}$$

$V_р$ и $R_р$ — соответственно скорость и дальность до ракеты;

ψ — угол между направлением $\varphi_{тр}$ и вектором скорости ракеты $\overline{V}_р$, равный согласно выражению (3.4)

$$\psi = \arcsin\frac{\dot{\varphi}_{тр}R_р}{V_р}. \tag{7.32}$$

Выражение ε в формуле (7.31) задано уравнением (3.15) и может быть представлено в виде

$$\varepsilon = F(\varphi_ц, R_ц, R_р). \tag{7.33}$$

Таким образом нетрудно видеть, что

$$W = F(\varphi_ц, V_р, R_р, R_ц). \tag{7.34}$$

Отсюда можно заключить, что в том случае, когда $V_р$ является независимой входной величиной $V_р(t)$ и кинематическая связь по координате $R_р$ пренебрежимо мала, нормальное кинематическое ускорение W (7.30) может приниматься в качестве независимого входного возмущения.

Для трехточечного метода достаточным условием независимости является $V_р = V_р(t)$.

В таком случае общая нелинейная структурная схема контура управления с входным кинематическим возмущением может быть изображена в виде, представленном на рис. 7.20.

Заметим, что входные блоки в рассматриваемой структурной схеме отсутствуют и заменены единым входным кинематическим возмущением W, прикладываемым ко входу кинематического звена.

Расчет W ведется по формуле (7.30).

Аналогичным образом может быть получена и линеаризированная структурная схема для расчета кинематических возмущений (рис. 7.21).

В качестве исходной для ее построения принимается структурная схема, изображенная на рис. 7.11, в которой все входные возмущения заменены одним входным кинематическим возмущением.

Использование этой структурной схемы возможно при условии, что величина W такова, что сигналы в цепях контура не превос-

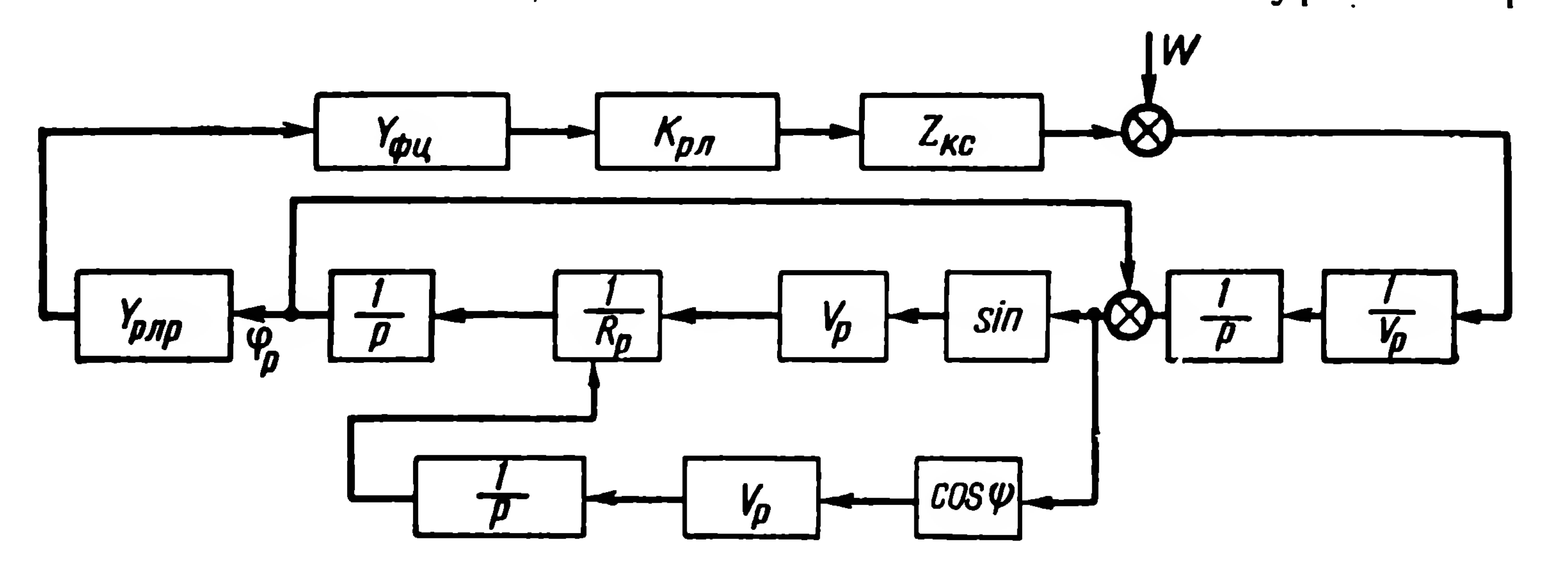


Рис. 7.20. Нелинейная структурная схема для расчета реакции на кинематические возмущения

ходят пределов линейности звеньев контура управления, т. е. предельные значения нормального ускорения не превосходят располагаемых ускорений ракеты и наведение проходит в узкой трубке траектории, при которой существуют линейные соотношения в кинематической связи.

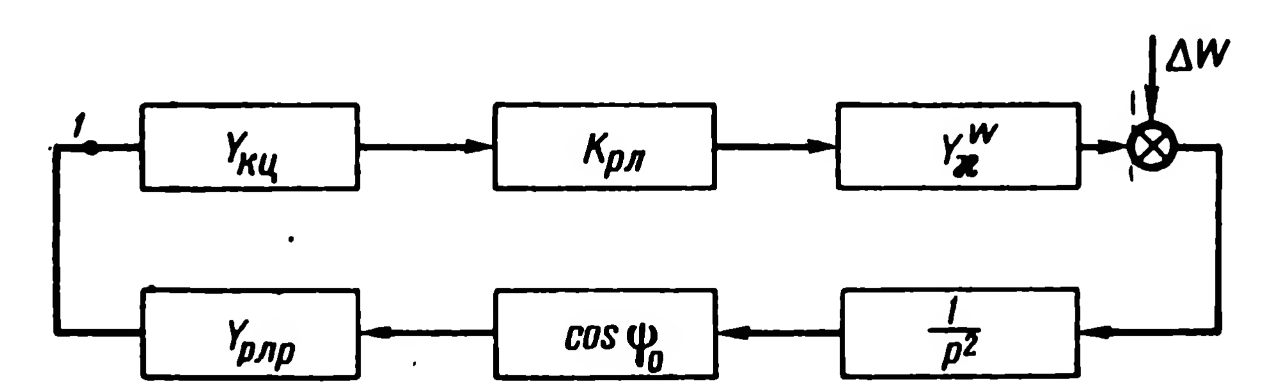


Рис. 7.21. Линейная структурная схема для расчета кинематических возмущений

Если в качестве опорной траектории принять прямолинейную траекторию ракеты, соответствующую условию $\varphi_{тр}=\text{const}$, то отклонения от нее могут рассматриваться как вариации. Для этого случая расчет ΔW может также вестись по исходной формуле (7.30), т. е. может приниматься, что

$$\Delta W = W. \tag{7.35}$$

Условно можно рассматривать два вида кинематических возмущений:

— быстро изменяющиеся, связанные с маневром цели и быстрым изменением скорости ракеты, главным образом за счет изменения тяги двигателя;

— медленно меняющиеся, связанные с регулярным (равномерным прямолинейным) движением цели и равномерным изменением скорости ракеты.

Соответственно меняются и методы расчета реакции системы на эти возмущения.

В первом случае можно использовать либо методы моделирования, либо при допущениях о замораживании коэффициентов частотные методы, воспользовавшись выражениями (2.51, 2.52).

Во втором случае для расчета можно использовать соотношения для медленно изменяющихся сигналов.

Найдем реакцию (сигнал) контура управления в точке *1* (рис. 7.19), соответствующей значению линейного отклонения ракеты от луча $l=\delta\varphi\cdot R_{\text{к}}(t)$.

Оператор, связывающий величину l с ΔW, равен согласно рис. 7.21

$$Y_W^l=\frac{\frac{1}{p^2}\cos\psi_0 Y_{\text{рлр}}}{1+\frac{1}{p^2}\cos\psi_0 Y_{\text{рлр}} Y_{\text{кц}} K_{\text{рл}} Y_{\text{x}}^W}=\frac{\cos\psi_0 Y_{\text{рлр}}}{p^2+\cos\psi_0 Y_{\text{рлр}} Y_{\text{кц}} K_{\text{рл}} Y_{\text{x}}^W}. \tag{7.36}$$

Отсюда реакция контура на ΔW найдется согласно выражению (2.51):

$$l(t)=\int_0^t E(t-\tau)\,\Delta W'(\tau)\,d\tau, \tag{7.37}$$

где $E(t)$ — переходная функция, равная для рассматриваемого случая согласно выражению (2.49)

$$E(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{P_W^l}{\omega}\sin\omega t\,d\omega, \tag{7.38}$$

где P_W^l — вещественная часть Y_W^l.

Для установившихся режимов при $p\to 0$ нетрудно получить необходимое выражение для расчета установившегося значения динамической ошибки, воспользовавшись выражением (7.36), в виде

$$\underset{p\to 0}{l(t)}=\frac{1}{Y_{\text{кц}} K_{\text{рл}} Y_{\text{x}}^W}\Delta W(t). \tag{7.39}$$

При $p\to 0$ передаточная функция контура стабилизации

$$Y_{\text{x}}^W \underset{p\to 0}{=} K_{\text{x}}^W,$$

где K_{x}^W для варианта, рассмотренного в гл. V, задано выражением (5.83).

Рассмотрим выражение для $Y_{кц}$ (7.12):

$$Y_{кц} = \frac{Y^0_{фц} K^0_{фц}}{p^\nu}.$$

При $p \to 0$ согласно выражению (7.12) $Y^2_{фц} \to 1$, тогда выражение (7.39) перепишется в виде

$$l(t) = \frac{p^\nu}{K^0_{фц} K_{рл} K^W_x} \Delta W = \frac{p^\nu}{K_к} \Delta W, \tag{7.40}$$

где $K_к$ — передаточное число контура управления:

$$K_к = K^0_{фц} K_{рл} K^W_x; \tag{7.41}$$

ν — степень астатизма формирующей цепи контура управления.

Полученное выражение (7.40) эквивалентно структурной схеме, представленной на рис. 7.22.

Рис. 7.22. Эквивалентная структурная схема для определения медленно меняющейся динамической ошибки

Отсюда динамическая ошибка наведения ракеты, вызванная медленно изменяющимися кинематическими возмущениями, равна

$$l(t) = \frac{d^\nu \Delta W}{dt^\nu} \cdot \frac{1}{K_к}. \tag{7.42}$$

В частном случае при $\nu = 1$ имеем

$$l(t) = \frac{\Delta \dot{W}}{K_к} \tag{7.43}$$

и при $\nu = 0$

$$l(t) = \frac{\Delta W}{K_к}. \tag{7.44}$$

Отметим, что полученные выражения для установившихся значений при соблюдении условий линейности, оговоренных выше, могут быть использованы и для полных значений нормальных ускорений W и соответственно для расчета полных значений динамических ошибок установившихся режимов.

В заключение вопроса о динамической составляющей ошибки остановимся на ошибке, вызванной весовой составляющей нормального ускорения. Эта составляющая является медленно меняющейся и расчет ее также может вестись по формулам установившихся процессов. Место приложения весового возмущения там

же, где и кинематического нормального ускорения. Величина возмущения в тангажной плоскости определяется как

$$W = g \cdot \cos \theta_р, \qquad (7.45)$$

где g — ускорение силы тяжести;

$\theta_р$ — угол траектории относительно плоскости горизонта.

5. Инструментальные ошибки контура управления

В § 9 гл. V были рассмотрены методы расчета инструментальных ошибок на примере контура стабилизации. При этом вся система инструментальных ошибок заменялась одним эквивалентным воздействием, приведенным ко входу контура стабилизации (рис. 5.32).

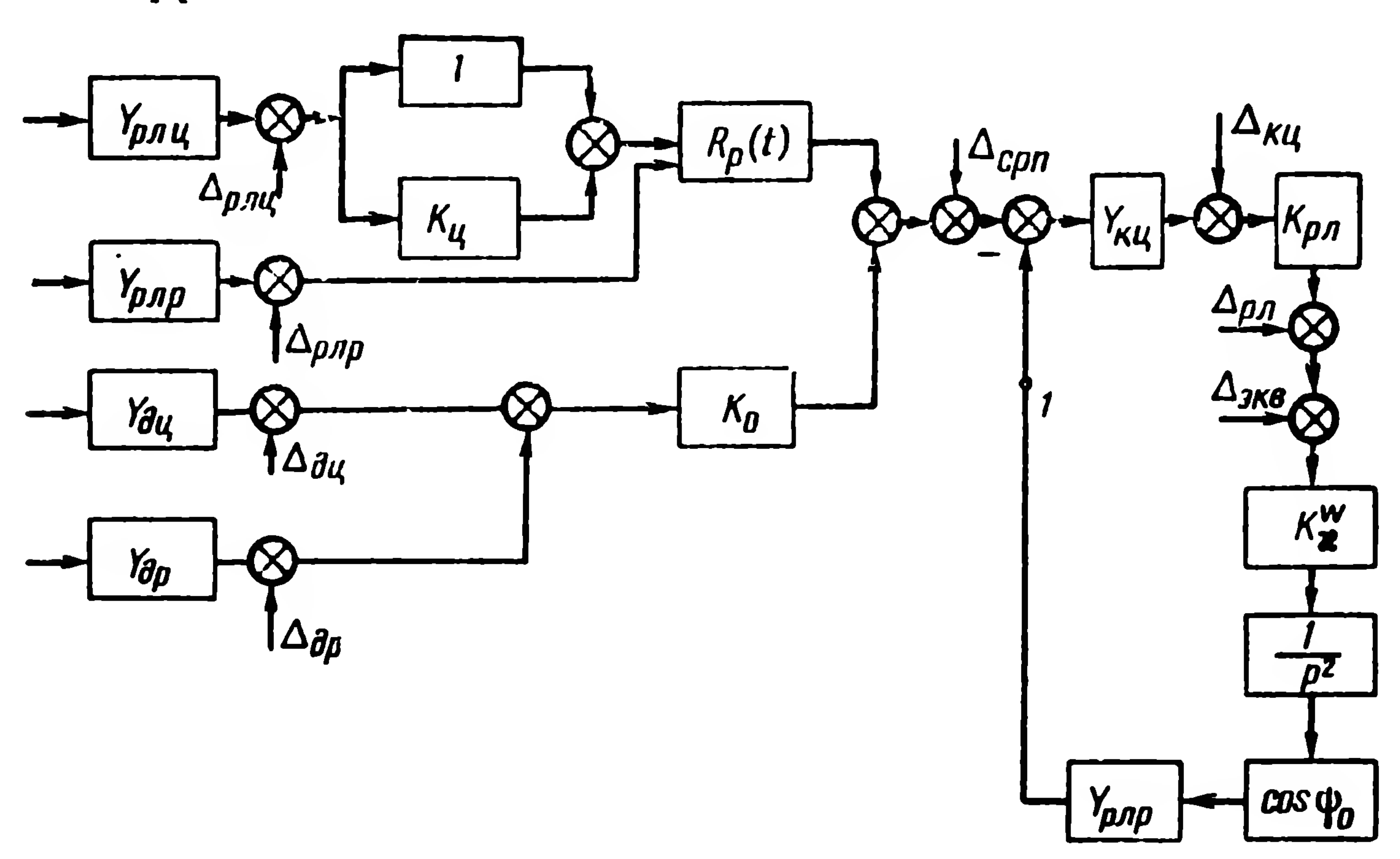


Рис. 7.23. Структурная схема расчета инструментальных ошибок контура управления

Пользуясь аналогичными приемами, можно рассчитать эквивалентную инструментальную ошибку блоков счетно-решающего прибора, вырабатывающего требуемый угол наведения $\varphi_{тр}$, которая является функцией внутренних ошибок самих блоков и ошибок в измерении входных величин $R_р$ и $R_ц$.

Источниками инструментальных ошибок, помимо контура стабилизации и блока упреждения, в контуре управления являются также радиолокатор цели, ракеты, усилители корректирующей цепи.

В качестве исходной структурной схемы для расчета полной системы инструментальных ошибок может явиться структурная схема, изображенная на рис. 7.19. В ней должны быть указаны все инструментальные ошибки, вносимые отдельными элементами системы. С учетом этого структурная схема преобразуется к виду, изображенному на рис. 7.23.

Отметим, что $\Delta_{срп}$ — некоторая эквивалентная инструментальная ошибка внутренних блоков СРП.

Инструментальная ошибка радиолокатора ракеты вынесен методами линейных структурных преобразований во внешние п отношению к контуру управления возмущения. Контур стабилизации, имеющий эквивалентную инструментальную ошибку $\Delta_{экв}$ заменен в соответствии с рис. 5.32 передаточным числом K_{x}^{W}.

Все внешние по отношению к контуру управления инструментальные ошибки могут быть сведены к одной эквивалентной входной ошибке $\Delta_{вх}$ по методике, рассмотренной в § 9 гл. VII. Все внутренние ошибки — также к одной эквивалентной внутренней инструментальной ошибке $\Delta_{вн}$. Тогда структурная схема приводится к виду, изображенному на рис. 7.24.

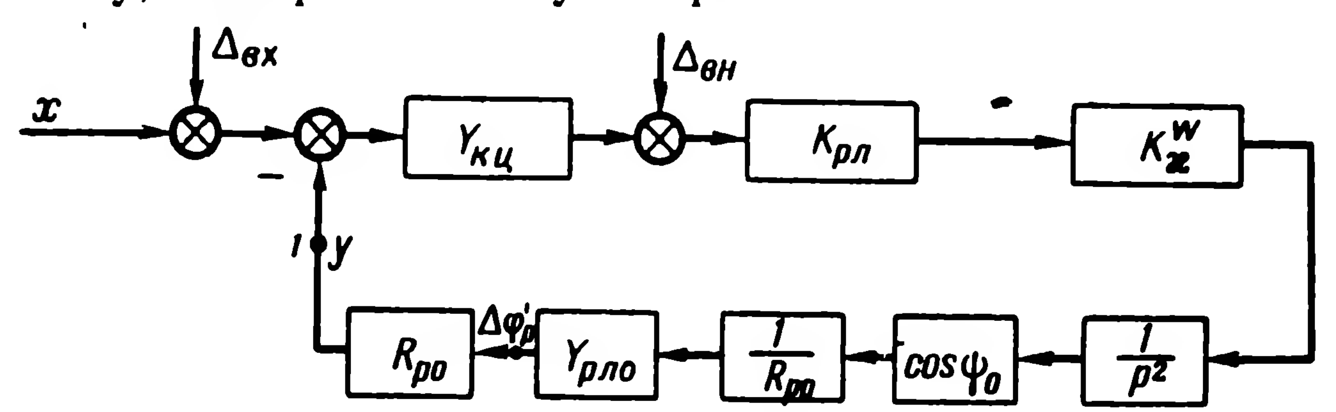


Рис. 7.24. Эквивалентная структурная схема расчета инструментальных ошибок

Значения $\Delta_{вх}$ и $\Delta_{вн}$ равны

$$\Delta_{вх} = \Delta_{рлц}(1 + K_{ц})R(t) + \Delta_{рлр}R(t) + K_{0}\Delta_{дц} + K_{0}\Delta_{др} + \Delta_{срп}. \quad (7.46)$$

$$\Delta_{вн} = \Delta_{кц} + \frac{\Delta_{рл}}{K_{рл}} + \frac{\Delta_{экв}}{K_{рл}}. \quad (7.47)$$

Необходимо заметить, что полученные значения эквивалентных ошибок характеризуют величины, соответствующие частным экспериментам. Каждая из составляющих ошибок имеет свой статистический закон распределения. В случае если ошибки независимы, среднеквадратичные значения входной и внутренней ошибок найдутся как

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{вх} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{i=5} \sigma_{i}^{2}}, \\ \sigma_{вн} &= \sqrt{\sum_{j=1}^{j=3} \sigma_{j}^{2}}, \end{aligned}\right\} \quad (7.48)$$

где σ_{i} — среднеквадратичное значение каждой из составляющих ошибок, входящих в сумму (7.46), и σ_{j} — в сумму (7.47).

Найдем полную инструментальную ошибку контура управления в соответствии со структурной схемой (рис. 7.24), полагая ее линейной.

Если x входной полезный сигнал, то согласно общему определению ошибка управления будет равна

$$\Delta = x - y. \tag{7.49}$$

В свою очередь полный выходной сигнал

$$y = (x + \Delta_{вх}) \frac{Y_{кц} K_{рл} K_{x}^{W} \frac{1}{p^2} \cos \psi_0 Y_{рлр}}{1 + Y_{кц} K_{рл} K_{x}^{W} \frac{1}{p^2} \cos \psi_0 Y_{рлр}} + \\ + \Delta_{вн} \frac{K_{рл} K_{x}^{W} \frac{1}{p^2} \cos \psi_0 Y_{рлр}}{1 + Y_{кц} K_{рл} K_{x}^{W} \frac{1}{p^2} \cos \psi_0 Y_{рлр}}. \tag{7.50}$$

И значение для Δ (7.49) перепишется в виде

$$\Delta = x(1 - Y_{к}) - \Delta_{вх} Y_{к} - \frac{Y_{к}}{Y_{кц}} \Delta_{вн}, \tag{7.51}$$

где $Y_{к}$ — передаточная функция замкнутого контура управления:

$$Y_{к} = \frac{Y_{кц} K_{рл} K_{x}^{W} \frac{1}{p^2} \cos \psi_0 Y_{рлр}}{1 + Y_{кц} K_{рл} K_{x}^{W} \frac{1}{p^2} \cos \psi_0 Y_{рлр}}.$$

Нас будет интересовать только инструментальная составляющая ошибки, т. е. только второй и третий члены выражения (7.51):

$$\Delta_{инстр} = \Delta_{вх} Y_{к} + \frac{Y_{к}}{Y_{кц}} \Delta_{вн}. \tag{7.52}$$

Из сравнения выражений (7.49), (7.51) и (7.52) видно, что инструментальная ошибка равна выходному сигналу системы y при нулевом входном сигнале.

Из рассмотрения структурной схемы рис. 7.24 видно, что выходной сигнал является значением углового отклонения $\Delta\varphi$, умноженным на дальность до ракеты (точка *1*). Таким образом, инструментальная ошибка, получаемая из выражения (7.52), имеет размерность в единицах длины.

Продолжим рассмотрение выражения (7.52), имея в виду, что нас будут интересовать установившиеся значения.

При $p \to 0$ $Y_{кц}$ согласно выражениям (7.11) и (7.12) переписывается в виде

$$\left.\begin{aligned} Y_{\substack{кц \\ p \to 0}} &= \frac{K_{фц}^{0}}{p^{\nu}}, \\ Y_{\substack{к \\ p \to 0}} &= \frac{K_{фц}^{0} K_{рл} K_{W} \cos \psi}{p^{2+\nu} + K_{фц} K_{рл} K_{W} \cos \psi} = 1, \\ \frac{Y_{к}}{Y_{кц}} &= \frac{p^{\nu}}{K_{фц}^{0}}. \end{aligned}\right\} \tag{7.53}$$

Таким образом, инструментальная ошибка контура управления, вызванная внешними и внутренними причинами, найдется как

$$\Delta_{\text{инстр}} = \Delta_{\text{вх}} + \frac{p^{\nu}}{K^{0}_{\text{фц}}}\Delta_{\text{вн}}. \qquad (7.54)$$

Поскольку $\Delta_{\text{вн}}$ принимается не изменяющейся во времени, то при наличии астатического звена в формирующей цепи ($\nu \neq 0$) внутренние инструментальные ошибки контура управления обращаются в нуль.

Напомним, что инструментальную ошибку радиолокатора ракеты мы искусственно вывели из контура и она входит в состав внешней ошибки. Тогда для случая $\nu \neq 0$

$$\Delta_{\text{инстр}} = \Delta_{\text{вх}}. \qquad (7.55)$$

При $\nu = 0$ инструментальная ошибка контура управления запишется в виде

$$\Delta_{\text{инстр}} = \Delta_{\text{вх}} + \frac{\Delta_{\text{вн}}}{K^{0}_{\text{фц}}}. \qquad (7.56)$$

Значения $\Delta_{\text{вх}}$ и $\Delta_{\text{вн}}$ — эквивалентные значения входных и внутренних ошибок контура управления, определяемые выражениями (7.46) и (7.47).

6. Ошибки, вызванные нелинейностями типа ограничений

В § 2 гл. VII указывалось, что ограничения в трактах контура управления в конечном итоге могут быть пересчитаны в ограничения маневренных свойств. Таким образом, в некоторый момент значение потребного нормального ускорения $W_{\text{потр}}$ будет больше располагаемых значений $W_{\text{расп}}$, т. е.

$$W_{\text{потр}} > W_{\text{расп}}. \qquad (7.57)$$

Если наступает это неравенство, то имеют место дополнительные отклонения ракеты от требуемого положения, т. е. возникает «текущий промах». Такое явление может наступить, например, на этапе вывода ракеты, при резком маневре цели, при дополнительном искривлении траектории в момент перехода на пассивный участок полета вследствие потери располагаемой перегрузки, вызываемой сбросом тяги. Если такое явление наступает на конечном этапе управления, то появляется дополнительная ошибка наведения.

Дополнительное значение промаха, вызываемое этим явлением, может быть найдено из следующих соображений. Пусть

$$\Delta W = W_{\text{потр}} - W_{\text{расп}}. \qquad (7.58)$$

Тогда при достаточно малом времени воздействия ΔW значение дополнительного промаха может быть найдено как

$$\Delta S = \int_{t_1}^{t_2} dt \int \Delta W dt, \tag{7.59}$$

где t_1 и t_2 — моменты начала и конца ограничения; если это явление имеет место в конце участка управления, то t_2 соответствует моменту встречи.

Формула (7.59) справедлива для условий, когда малы флюктуационные возмущения. В этом случае ракета совершает предельный маневр и система управления по сути дела разомкнута. При наличии больших флюктуационных возмущений время от времени возникают условия, когда система входит в режим линейного управления и расчеты по формуле (7.59) могут привести к существенной погрешности.

На рис. 7.25 рассмотрены три типовых случая.

Случай «а» соответствует условию, когда потребное значение ускорения, вызванное командой управления, превосходит порог ограничения и флюктуационные ускорения малы.

Случай «б» соответствует условию, когда потребное значение ускорения превосходит порог ограничения, а знакопеременная часть ускорения (флюктуационные ускорения) велика, что периодически приводит к недоиспользованию маневренных свойств ракеты (заштрихованные области).

Случай «в» соответствует условию, когда потребное значение ускорения меньше порога ограничения, однако периодическое ограничение имеет место за счет больших знакопеременных флюктуационных ускорений.

Первый случай (рис. 7.25, *а*) соответствует условиям, когда для расчетов возможно использование выражения (7.59). Оба других случая эквивалентны прохождению через нелинейный элемент полезного сигнала и флюктуационной помехи, что приводит к подавлению полезного сигнала, т. е. к уменьшению общего коэффициента усиления. Вследствие этого в обоих последних случаях будет возникать дополнительная ошибка, вызываемая данным явлением.

Получение точного значения промаха в последних случаях возможно методами моделирования. Для ориентировочных расчетов можно задачу свести к некоторому эквивалентному уменьшению располагаемого ускорения ракеты, т. е. считать, что

$$W^{э}_{расп} = kW_{расп}, \tag{7.60}$$

где $k<1$ — определяется среднеквадратичной величиной флюктуационного ускорения и соотношениями между потребным и располагаемым ускорениями, т. е.

$$k = F\left(\sigma_{W_{фл}}, W_{расп}, W_{потр}\right). \tag{7.61}$$

Таким образом, реально реализуемая перегрузка ракеты $W^{э}_{расп}$ меньше ее располагаемых маневренных возможностей.

Если значение k известно, то можно воспользоваться выражением (7.59) для расчета дополнительного промаха, вызванного не-

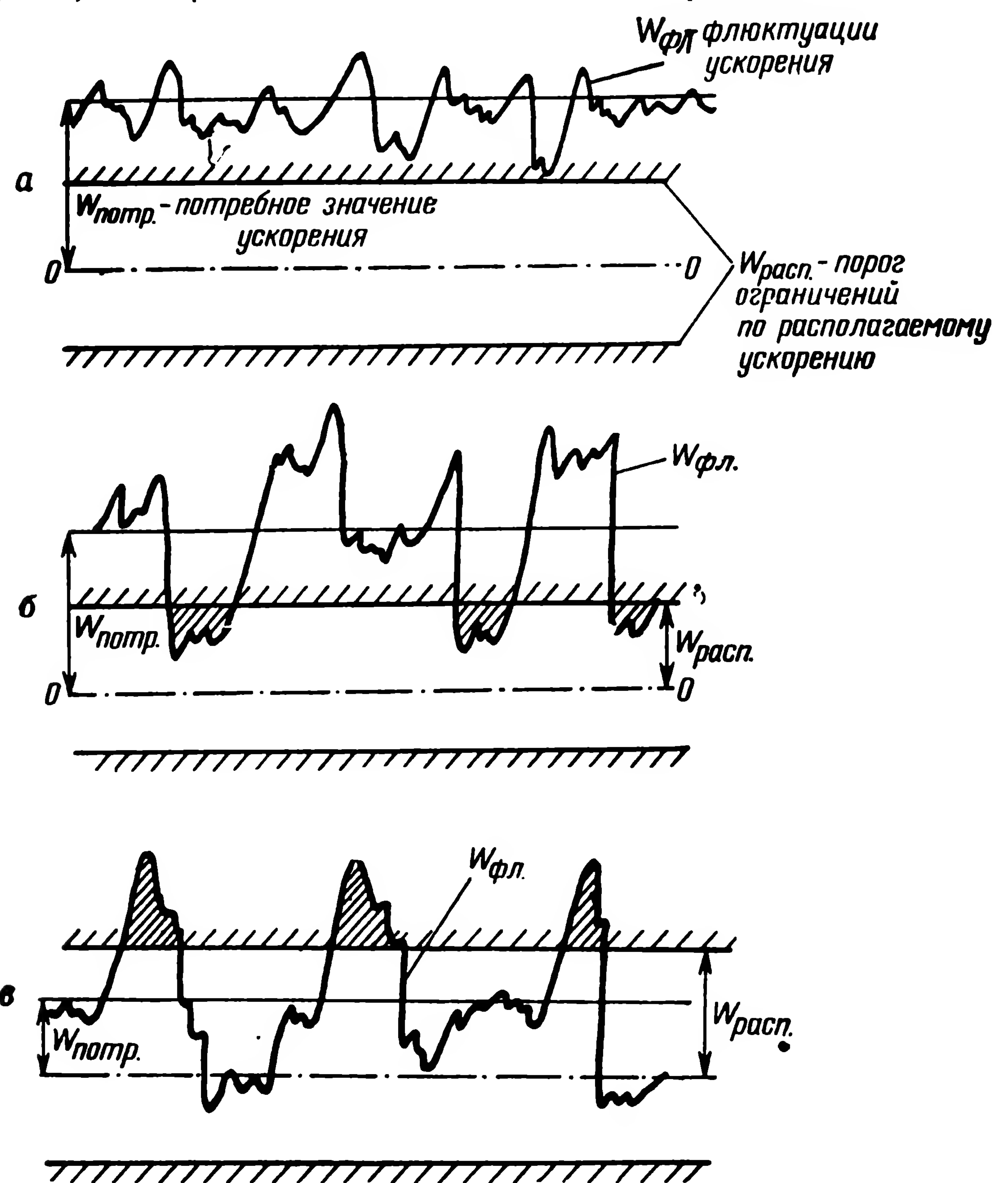


Рис. 7.25. Возможные варианты ограничения располагаемых ускорений ракеты

линейными ограничениями контура управления, и для двух последних случаев.

§ 7. РАССЕИВАНИЕ РАКЕТ

Рассмотренные в предыдущем параграфе составляющие ошибок определяют в совокупности полное рассеивание ракет. Каждая точка поражаемого пространства или в частном случае плоскости (если речь идет о поражении целей, расположенных на плоскости) может характеризоваться определенным законом рассеива-

ния с дисперсией $d_i = \sigma_i^2$, где σ_i — среднеквадратичная величина рассеивания, и математическим ожиданием m_i.

Индексом i обозначается i-й параметр. В общем случае это может быть любая характеристика движения ракеты, влияющая на эффективность поражения цели. Такими характеристиками могут явиться углы, определяющие положение осей ракеты, составляющие скорости ракеты и, наконец, линейные отклонения ракеты от цели в выбранной системе координат.

Совокупность всех этих характеристик рассеивания определяет n-мерный эллипсоид рассеивания.

В частном случае, когда можно полагать, что эффективность поражения цели определяется только линейными отклонениями ракеты от цели, эллипсоид рассеивания становится двух- или трехмерным.

Если рассматривать систему управления подрывом ракеты, обеспечивающую поражение целей, располагаемых на плоскости, то рассеивание можно свести к рассмотрению двухмерной задачи. В том случае, когда обеспечивается дистанционный подрыв ракеты с помощью специального взрывателя, имеет место трехмерное рассеивание ракет. Таким образом, в этом случае к рассеиванию, вызванному системой управления положением ракеты, добавляется рассеивание, вызванное системой управления подрывом. Рассмотрение последней задачи выходит за рамки данной книги.

Рассмотрим метод расчета рассеивания для случая командно-лучевого пространственного управления.

Все наши рассуждения строились в предположении, что пространственное управление можно рассматривать в виде двух независимых плоских задач. Будем полагать также, что полученные ошибки не имеют межканальной корреляционной связи и плоскости управления взаимно перпендикулярны.

Коль скоро в качестве ошибки рассеивания мы принимали для командно-лучевых методов угловые ($\Delta\varphi$) или линейные отклонения ракеты $l = \Delta\varphi \cdot R_p$, то эти ошибки располагаются в картинной плоскости, перпендикулярной упрежденному лучу.

Рассмотрим обе составляющие, характеризующие величину промаха: его математическое ожидание m_l и среднеквадратичное значение рассеивания σ_l.

Остановимся на первой характеристике m_l. Математическое ожидание ошибки наведения на цель в рассматриваемой точке пространства при заданных условиях движения цели может появиться за счет инструментальной и динамической составляющих ошибок. Если эта ошибка является систематической для всех условий, то она может быть скомпенсирована вводом соответствующих аппаратурных поправок. Однако может оказаться, что эти поправки (для каждой точки пространства свои) вводить аппаратурно достаточно сложно, тогда могут возникать некоторые заведомо известные систематические ошибки.

Полное значение систематической ошибки по каждому из каналов найдется в виде

$$\left.\begin{aligned} m_y &= m_{\text{д}y} + m_{\text{и}y}, \\ m_z &= m_{\text{д}z} + m_{\text{и}z}. \end{aligned}\right\} \quad (7.62)$$

Поскольку по условиям предполагается, что плоскости управления ортогональны, то модуль систематической ошибки равен

$$m = \sqrt{m_y^2 + m_z^2}. \quad (7.63)$$

В выражениях (7.62) m_y и m_z — полные значения систематической ошибки в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Индексами «д» и «и» обозначены динамические и инструментальные составляющие ошибки.

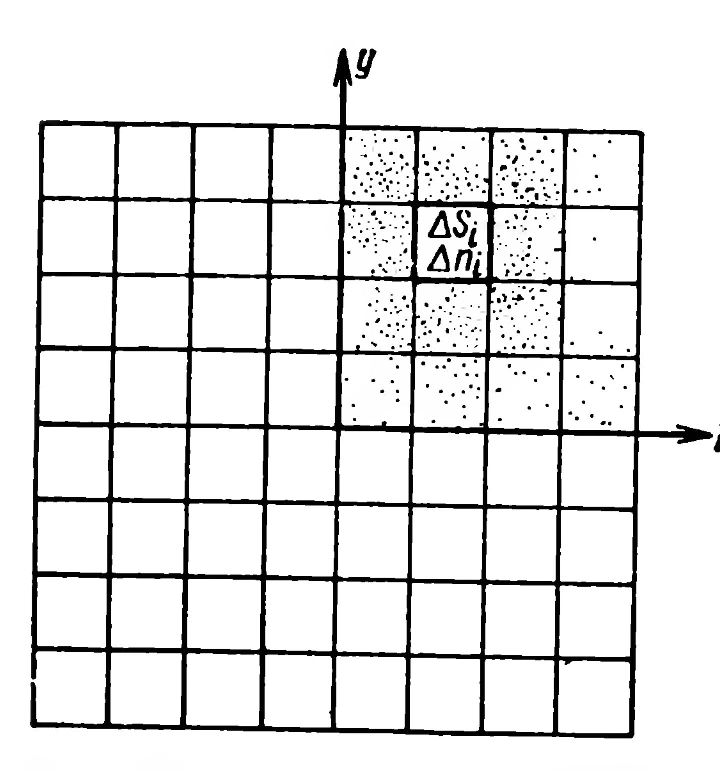


Рис. 7.26. К расчету рассеивания ракеты

Случайные ошибки возникают за счет всех составляющих ошибок (кроме методической), рассмотренных в § 3. Полагая, что составляющие ошибки не связаны между собой, полное среднеквадратичное значение случайной составляющей ошибки по каждому из каналов найдется в виде

$$\left.\begin{aligned} \sigma_y &= \sqrt{\sigma_{\text{ф}y}^2 + \sigma_{\text{п}y}^2 + \sigma_{\text{д}y}^2}, \\ \sigma_z &= \sqrt{\sigma_{\text{ф}z}^2 + \sigma_{\text{п}z}^2 + \sigma_{\text{д}z}^2}. \end{aligned}\right\} \quad (7.64)$$

Индексом «ф», «и» и «д» соответственно обозначены флюктуационные, инструментальные и динамические составляющие ошибок.

Остановимся на некоторых особенностях этих составляющих. Флюктуационная ошибка является быстро меняющейся величиной, поэтому ее характеристика в виде дисперсии физически очевидна. Инструментальные и динамические ошибки могут быть постоянны в течение одной реализации. Поэтому речь идет о дисперсии этих ошибок как характеристике закона рассеивания, полученного в результате большого числа реализаций.

Таким образом, нами получены составляющие и модуль систематической ошибки (7.62) и (7.63), а также составляющие случайной ошибки (7.64). Эти составляющие образуют в картинной плоскости некоторый эллипс рассеивания, каждая точка которого характеризуется плотностью распределения вероятности $f(S)$ на плоскости S.

Обратимся к рис. 7.26. Пусть в нашем распоряжении будет достаточно большое количество реализаций N. Число попаданий в квадрат с площадью ΔS_i будет характеризоваться величиной Δn_i.

Тогда плотность вероятности $f(S)$ может быть получена как предел отношения:

$$f(S) = \frac{\Delta n_i}{\Delta S_i N}. \quad (7.65)$$
$$\Delta S_i \to 0$$

Если на плоскости в каждом квадрате восставить перпендикуляр, величина которого была бы равна плотности, то огибающая поверхность (рис. 7.27) дала бы нам фигуру, характеризующую закон распределения плотности на площади. Горизонтальные сечения этой фигуры ведут линии равной плотности вероятности, которые представляют собой эллипс.

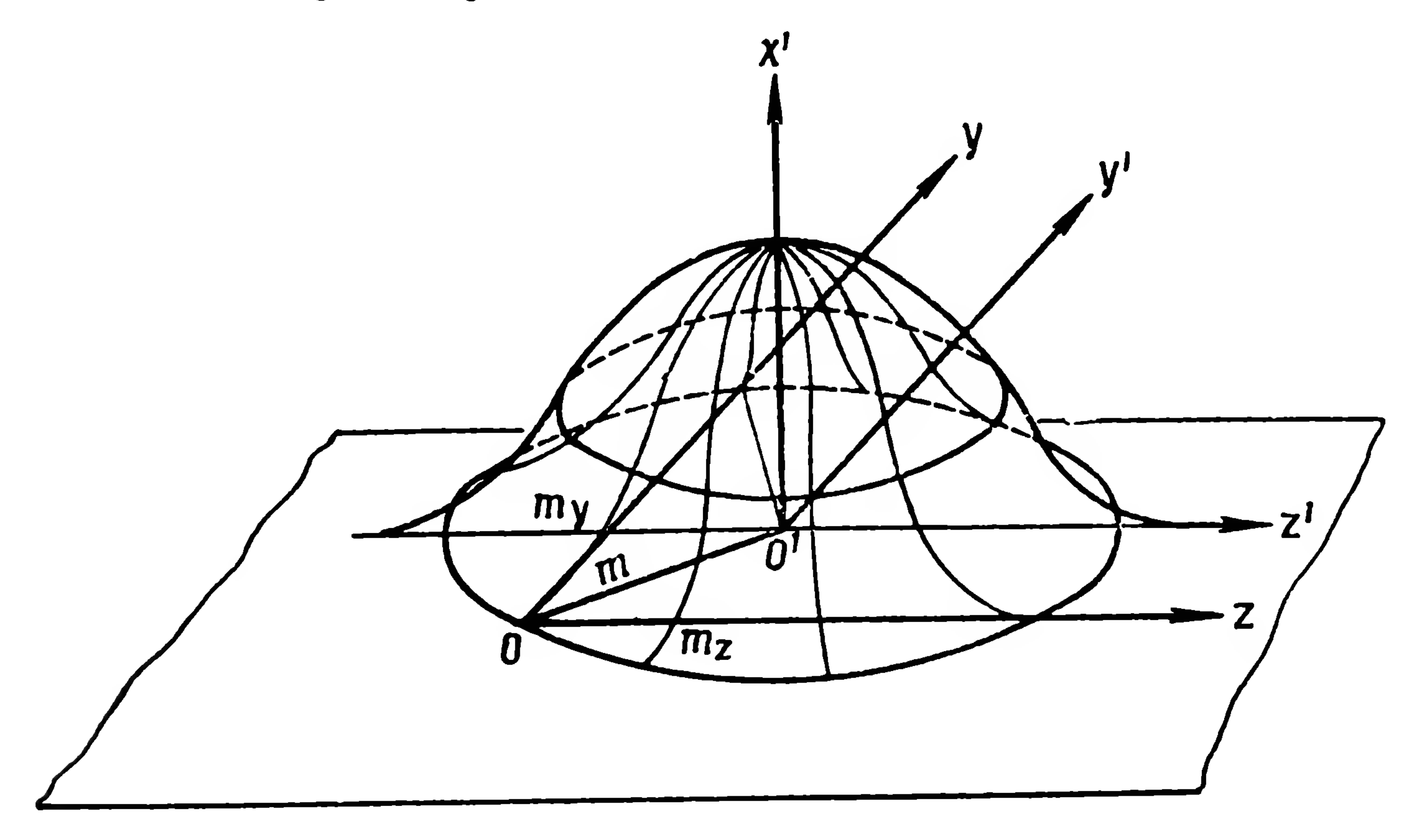


Рис. 7.27. Закон распределения плотности рассеивания на плоскости

Ось симметрии $O'x'$ фигуры отстоит на величину m от точки O, совпадающей с целью. Сечения фигуры плоскостями, проходящими через ось симметрии и параллельными осям Oy и Oz, дают законы распределения случайной составляющей ошибки по каждой плоскости управления. Их характеристики σ_y и σ_z даны выражениями (7.64).

Если эти распределения случайных составляющих ошибок по каждой плоскости независимы и подчинены гауссовскому нормальному закону, то плотность вероятности (7.65) может быть записана в виде

$$f(zy) = f(z)\, f(y) = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_z} e^{-\left[\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2} + \frac{(z-m_z)^2}{2\sigma_z^2}\right]}. \quad (7.66)$$

Для некоторых расчетов иногда бывает удобным получить закон рассеивания на плоскости в виде функции одного параметра $R = \sqrt{z^2 + y^2}$.

Смысл этой характеристики станет ясным при рассмотрении рис. 7.28.

Пусть будет задано на плоскости распределение $f(zy)$. Интересующая нас характеристика $F(R)$ будет получена, если мы найдем относительное число попаданий в кольцо радиуса R и шириной ΔR.

Переход к новому переменному осуществляется путем замены в формуле (7.66):

$$z = R\cos\theta; \quad m_z = m\cos\theta_0;$$
$$y = R\sin\theta; \quad m_y = m\sin\theta_0,$$

где m — отклонение центра рассеивания, равное

$$R_0 = \sqrt{m_y^2 + m_z^2}.$$

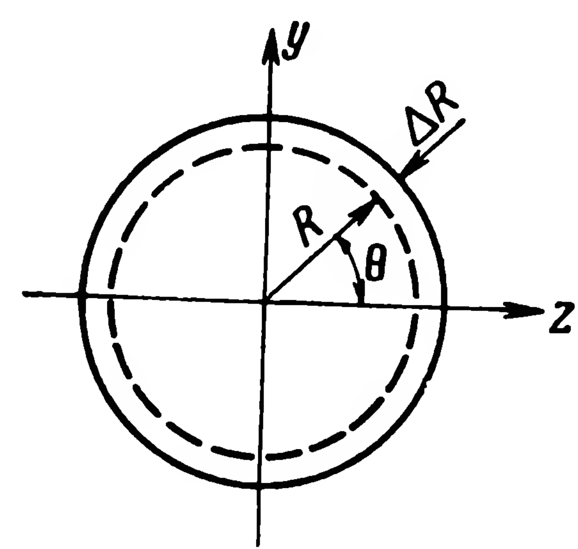


Рис. 7.28. К расчету функции $f(R)$



Рис. 7.29. Примерный вид функции $F(R)$

Тогда выражение (7.66) перепишется в виде

$$f(R, \theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_z\sigma_y} e^{-\left[\frac{(R\cos\theta - R_0\cos\theta_0)^2}{2\sigma_z^2} + \frac{(R\sin\theta - R_0\sin\theta_0)^2}{2\sigma_y^2}\right]}. \tag{7.67}$$

Усредненное значение плотности по кольцу будет равно

$$\bar{f}(R) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(R, \theta)\, d\theta \tag{7.68}$$

и вероятность попадания в единичное кольцо радиуса R и шириной $\Delta R = 1$

$$F(R) = \bar{f}(R)\, 2\pi R.$$

Полученное выражение с учетом выражений (7.67) и (7.68) перепишется так:

$$F(R) = \frac{R}{2\pi\sigma_z\sigma_y}\int_0^{2\pi}\left\{e^{-\left[\frac{(R\cos\theta - R_0\cos\theta_0)^2}{2\sigma_z^2} + \frac{(R\sin\theta - R_0\sin\theta_0)^2}{2\sigma_y^2}\right]}\right\} d\theta. \tag{7.69}$$

Примерный вид этой функции представлен на рис. 7.29.

Характерно, что при любых значениях σ_z, σ_y и R_0 при $R \to 0$ $F(R) \to 0$.

§ 8. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

В начале предыдущего параграфа указывалось, что вероятность поражения цели может зависеть от характеристик рассеивания целого ряда параметров полета ракеты и цели.

Рассмотрим метод расчета вероятности поражения цели для простейшего случая, когда эффективность поражения зависит только от ошибок наведения ракеты.

Для оценки этой величины необходимо знать, помимо характеристик рассеивания ракеты, заданных в виде двухмерного закона плотности распределения ошибок на плоскости (7.66), также закон, характеризующий уязвимость самой цели. Он задается в виде некоторой функции $M(y, z)$, характеризующей вероятность поражения цели в зависимости от точки подрыва ракеты на картинной плоскости. Если соединить все точки на плоскости, обеспечивающие одинаковую вероятность поражения, то получим некоторые замкнутые линии, характеризующие закон поражения цели $M(y, z)$, рис. 7.30.

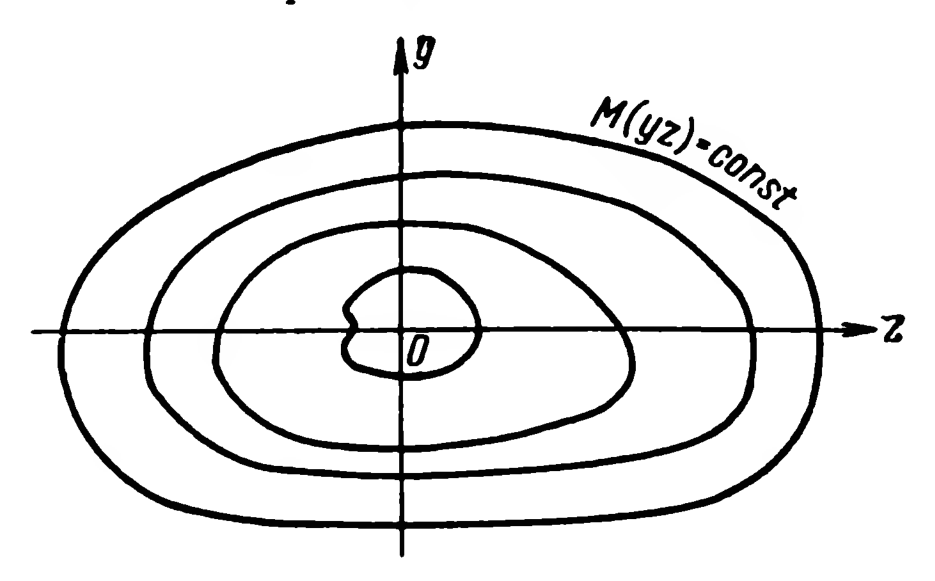


Рис. 7.30. Примерный вид двухмерного закона поражения

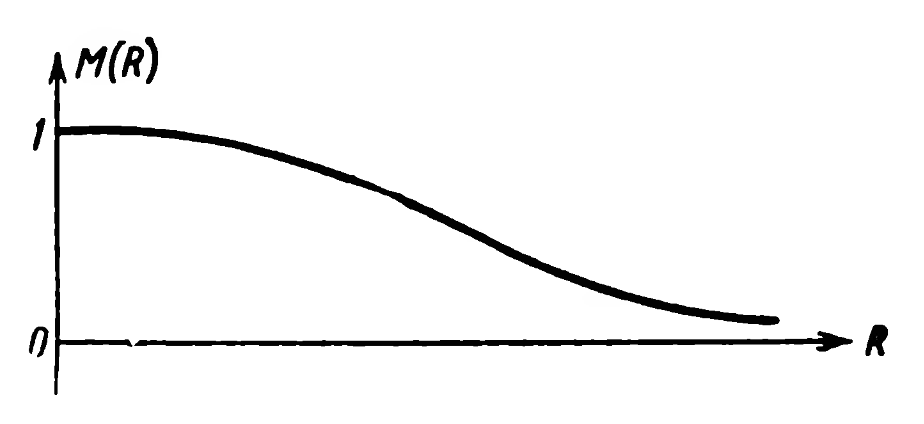


Рис. 7.31. Одномерный закон поражения

Тогда вероятность поражения цели одной ракетой определится как

$$Q = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(z, y) M(y, z) \, dz \, dy. \tag{7.70}$$

Зная закон рассеивания (7.66) и закон поражения $M(y, z)$, значение Q может быть найдено либо аналитически, либо численным интегрированием.

Задача значительно упрощается, если закон поражения симметричен относительно всех направлений подрыва (т. е. цель имеет одинаковую уязвимость со всех сторон). В таком случае двухмерный закон $M(y, z)$ может быть задан в виде функции радиуса подрыва $M(R)$ (рис. 7.31).

При этом представляется возможность использовать выражение для рассеивания также в виде одномерной функции $F(R)$ (7.69). Тогда вероятность поражения может быть записана в виде:

$$Q = \int_{0}^{\infty} F(R) M(R) \, dR. \tag{7.71}$$

Глава VIII

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И КОНТУР УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

§ 1. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ

В предыдущей главе была приведена методика полного анализа системы командного управления. Такие вопросы, как полное рассеивание, расчет вероятности поражения, являются общими для любых систем управления. Поэтому в данной главе рассматриваются лишь специфические особенности систем самонаведения.

Контур самонаведения включает в себя следующие основные элементы: контур стабилизации, головку самонаведения (координатор), блок формирования команд и кинематическое звено.

Контур стабилизации, включающий собственно ракету с системами обратных связей, является звеном, общим для любой системы управления, и подробно рассмотрен в гл. V.

Как и в гл. VII, обозначим это звено в виде нелинейного оператора (символа) $Z_{\text{кс}}$ для нелинейных структурных схем и в виде оператора Y_{x}^{W} в линеаризованных структурных схемах.

Блок формирования команд включает формирующие ячейки типа (7.2). Параметры этого блока выбираются из тех же соображений, что и для контура командного управления. В блоки формирования должны быть включены цепи, обеспечивающие устойчивость полета, возможны также элементы, стабилизирующие нестационарность кинематических связей. При формировании команды должны быть также предусмотрены ограничения, исключающие перегрузки трактов управления.

Радиолокационный координатор цели представляет собой радиолокатор, математическое описание которого аналогично описанию обычного радиолокатора. Соображения по этому поводу были высказаны в § 4 гл. VII.

Имеется определенная специфика в работе координатора, связанная с работой на борту ракеты. Заключается она в следующем:

1. Координатор работает на подвижной основе (ракете). Для

связанных систем самонаведения (гл. I, § 5) эта особенность отражается в кинематических связях.

В развязанных системах самонаведения в ряде случаев не удается полностью «развязать» радиолокационный координатор от угловых перемещений ракеты. Поэтому в таких случаях необходимо учитывать это обстоятельство в виде дополнительных паразитных связей, накладываемых на общие связи контура самонаведения.

2. Координатор работает на борту ракеты за радиопрозрачным обтекателем. В силу того что диэлектрическая постоянная обтекателя отлична от единицы, в нем возникает преломление радиоволн, в результате чего появляются угловые ошибки в определении положения цели. В силу несферичности обтекателя величина этой ошибки является функцией угла, составленного продольной осью ракеты и направлением на цель. Это обстоятельство также находит отражение в виде дополнительной связи в общей структурной схеме контура самонаведения.

Особенность любого контура управления отражают кинематические связи. Для связанных и развязанных систем самонаведения они имеют свои особенности. В следующем параграфе подробно рассматриваются кинематические звенья систем самонаведения, попутно здесь же решается вопрос о месте подключения и характере входных кинематических возмущений.

§ 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

Рассмотрим кинематические связи для трех случаев самонаведения, описанных в гл. I:

1) связанная система самонаведения при наведении по методу прямого преследования;

2) развязанная система самонаведения при наведении по методу параллельного сближения;

3) развязанная система самонаведения при наведении по методу пропорциональной навигации.

1. Наведение по методу прямого преследования

Перепишем общее уравнение курсового управления (3.18) следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= -V_р \cos\sigma_р + V_ц \cos\sigma_ц; \\ r\dot{\lambda} &= V_ц \sin\sigma_ц - V_р \sin\sigma_р. \end{aligned}\right\} \quad (8.1)$$

Согласно рис. 8.1:

$$\sigma_р = \theta_р - \lambda;$$
$$\sigma_ц = \theta_ц - \lambda.$$

Для случая прямого преследования уравнения (8.1) дополняются уравнением метода

$$\sigma_{\text{р}} = 0. \tag{8.2}$$

Однако последнее уравнение соответствует идеальной картине самонаведения.

Реально существует сигнал рассогласования δ, образуемый направлением «цель — ракета» и вектором скорости $V_{\text{р}}$ (рис. 8.2).

Поэтому для реальных условий самонаведения уравнение метода прямого преследования запишется в виде

$$\sigma_{\text{р}} = \delta \tag{8.3}$$

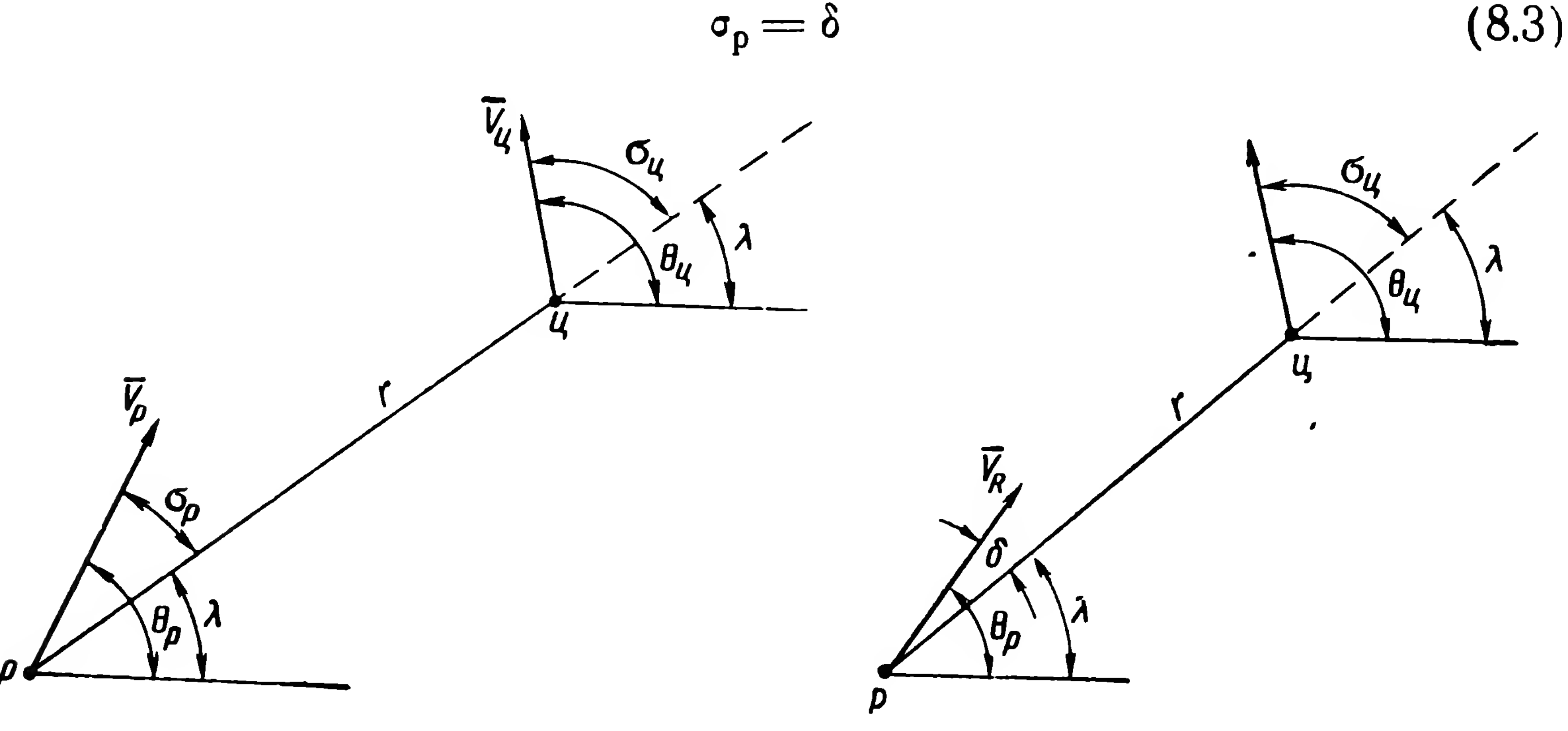


Рис. 8.1. Общая геометрическая схема самонаведения

Рис. 8.2. Кинематическая схема при самонаведении по методу прямого преследования

и соответственно уравнения (8.1) перепишутся в виде

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= V_{\text{ц}} \cos \sigma_{\text{ц}} - V_{\text{р}} \cos \delta; \\ r\dot{\lambda} &= V_{\text{ц}} \sin \sigma_{\text{ц}} - V_{\text{р}} \sin \delta. \end{aligned}\right\} \tag{8.4}$$

Под кинематическими связями для рассматриваемого случая будем понимать связь между выходным параметром ракеты W и сигналом рассогласования δ.

Согласно рис. 8.2:

$$\sigma_{\text{ц}} = \theta_{\text{ц}} - \lambda;$$

$$\lambda = \theta_{\text{р}} - \delta$$

и соответственно

$$\sigma_{\text{ц}} = \theta_{\text{ц}} - \theta_{\text{р}} + \delta.$$

Подставляя в выражение (8.4) полученное значение $\bar{\sigma}_{\text{ц}}$, имеем:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= V_{\text{ц}} \cos (\theta_{\text{ц}} - \theta_{\text{р}} + \delta) - V_{\text{р}} \cos \delta; \\ r(\dot{\theta}_{\text{р}} - \dot{\delta}) &= V_{\text{ц}} \sin (\theta_{\text{ц}} - \theta_{\text{р}} + \delta) - V_{\text{р}} \sin \delta. \end{aligned}\right\} \tag{8.5}$$

Поскольку δ мало, то можно положить $\sin\delta=\delta$ и $\cos\delta=1$, тогда полученное выражение легко преобразовать к виду:

$$\left.\begin{aligned} \dot r &= V_ц\,[\cos(\theta_ц-\theta_р)-\delta\sin(\theta_ц-\theta_р)]-V_р; \\ r(\dot\theta_р-\dot\delta) &= V_ц\,[\sin(\theta_ц-\theta_р)+\delta\cos(\theta_ц-\theta_р)]-V_р\dot\delta. \end{aligned}\right\} \quad (8.6)$$

Для удобства построения структурной схемы второе уравнение системы (8.6) удобно переписать в виде

$$V_р\dot\delta = V_ц\,[\sin(\theta_ц-\theta_р)+\delta\cos(\theta_ц-\theta_р)]-r(\dot\theta_р-\dot\delta).$$

Рис. 8.3. Исходная нелинейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу прямого преследования

Полученная система уравнений (8.6) позволяет построить нелинеаризованную схему кинематического звена связи между W и входным сигналом рассогласования бортовой системы управления δ.

Для получения связи между W и $\theta_р$ необходимо дополнить полученную систему уравнений (8.6) известным соотношением

$$W_р = V_р\dot\theta_р. \quad (8.7)$$

Входным сигналом структурной схемы является W, выходным δ, входными возмущениями — курс и скорость цели $\theta_ц(t)$ и $V_ц(t)$ и флюктуации сигнала рассогласования $\delta_{фл}$. $V_р$ — скорость ракеты, принимается в качестве независимого параметра, задаваемого в виде функции времени.

Исходная структурная схема изображена на рис. 8.3.

На структурной схеме часть, отображающая первое уравнение системы (8.6), обведена пунктиром и обозначена цифрой I и соответственно цифрой II для второго уравнения. Рассмотрим первую часть.

Входными сигналами для этой части схемы являются $\theta_ц$, $\theta_р$ и δ. Прохождение этих сигналов до Σ_1 соответствует первой части уравнения I. Далее идет умножение на скорость $V_ц$, которая также является входным сигналом этой части схемы. После суммирования на Σ_2 структурная схема полностью соответствует первому уравнению с выходным сигналом $\dot{r}$.

Для получения сигнала r, который является входным для второй части структурной схемы, осуществляется интегрирование звеном $\frac{1}{p}$.

Построение второй части схемы также легко проследить непосредственно по схеме.

Сигнал с выхода второй части δ идет на звено «ракета» для формирования команды и в виде обратной связи на первую и вторую части структурной схемы.

Сигнал $\dot{\delta}$ после прохождения звена «ракета» преобразуется в W и далее в $\theta_р$, который по цепи обратной связи поступает на первую и вторую части схемы.

Рассмотрим далее линеаризованную систему для условия наведения по методу прямого преследования.

Примем, как и ранее, в качестве варьируемых параметров $\theta_р$, $\dot{\theta}_р$, r, $\dot{r}$, δ и $\dot{\delta}$.

Система уравнений (8.6) после линеаризации приобретает следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot{r} = V_ц\,[\sin(\theta_{ц0} - \theta_{р0})\,\Delta\theta_р - \Delta\delta\sin(\theta_{ц0} - \theta_{р0}) + \\ + \delta_0\cos(\theta_{ц0} - \theta_{р0})\,\Delta\theta_р]; \\ \Delta r\,(\dot{\theta}_{р0} - \dot{\delta}_0) + r_0\,(\Delta\dot{\theta}_р - \Delta\dot{\delta}) = - V_ц\,[\cos(\theta_{ц0} - \theta_{р0})\,\Delta\theta_р + \\ + \Delta\delta\cos(\theta_{ц0} - \theta_{р0}) + \delta_0\sin(\theta_{ц0} - \theta_{р0})\,\Delta\theta_р] - V_р\Delta\delta.\end{aligned}\right\} \quad (8.8)$$

Далее для условий наведения по методу прямого преследования будем полагать, что установившиеся значения угла рассогласования δ_0 и его производной $\dot{\delta}_0$ достаточно малы, т. е. веса членов системы уравнений (8.8), содержащие в качестве множителей δ_0 и $\dot{\delta}_0$, существенно малы по сравнению с другими слагаемыми. Это следует непосредственно из определения метода прямого преследования, согласно которому при идеальном выполнении метода $\delta \to 0$. Подобное допущение несколько упрощает систему уравнений.

С учетом этого предположения система уравнений (8.8) может быть переписана так:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot{r} &= V_ц\,[\sin(\theta_{ц0}-\theta_{р0})\,\Delta\theta_р - \Delta\delta\sin(\theta_{ц0}-\theta_{р0})] = \\ &= V_ц\sin(\theta_{ц0}-\theta_{р0})\,(\Delta\theta_р-\Delta\delta); \\ \Delta r\dot{\theta}_{р0} + r_0\,\Delta\dot{\theta}_р - r_0\Delta\dot{\delta} &= -\Delta\theta_р V_ц\cos(\theta_{ц0}-\theta_{р0}) - \\ &- \Delta\delta\,[V_р - V_ц\cos(\theta_{ц0}-\theta_{р0})].\end{aligned}\right\} \quad (8.9)$$

Введем обозначения и перепишем полученную систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot{r} &= K_1(\Delta\theta_р-\Delta\delta); \\ \Delta r K_2 + K_3\Delta\dot{\theta}_р - K_3\Delta\dot{\delta} + K_4\Delta\theta_р &= -K_5\Delta\delta,\end{aligned}\right\} \quad (8.10)$$

где

$$\left.\begin{aligned}K_1 &= V_ц\sin(\theta_{ц0}-\theta_{р0}); \\ K_2 &= \dot{\theta}_{р0}; \\ K_3 &= r_0; \\ K_4 &= V_ц\cos(\theta_{ц0}-\theta_{р0}); \\ K_5 &= V_р - K_4.\end{aligned}\right\} \quad (8.11)$$

Для получения связи между выходным параметром ракеты W линеаризованную систему уравнений кинематической связи следует дополнить линеаризованным уравнением:

$$\Delta W = V_р\Delta\dot{\theta}_р. \quad (8.12)$$

С учетом последнего выражения полная линеаризованная структурная схема системы самонаведения может быть изображена в виде, представленном на рис. 8.4.

Построение схемы достаточно просто.

На Σ_1 суммируются сигналы $\Delta\delta$ и $\Delta\theta_р$. После умножения на K_1 формируется сигнал $\Delta\dot{r}$. Эта часть отображает первое уравнение системы (8.10). На Σ_2 суммируются четыре сигнала, являющиеся слагаемыми второго уравнения: $K_2\Delta r$, $K_3\Delta\dot{\theta}_р$, $K_3\Delta\dot{\delta}$ и $K_4\Delta\theta_р$. Сигнал с выхода Σ_2, поделенный на $-K_5$, дает сигнал $\Delta\delta$. Сигнал $\Delta\delta$ далее разветвляется и идет на звено «ракета» для формирования команды управления и по цепям обратных связей на Σ_1 и Σ_2. Сигнал $\Delta\theta_р$ формируется в результате прохождения сигнала $\Delta\delta$ звена «ракета» и кинематической цепи $\frac{1}{V_р}$; $\frac{1}{p}$ и по цепи обратной связи в структурную схему, отображающую систему уравнений (8.10).

Для проведения сравнительного анализа отдельных ветвей кинематической связи удобно преобразовать полученную структур-

ную схему на участке от $\Delta\Theta_p$ (точка *1*) до выхода кинематической схемы $\Delta\delta$ (точка *2*). Для этой цели перенесем входные связи из точек *3* и *4* по ходу прохождения сигнала в точку *2*. Тогда эта

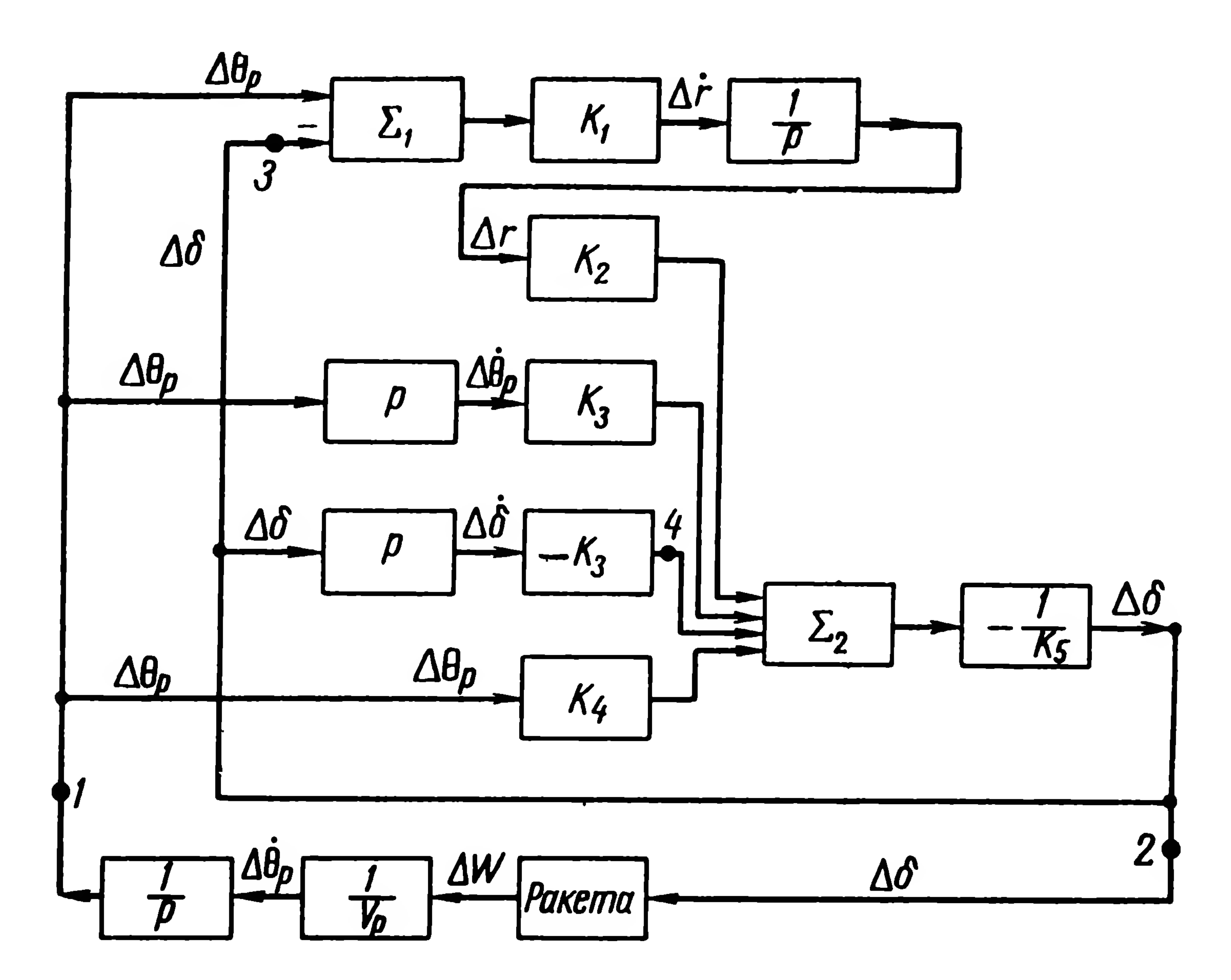


Рис. 8.4. Исходная линейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу прямого преследования

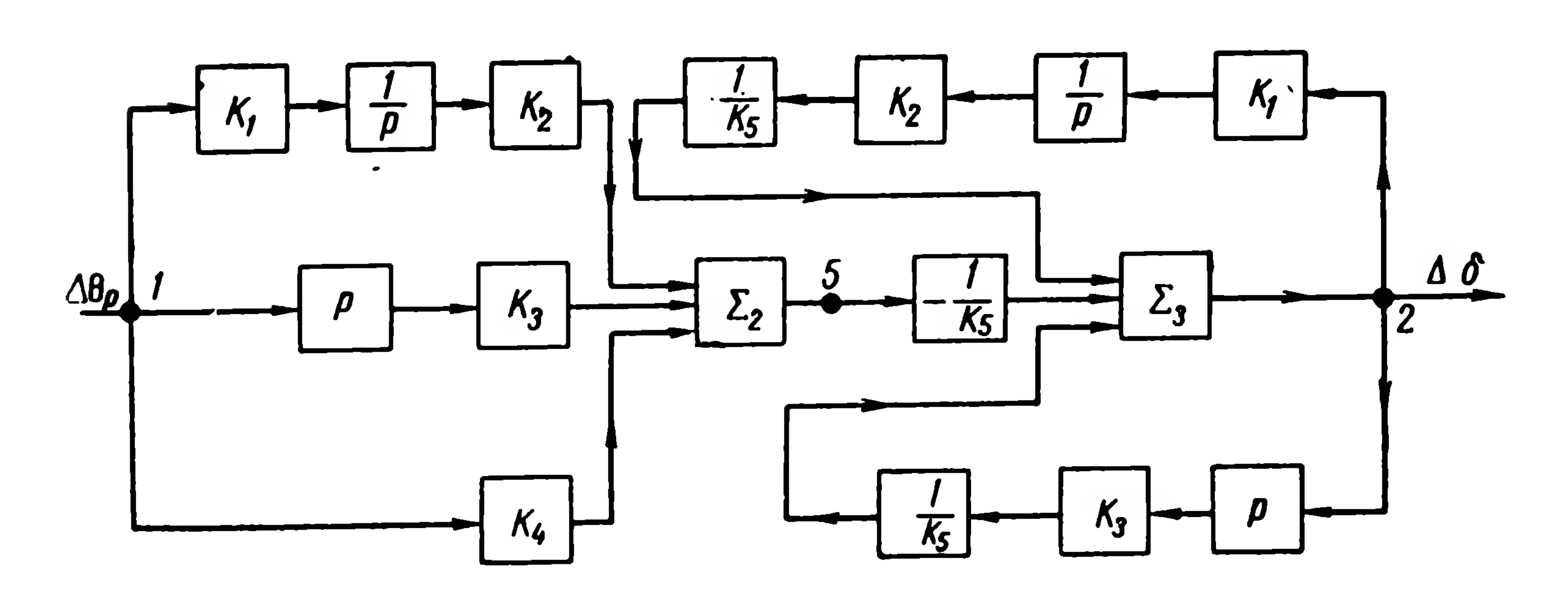


Рис. 8.5. Преобразованная линейная структурная схема участка $\Delta\theta_p \to \Delta\delta$

часть структурной схемы может быть преобразована к виду, изображенному на рис. 8.5.

Полученная структурная схема позволяет произвести качественную оценку веса каждой из ветвей. Рассмотрим структурную схему на участке между точками *1* и *5*.

Этот участок состоит из трех параллельных ветвей. Запишем операторы каждой из ветвей, используя для качественной оценки метод «замораживания» коэффициентов:

$$\left.\begin{aligned} Y_1(p) &= K_1K_2\frac{1}{p}; \\ Y_2(p) &= K_3p; \\ Y_3(p) &= K_4. \end{aligned}\right\} \qquad (8.13)$$

Зная значения коэффициентов K_1, K_2, K_3 и K_4 из системы (8.11), нетрудно для определенных частот $p=j\omega$ найти числовые значения каждой из ветвей и затем отбросить малозначащие связи. Обычно оценки эти производятся вблизи резонансных частот контура самонаведения.

Аналогичным образом могут быть оценены ветви второй части структурной схемы (рис. 8.5) от точки *5* до точки *2*, имеющие передаточные функции:

$$\left.\begin{aligned} Y_4(p) &= \frac{1}{K_5}K_2\frac{1}{p}K_1, \\ Y_5(p) &= \frac{1}{K_5}K_3p. \end{aligned}\right\} \qquad (8.14)$$

Рассмотрим вопрос о входных возмущениях и месте их приложения.

При построении структурных схем для командных методов это обстоятельство не вызывало затруднений и точка их приложения находилась из чисто физических соображений.

При рассмотрении же функциональной структурной схемы системы самонаведения в гл. I мы заменили воздействие этих входных возмущений некоторым эквивалентным воздействием λ (рис. 1.27).

Построение тонкой математической структурной схемы кинематического звена позволило расшифровать это понятие «эквивалентного» возмущения.

В исходной нелинеаризованной структурной схеме подобными входными кинематическими возмущениями являются курс и скорость цели $\theta_ц$ и $V_ц$, приложенные в различных точках структурной схемы (рис. 8.3).

Обратимся теперь к входным возмущениям линеаризованной структурной схемы.

При строгой постановке задачи дело обстоит следующим образом: необходимо найти реакцию системы на возмущения $\Delta\theta_ц$ и $\Delta V_ц$.

Для этой цели при линеаризации исходной системы уравнений (8.6) следовало считать варьируемыми параметрами также $V_ц$ и $\theta_ц$.

Нетрудно показать, что линеаризованная система уравнений (8.10) в этом случае приобретает следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot{r} &= K_1(\Delta\theta_{р}-\Delta\theta_{ц})-\Delta\delta K_1+K_6\Delta V_{ц},\\ \Delta r K_2+K_3(\Delta\dot{\theta}_{р}-\Delta\dot{\delta})&+K_4(\Delta\theta_{р}-\Delta\theta_{ц})+K_7\Delta V_{ц}=-K_5\Delta\delta,\end{aligned}\right\} \quad (8.15)$$

где

$$\left.\begin{aligned}K_6 &= \cos(\theta_{ц0}-\theta_{р0}),\\ K_7 &= \sin(\theta_{ц0}-\theta_{р0}).\end{aligned}\right\} \quad (8.16)$$

Из полученных выражений видно, что возмущение $\Delta\theta_{ц}$ должно прикладываться в тех же точках, где и $\Delta\theta_{р}$ (рис. 8.6).

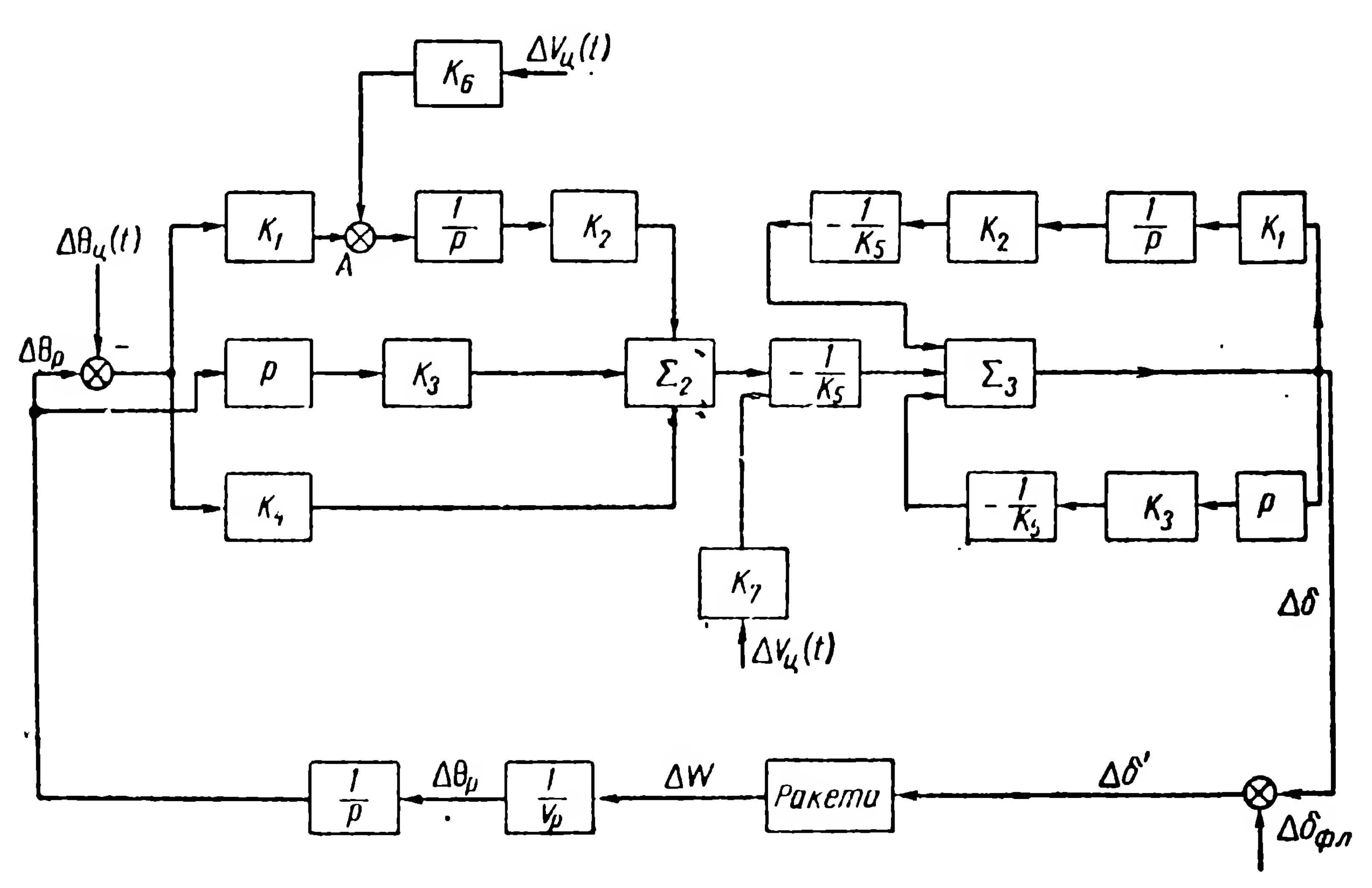


Рис. 8.6. Преобразованная линейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу прямого преследования с входными возмущениями

$\Delta V_{ц}$ прикладывается в двух точках структурной схемы (точка A и Σ_3, рис. 8.6), через усилительные звенья K_6 и K_7 как независимое входное возмущение.

Что касается флюктуационного возмущения, связанного с измерением угла $\Delta\delta$, то место его приложения можно получить из физических представлений.

Линеаризованные структурные схемы (рис. 8.4 и рис. 8.5) отображают чисто кинематические соотношения. Очевидно, что реально величина $\Delta\delta$, являющаяся выходным сигналом структурной схемы, измеряется с ошибкой $\Delta\delta_{ф}$. Поэтому величину $\Delta\delta_{ф}$ прикладывают прямо на выходе кинематического звена.

2. Наведение по методу параллельного сближения

Перепишем общее уравнение самонаведения:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= -V_р \cos\sigma_р + V_ц \cos\sigma_ц; \\ r\dot{\lambda} &= V_ц \sin\sigma_ц - V_р \sin\sigma_р, \\ \sigma_р &= \theta_р - \lambda, \\ \sigma_ц &= \theta_ц - \lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (8.17)$$

Для случая самонаведения по методу параллельного сближения уравнения (8.17) дополняются в идеальном случае уравнением метода $\lambda=\lambda_0$, где λ_0 — некоторое заданное исходное направление линии «цель — ракета».

Реально существует в системе управления сигнал рассогласования

$$\delta = \lambda_0 - \lambda. \qquad (8.18)$$

В рассматриваемом случае под кинематическими связями будем понимать связь между выходным параметром ракеты W и углом λ, где λ — реальный угол направления «ракета — цель» (рис. 8.7).

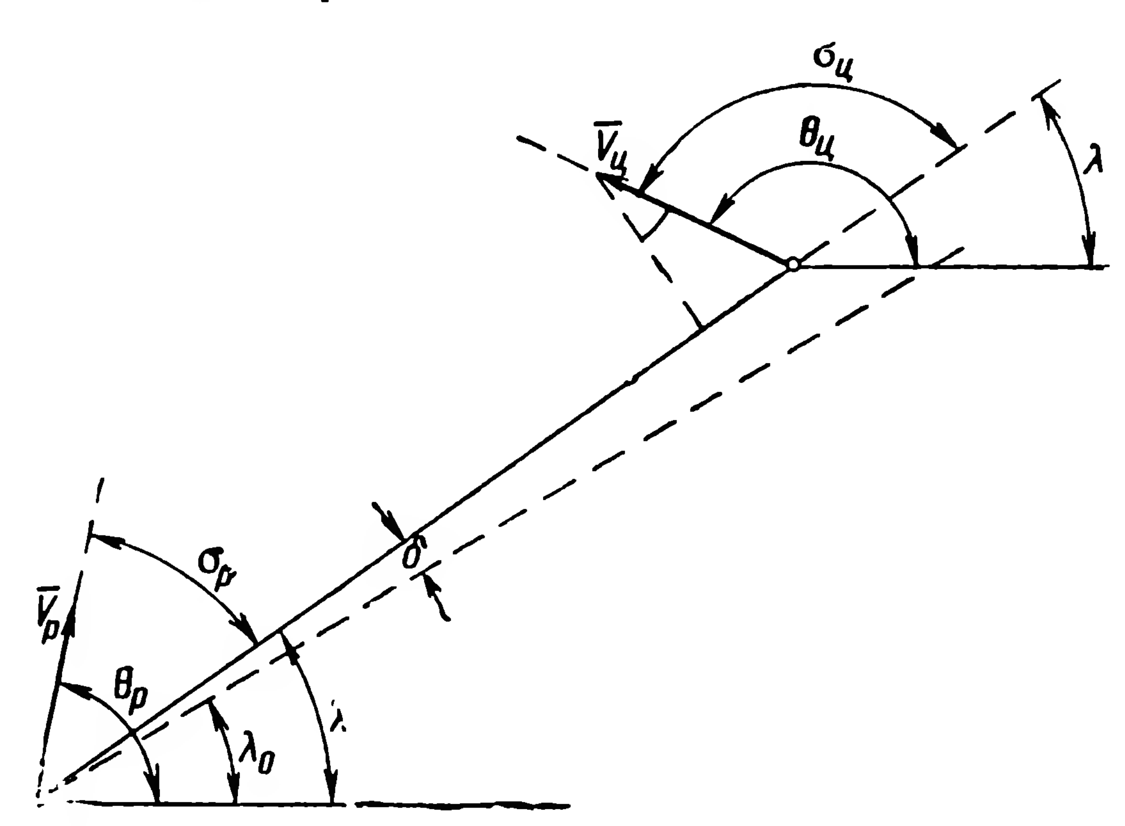


Рис. 8.7. Кинематическая схема при самонаведении по методу параллельного сближения

Входными кинематическими возмущениями будут являться независимые сигналы, параметры движения цели: курс $\theta_ц(t)$ и скорость $V_ц(t)$.

Кроме указанных кинематических возмущений, к выходу кинематического звена $W \to \lambda$ прикладываются флюктуационные возмущения $\Delta\lambda_ф$, вызванные ошибками измерения координатором угла λ.

Поскольку в качестве выходного параметра ракеты принимается W, то кинематические уравнения (8.17) и (8.18) должны быть дополнены известным уравнением

$$W = V_р \dot{\theta}_р. \qquad (8.19)$$

Как и ранее, принимается, что скорость ракеты $V_р$ является независимой функцией времени.

С учетом выражений (8.18) и (8.19) общая система дифференциальных уравнений (8.17), определяющих кинематическую связь

между W и λ в случае самонаведения по методу параллельного сближения, может быть переписан в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot r &= -V_р \cos(\theta_р - \lambda) + V_ц \cos(\theta_ц - \lambda);\\ r\dot\lambda &= V_ц \sin(\theta_ц - \lambda) - V_р \sin(\theta_р - \lambda);\\ W &= V_р \dot\theta_р;\\ \delta &= \lambda_0 - \lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (8.20)$$

В соответствии с этой системой уравнений нетрудно построить исходную нелинейную структурную схему кинематического звена (рис. 8.8).

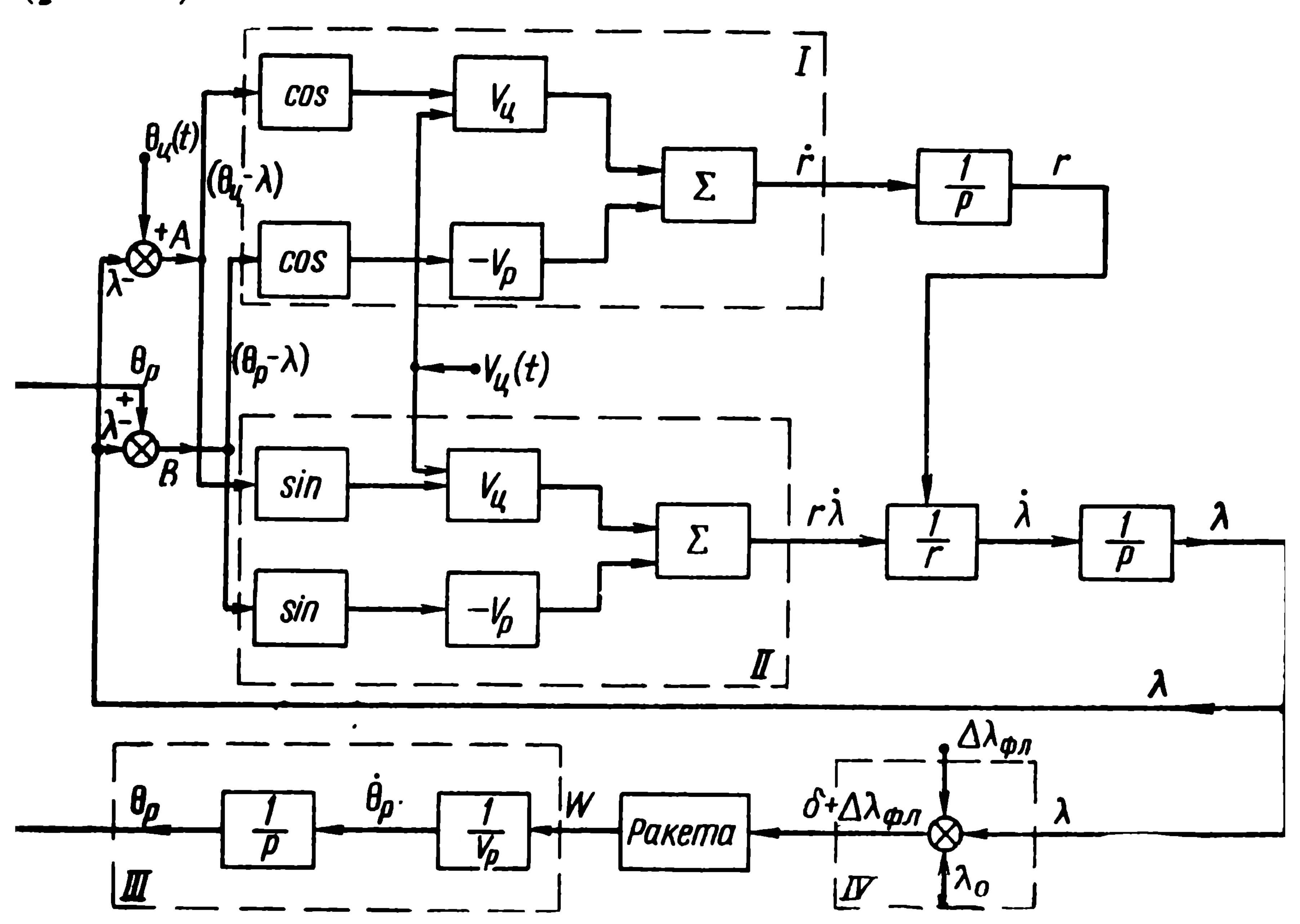


Рис. 8.8. Исходная нелинейная структурная схема кинематической связи системы самонаведения по методу параллельного сближения

Построение схемы достаточно просто и ведется в такой последовательности:

1. Строятся суммирующие звенья $\theta_ц - \lambda$ и $\theta_р - \lambda$ (A и $Б$), полагая $\theta_р$, λ и $\theta_ц$ заданными; $\theta_ц$ является входным кинематическим возмущением. Значения $\theta_р$ и λ будут получены в процессе дальнейших преобразований сигналов.

2. Отображается первое уравнение системы (8.20) — на схеме отмечено цифрой I; входом этой системы являются указанные в п. 1 разности углов и $V_ц(t)$, выходом $\dot r$.

3. Отображается второе уравнение с теми же входами и выходом $r\dot\lambda$.

4. Из первого уравнения путем интегрирования получается значение $\dot{r}$, которое используется во второй цепи для получения $\dot{\lambda}$. Путем интегрирования получается сигнал λ.

5. Отображаются третье и четвертое уравнения (на схеме соответственно III и IV) с соответствующими входами (λ и W) и выходами (δ и $\theta_р$).

6. Осуществляется замыкание всех звеньев: значение λ поступает на вход звена IV и в виде обратной связи на входы сумматоров *А* и *Б*. На вход этих же усилителей *А* и *Б* подается значение $\theta_р$ с выхода звена III.

7. В систему (звено IV) вводятся дополнительные флюктуационные возмущения $\Delta\lambda_{фл}$.

Таким образом, получена полная исходная нелинейная структурная схема кинематической связи системы самонаведения по методу параллельного сближения. Будучи дополнена звеном «ракета» с входным сигналом δ и выходным W (нормальным ускорением, развиваемым ракетой), структурная схема отображает полную систему уравнений процесса самонаведения.

Отметим, что под понятием «ракета» понимается полная структурная схема собственно ракеты со всеми дополнительными аппаратурными связями, накладываемыми автопилотом, и устройством самонаведения. Эквивалентное входное кинематическое возмущение, условно показанное в гл. I в виде $\lambda_ц$ (рис. 1.33), заменено двумя входными сигналами $\theta_ц(t)$ и $V_ц(t)$, приложенными в различных точках структурной схемы.

Рассмотрим далее линеаризацию системы уравнений (8.20).

При проведении исследований для связанной системы мы выше разделили задачу на две. Вначале проведена была линеаризация системы без входных возмущений, а затем были найдены точки приложения входных кинематических возмущений.

Можно совместить эти задачи.

В таком случае в качестве варьируемых параметров следует принять все аргументы, входящие в систему уравнений (8.20), за исключением скорости $V_р(t)$, которая принимается как независимая функция времени.

Физический смысл обоих этапов линеаризации нами уже был пояснен ранее.

С учетом сказанного после линеаризации система уравнений (8.20) перепишется в таком виде:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\dot{r} &= V_р\sin(\theta_{р0}-\lambda_0)(\Delta\theta_р-\Delta\lambda)-V_{ц0}\sin(\theta_{ц0}-\lambda_0)(\Delta\theta_ц-\Delta\lambda)+\\
&\quad+\Delta V_ц\cos(\theta_{ц0}-\lambda);\\
\Delta r\dot{\lambda}_0+r_0\Delta\dot{\lambda} &= \Delta V_ц\sin(\theta_{ц0}-\lambda_0)+V_{ц0}\cos(\theta_{ц0}-\lambda_0)(\Delta\theta_ц-\Delta\lambda)-\\
&\quad-V_р\cos(\theta_{р0}-\lambda_0)(\Delta\theta_р-\Delta\lambda);\\
\Delta W &= V_р\Delta\dot{\theta}_р;\\
\Delta\delta &= -\Delta\lambda.
\end{aligned}\right\} \quad (8.21)$$

Введем обозначения:

$$\left.\begin{aligned}\sin(\theta_{р0}-\lambda_0)&=K_1;\\ \sin(\theta_{ц0}-\lambda_0)&=K_2;\\ \cos(\theta_{ц0}-\lambda_0)&=K_3;\\ \cos(\theta_{р0}-\lambda_0)&=K_4.\end{aligned}\right\}\qquad(8.22)$$

Тогда система уравнений (8.21) после группировки членов перепишется так:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot r&=V_рK_1\Delta\theta_р+(V_{ц0}K_2-V_рK_1)\,\Delta\lambda-V_{ц0}K_2\Delta\theta_ц+K_3\Delta V_ц;\\ \Delta r\dot\lambda_0+r_0\Delta\dot\lambda&=\Delta V_цK_2+V_{ц0}K_3\Delta\theta_ц-V_рK_4\Delta\theta_р+\\ &\quad+(V_рK_4-V_{ц0}K_3)\,\Delta\lambda;\\ \Delta W&=V_р\,\Delta\dot\theta_р;\\ \Delta\delta&=-\Delta\lambda.\end{aligned}\right\}\qquad(8.23)$$

Рассмотрим выражение в скобках первого уравнения:

$$(V_{ц0}K_2-V_рK_1)=V_{ц0}\sin(\theta_{ц0}-\lambda_0)-V_р(\theta_{р0}-\lambda_0).$$

Сравнивая его со вторым уравнением исходной системы (8.20), можно установить их идентичность. Таким образом, это выражение представляет собой установившееся значение выражения $r_0\dot\lambda_0$. Поскольку согласно условию метода параллельного сближения установившееся значение угловой скорости $\dot\lambda_0=0$, то этим членом можно пренебречь. Поскольку $\dot\lambda_0=0$, то выпадает и первый член второго уравнения (8.23).

Рассмотрим далее выражение, стоящее в скобках второго уравнения:

$$(V_рK_4-V_{ц0}K_3)=V_р\cos(\theta_{р0}-\lambda_0)-V_{ц0}\cos(\theta_{ц0}-\lambda_0).$$

Сравнивая его с первым уравнением (8.20), также нетрудно установить, что оно есть не что иное, как установившееся значение скорости сближения $-\dot r_0$. Таким образом,

$$\left.\begin{aligned}(V_{ц0}K_2-V_рK_1)&=r_0\dot\lambda_0\approx0;\\ (V_рK_4-V_{ц0}K_3)&=-\dot r_0.\end{aligned}\right\}\qquad(8.24)$$

Тогда линеаризованная система уравнений (8.23) перепишется в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot r&=K_5\Delta\theta_р-K_6\Delta\theta_ц+K_3\Delta V_ц;\\ r_0\Delta\dot\lambda&=\Delta V_цK_2+K_7\Delta\theta_ц-K_8\Delta\theta_р-\dot r_0\Delta\lambda;\\ \Delta W&=V_р\Delta\dot\theta_р;\\ \Delta\delta&=-\Delta\lambda,\end{aligned}\right\}\qquad(8.25)$$

где

$$\left.\begin{array}{ll} K_5 = V_{\text{р}} K_1, & K_7 = V_{\text{ц0}} K_3, \\ K_6 = V_{\text{ц0}} K_2, & K_8 = V_{\text{р}} K_4. \end{array}\right\} \qquad (8.26)$$

Рассмотрение полученной системы уравнений позволяет сделать еще одно существенное замечание.

Условие $\dot{\lambda}_0 = 0$ (8.24) привело к тому, что во втором уравнении (8.23) выпал член, определяющий его связь с первым уравнением. Поясним это упрощенной структурной схемой (рис. 8.9), отображающей систему уравнений (8.23).

Как видно из структурной схемы, при $\dot{\lambda}_0 = 0$ разрывается связь в точке A и таким образом возмущения, идущие по контуру,

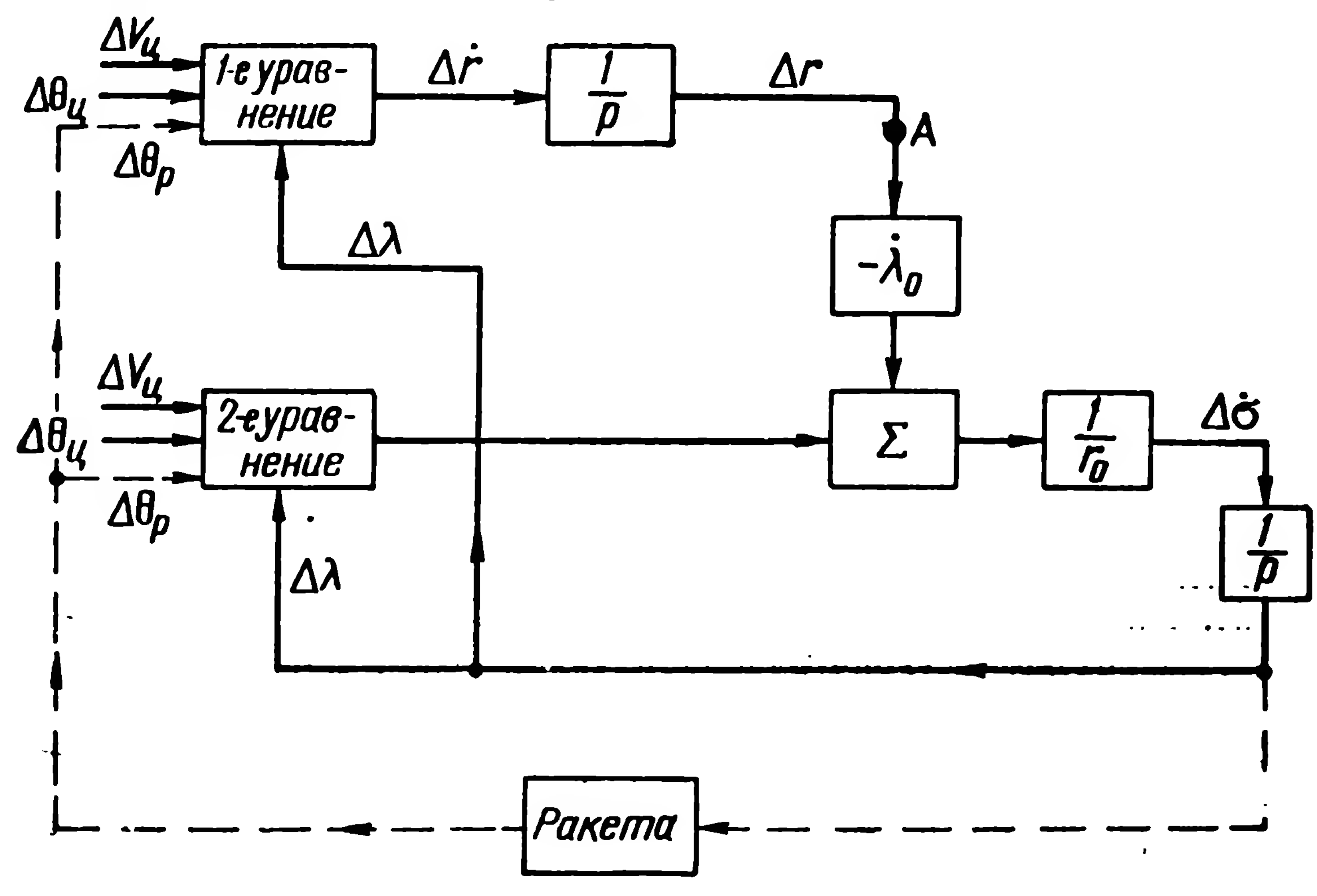


Рис. 8.9. Укрупненная структурная схема, отображающая связь первого и второго уравнений

определяемому первым уравнением, не будут поступать в систему. Таким образом из структурной схемы исключается эта связь и соответственно первое уравнение выпадает из общей системы (8.23).

С учетом сказанного линеаризованная структурная схема может быть приведена окончательно к виду, изображенному на рис. 8.10.

В заключение рассмотрим смысл коэффициентов K_2 и K_7, через которые в систему поступают кинематические возмущения:

$\Delta V_{\text{ц}}$ — приращение модуля скорости цели;

$\Delta \theta_{\text{ц}}$ — приращение курса цели.

Коэффициенты K_2 и K_7 согласно выражениям (8.22) и (8.26) равны:

$$K_2 = \sin(\theta_{\text{ц0}} - \lambda_0);$$

$$K_7 = V_{\text{ц0}} K_3 = V_{\text{ц0}} \cos(\theta_{\text{ц0}} - \lambda_0).$$

Отсюда

$$\Delta V_{ц} K_2 = \Delta V_{ц} \sin(\theta_{ц0} - \lambda_0) = \Delta V_{цn},$$

где $\Delta V_{цn}$ — проекция приращения скорости $\Delta V_{ц}$ на нормаль к направлению «цель — ракета» (рис. 8.11).

$$K_7 \Delta\theta_{ц} = \cos(\theta_{ц0} - \lambda_0) V_{ц0} \Delta\theta_{ц}.$$

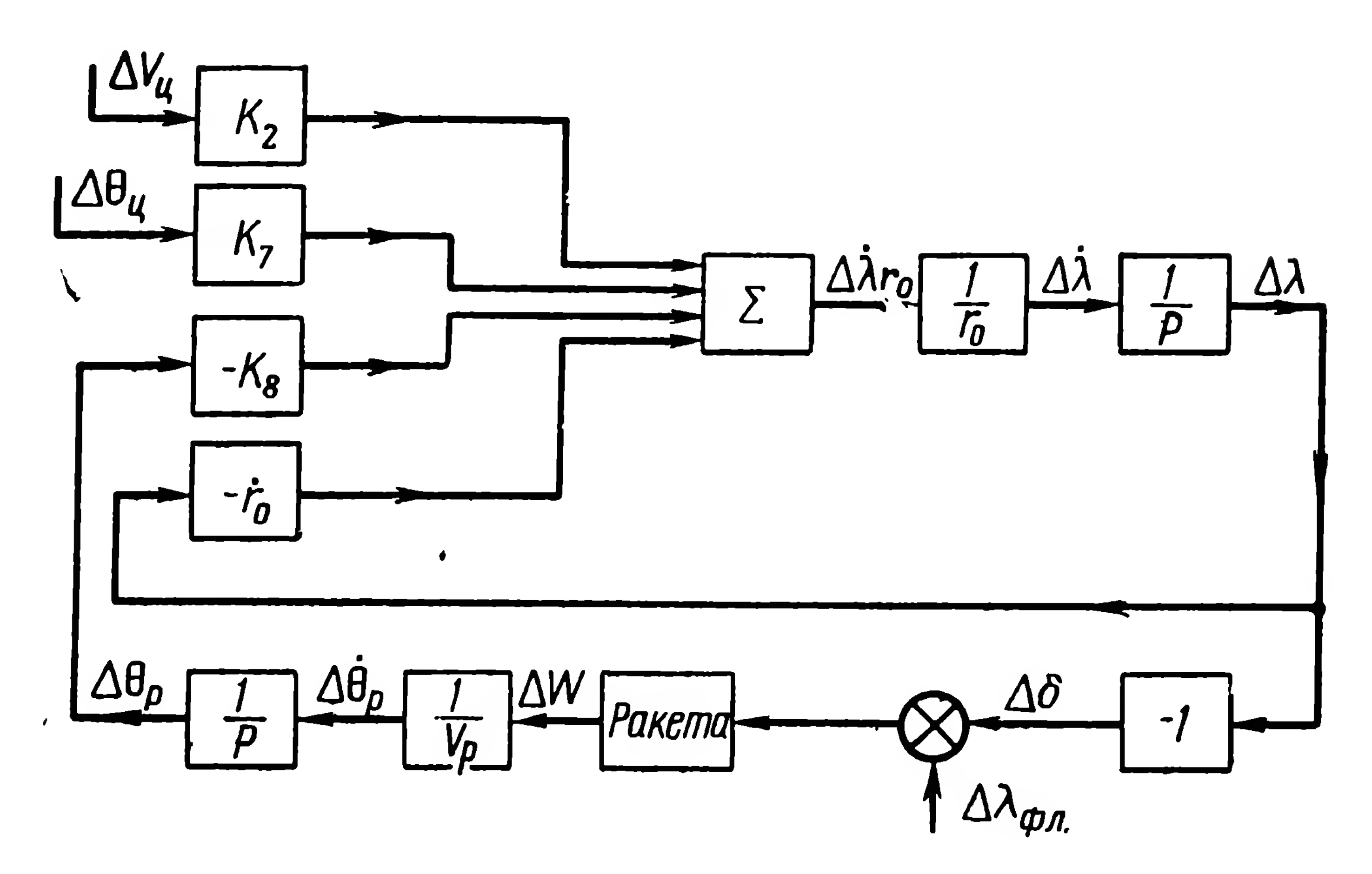


Рис. 8.10. Преобразованная линейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу параллельного сближения с входными возмущениями

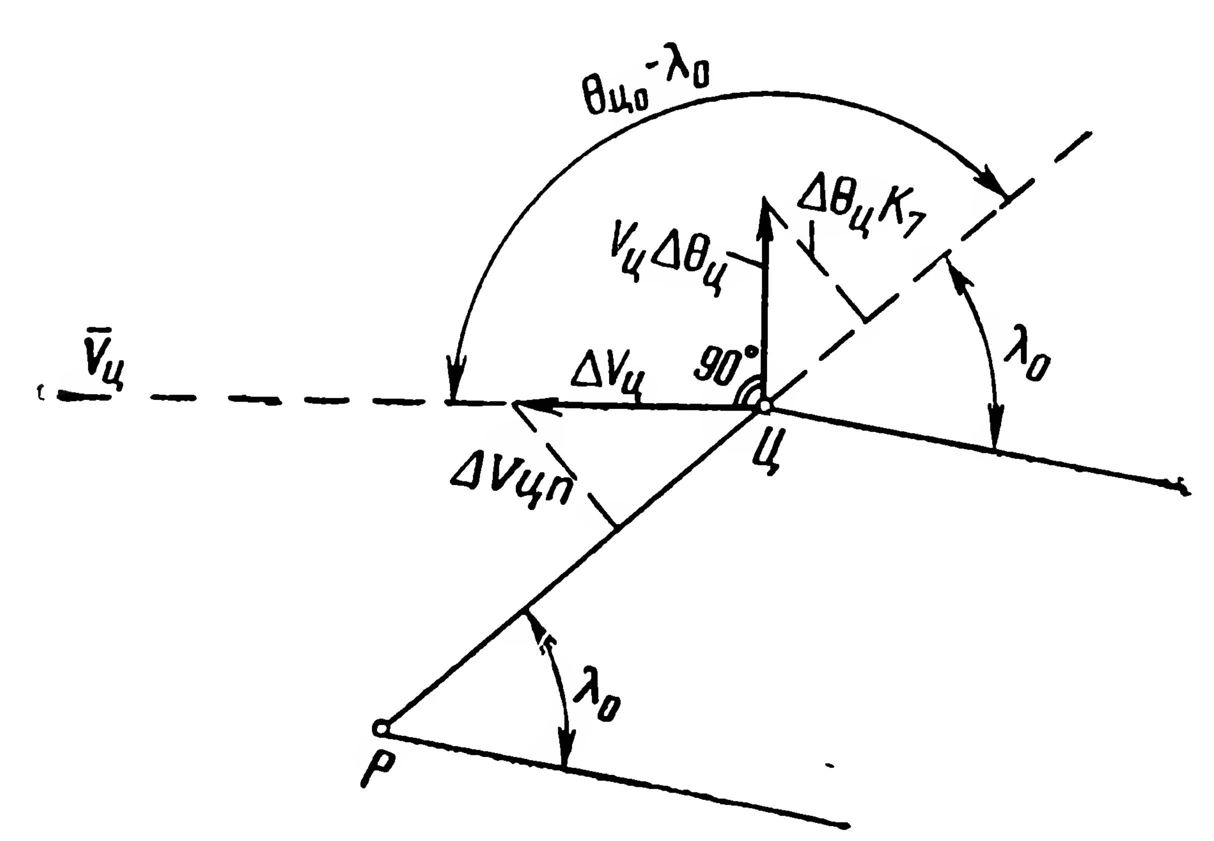


Рис. 8.11. Проекции входных возмущений на нормаль к линии «цель — ракета»

Произведение $V_{ц0}\Delta\theta_{ц}$ есть не что иное, как некоторое приращение вектора скорости по нормали к курсу цели и соответственно $K_7\Delta\theta_{ц}$ — проекция этого приращения на нормаль к направлению «цель — ракета».

Таким образом, возмущениями для системы самонаведения по методу параллельного сближения являются приращения скорости цели (нормальные и тангенциальные), спроектированные по нормали к линии «цель — ракета».

Отсюда можно заключить, что при движении в направлении на ракету цель не вносит возмущений при изменении модуля скорости, и наоборот — при движении цели перпендикулярно направлению «цель — ракета» не вносит возмущений маневр по направлению.

3. Наведение по методу пропорциональной навигации

Для метода пропорциональной навигации все рассуждения, приведенные выше для метода параллельного сближения, остаются в силе за исключением метода формирования сигнала ошибки.

В этом случае сигнал ошибки равен $\delta = \dot{\lambda}$ — угловой скорости вращения линии «цель — ракета».

Под кинематическим звеном будем понимать связь между выходным параметром ракеты — нормальным ускорением W и сигналом ошибки системы самонаведения, который в данном случае равен $\dot{\lambda}$.

Система уравнений (8.20), справедливая для метода параллельного сближения, будет соответственно изменена и может быть записана в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot{r} &= -V_р \cos(\theta_р - \lambda) + V_ц \cos(\theta_ц - \lambda); \\ r\dot{\lambda} &= V_ц \sin(\theta_ц - \lambda) - V_р \sin(\theta_р - \lambda); \\ W &= V_р \dot{\theta}_р; \\ \delta &= \dot{\lambda}. \end{aligned}\right\} \qquad (8.27)$$

Из сравнения систем уравнений (8.20) и (8.27) нетрудно заметить, что исходные нелинейные структурные схемы будут для обоих методов повторять друг друга в основной части. Исключением является звено IV (рис. 8.8). Отпадает необходимость в интегрирующем звене $\frac{1}{p}$ в основной цепи формирования сигнала ошибки $\dot{\lambda}$.

С учетом этого исходная структурная схема, полученная для метода параллельного сближения, будет преобразована к виду, изображенному на рис. 8.12.

Флюктуационные возмущения приведены к выходу схемы в виде ошибки измерения угловой скорости $\Delta\dot{\lambda}_{фл}$.

Рассмотрим далее линеаризацию исходной системы уравнений. Поскольку исходные системы уравнений (8.20) и (8.27) повторяют друг друга (за исключением уравнения метода), то линеаризован-

ная система уравнений может быть записана согласно выражениям (8.23) в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\dot r &= V_{\text{р}}K_1\Delta\theta_{\text{р}} + (V_{\text{ц}0}K_2 - V_{\text{р}}K_1)\,\Delta\lambda - V_{\text{ц}0}K_2\Delta\theta_{\text{ц}} + K_3\Delta V_{\text{ц}},\\ \Delta r\dot\lambda_0 + \Delta\dot\lambda r_0 &= \Delta V_{\text{ц}}K_2 + V_{\text{ц}0}K_3\Delta\theta_{\text{ц}} - V_{\text{р}}K_4\Delta\theta_{\text{р}} +\\ &\quad + (V_{\text{р}}K_4 - V_{\text{ц}0}K_3)\,\Delta\lambda;\\ \Delta W &= V_{\text{р}}\Delta\dot\theta_{\text{р}};\\ \Delta\delta &= \Delta\dot\lambda,\end{aligned}\right\} \qquad (8.28)$$

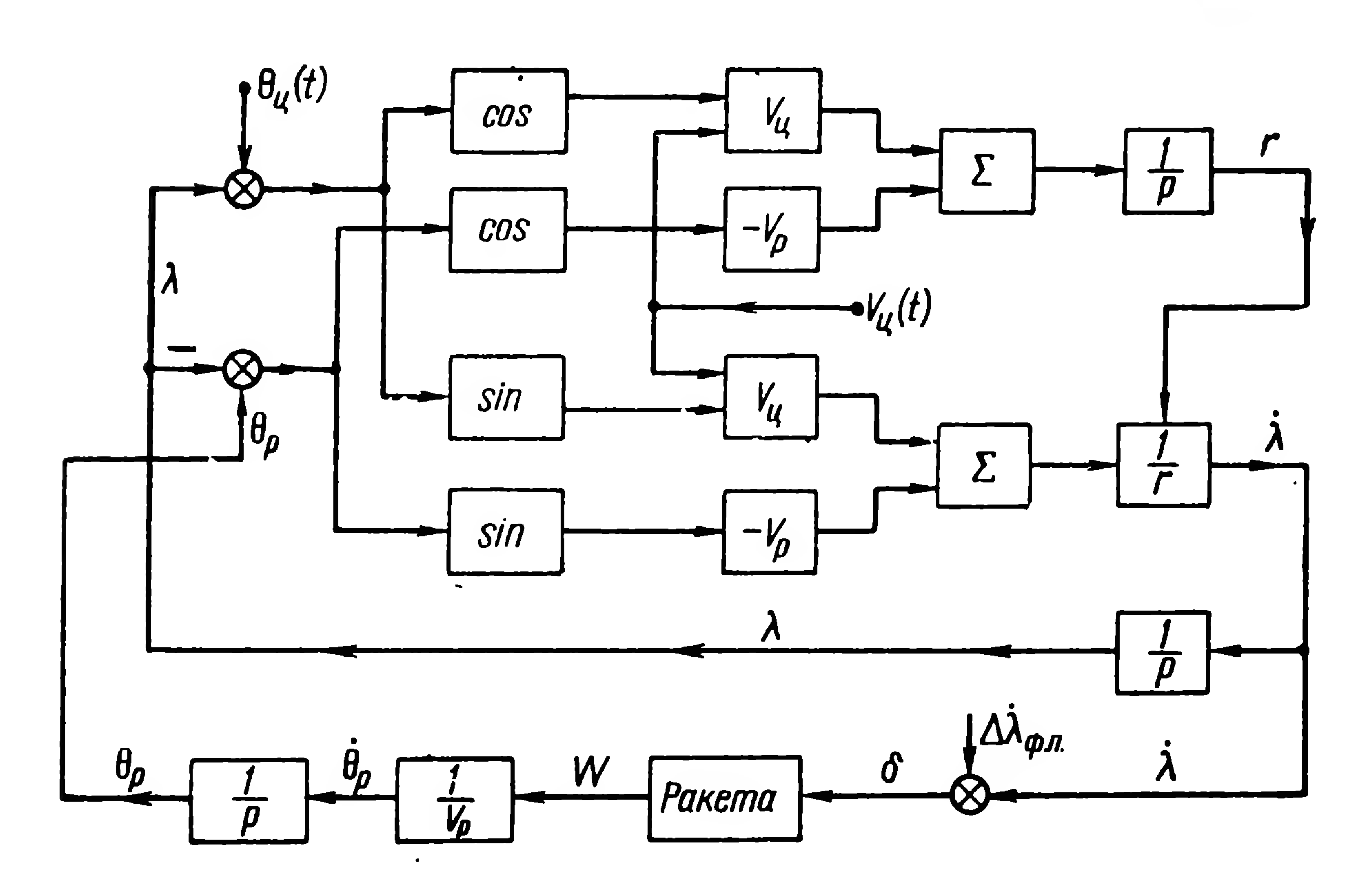


Рис. 8.12. Исходная нелинейная структурная схема кинематической связи системы самонаведения по методу пропорциональной навигации

где

$$\left.\begin{aligned}K_1 &= \sin(\theta_{\text{р}0} - \lambda_0);\\ K_2 &= \sin(\theta_{\text{ц}0} - \lambda_0);\\ K_3 &= \cos(\theta_{\text{ц}0} - \lambda_0);\\ K_4 &= \cos(\theta_{\text{р}0} - \lambda_0).\end{aligned}\right\} \qquad (8.29)$$

Согласно системе (8.24) выражения в скобках первого и второго уравнений равны

$$\left.\begin{aligned}(V_{\text{ц}0}K_2 - V_{\text{р}}K_1) &= r_0\dot\lambda_0 = K_{10};\\ (V_{\text{р}}K_4 - V_{\text{ц}0}K_3) &= -\dot r_0 = K_9.\end{aligned}\right\} \qquad (8.30)$$

Для упрощения дальнейшего изложения воспользуемся принятыми выше обозначениями:

$$\left.\begin{aligned} K_5 &= V_p K_1 = V_p \sin(\theta_{p0} - \lambda_0); \\ K_6 &= V_{ц0} K_2 = V_{ц0} \sin(\theta_{ц0} - \lambda_0); \\ K_7 &= V_{ц0} K_3 = V_{ц0} \cos(\theta_{ц0} - \lambda_0); \\ K_8 &= V_p K_4 = V_p \cos(\theta_{p0} - \lambda_0); \\ K_9 &= -\dot{r}_0; \\ K_{10} &= r_0 \dot{\lambda}_0; \\ K_{11} &= \frac{K_{10}}{r_0} = \dot{\lambda}_0. \end{aligned}\right\} \quad (8.31)$$

Система уравнений (8.28) тогда перепишется так:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{r} &= K_5 \Delta\theta_p + K_{10}\Delta\lambda - K_6\Delta\theta_ц + K_3\Delta V_ц; \\ r_0\Delta\dot{\lambda} &= K_2\Delta V_ц + K_7\Delta\theta_ц - K_8\Delta\theta_p + K_9\Delta\lambda - K_{11}\Delta r; \\ \Delta W &= V_p\Delta\dot{\theta}_p; \\ \Delta\delta &= \Delta\dot{\lambda}. \end{aligned}\right\} \quad (8.32)$$

На рис. 8.13 представлена структурная схема линеаризованной системы (8.32).

Звено I отображает первое уравнение системы (8.32). Звено II отображает второе уравнение системы (8.32). Связь между звеньями идет через усилительное звено K_{11}. Входные кинематические возмущения приложены в двух точках: через звено K_6, K_3, K_7 и K_2 к сумматору *1* и *2*.

При рассмотрении структурной схемы для метода параллельного сближения схема резко упрощалась, поскольку $K_{11} = \dot{\lambda}_0$ принималось равным нулю.

Это вытекало из определения метода параллельного сближения.

Для метода пропорциональной навигации установившееся значение угловой скорости вращения линии «ракета — цель» $\dot{\lambda}_0$ в общем случае не равно нулю, поскольку $\dot{\lambda}_0$ является сигналом рассогласования системы самонаведения и таким образом определяет установившийся маневр ракеты.

Дальнейшее преобразование схемы произведем с таким расчетом, чтобы можно было достаточно просто оценить значимость различных ветвей и при необходимости определить условия, при которых возможно ими пренебречь.

Для этой цели целесообразно все цепи свести на Σ_2 (рис. 8.13), пользуясь методами преобразования нестационарных структурных схем.

Для рассматриваемой схемы это не представляет труда.

Сигнал $\Delta\theta_ц$ из точки *1* проходит на Σ_2 по двум цепям: первая цепь — $(-K_6)$; Σ_1; $\frac{1}{p}$; $(-K_{11})$, вторая цепь — K_7.

Сигнал $\Delta V_ц$ проходит из точки *2* на Σ_2 по двум цепям: первая цепь — K_3; Σ_1; $\frac{1}{p}$; $(-K_{11})$, вторая цепь — K_2.

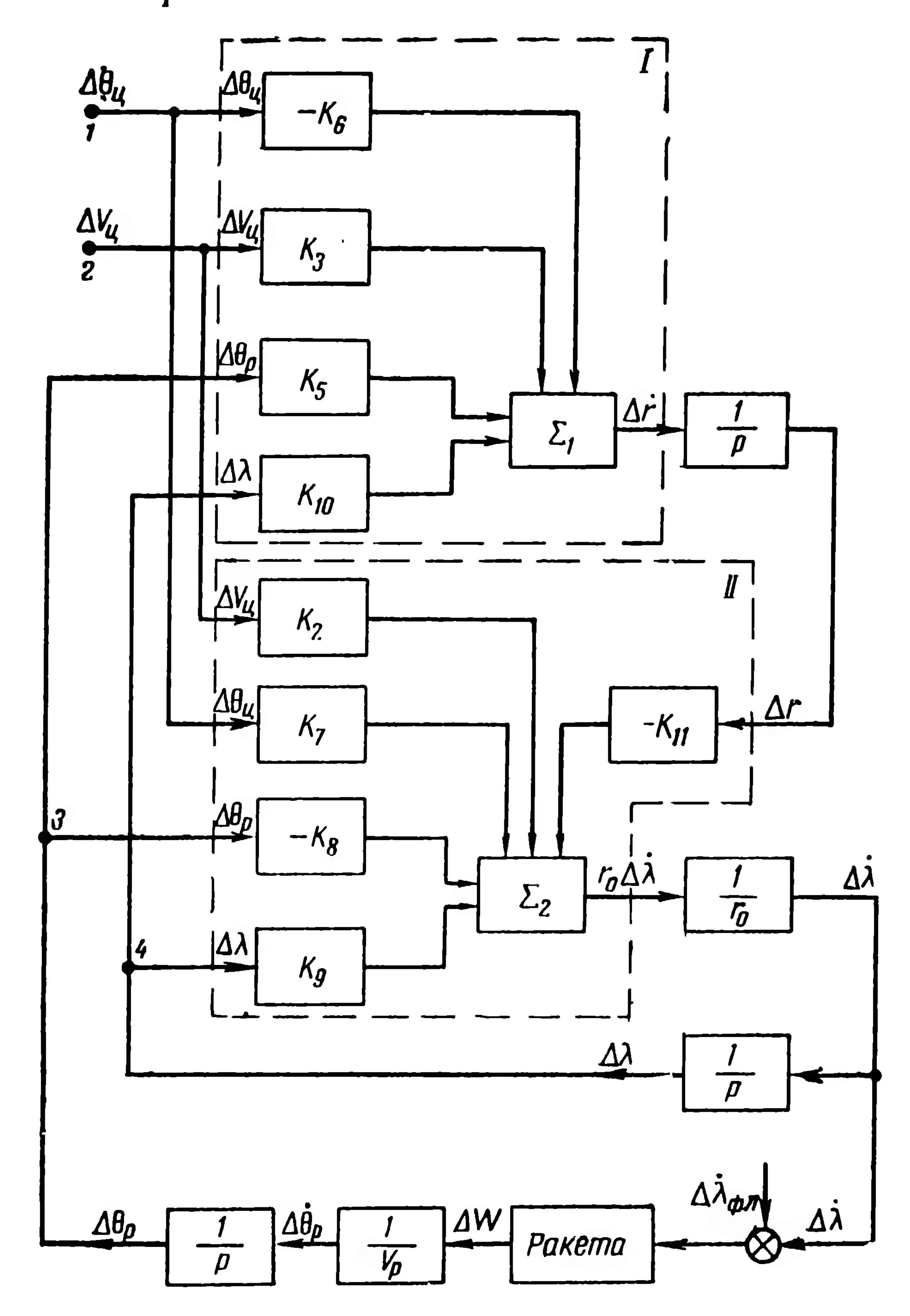


Рис. 8.13. Линейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу пропорциональной навигации

Сигнал $\Delta\theta_р$ из точки *3* идет по двум цепям: первая цепь — K_5; Σ_1; $\frac{1}{p}$; $(-K_{11})$, вторая цепь $(-K_8)$.

Сигнал $\Delta\lambda$ из точки *4* проходит по двум цепям: первая цепь — K_{10}; Σ_1; $\frac{1}{p}$; $(-K_{11})$, вторая цепь — K_9.

В соответствии с этим линеаризованная структурная схема (рис. 8.13) может быть развернута в виде, представленном на рис. 8.14.

В соответствии с полученной структурной схемой можно для оценки отдельных ветвей связи записать их передаточные функции.

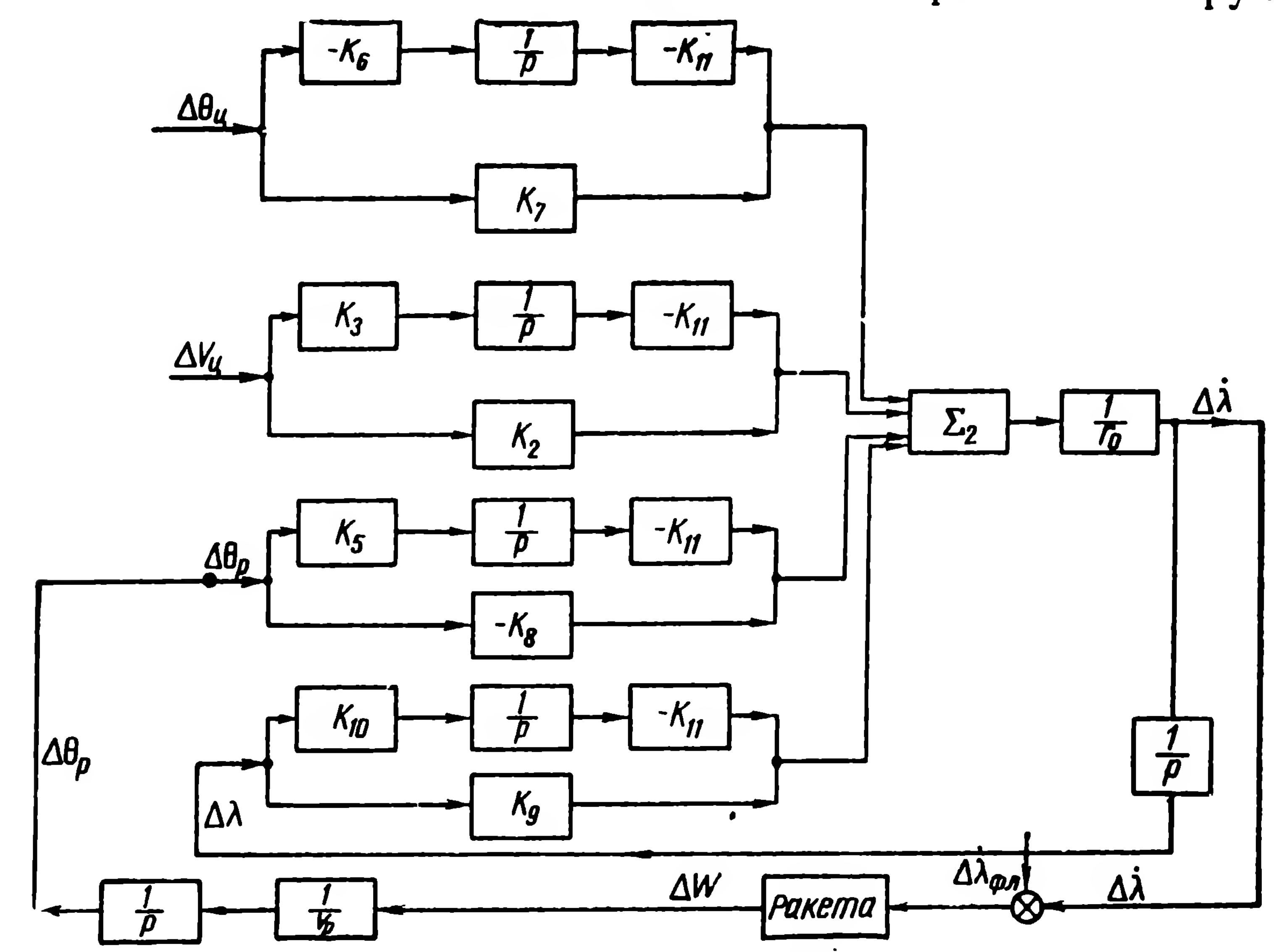


Рис. 8.14. Преобразованная линейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу пропорциональной навигации

Операторы Y_{I} и Y_{II} связывают входные возмущения с системой управления. Операторы Y_{III} и Y_{IV} являются внутренними связями системы управления:

$$\left.\begin{aligned}
Y_{\text{I}} &= \left(-K_6\frac{1}{p}K_{11}+K_7\right)=K_7\left(-\frac{K_6K_{11}}{K_7}\frac{1}{p}+1\right)=\\
&= V_{\text{ц}0}\cos(\theta_{\text{ц}0}-\lambda_0)\left[-\operatorname{tg}(\theta_{\text{ц}0}-\lambda_0)\dot{\lambda}_0\frac{1}{p}+1\right];\\
Y_{\text{II}} &= \left(-K_3\frac{1}{p}K_{11}+K_2\right)=K_2\left(-\frac{K_3}{K_2}K_{11}\frac{1}{p}+1\right)=\\
&= \sin(\theta_{\text{ц}0}-\lambda_0)\left[-\operatorname{ctg}(\theta_{\text{ц}0}-\lambda_0)\dot{\lambda}_0\frac{1}{p}+1\right];\\
Y_{\text{III}} &= \left(-K_5\frac{1}{p}K_{11}-K_8\right)=-K_8\left(\frac{K_5}{K_8}K_{11}\frac{1}{p}+1\right)=\\
&= -V_{\text{р}}\cos(\theta_{\text{р}0}-\lambda_0)\left[\operatorname{tg}(\theta_{\text{р}0}-\lambda_0)\dot{\lambda}_0\frac{1}{p}+1\right];\\
Y_{\text{IV}} &= \left(-K_{10}\frac{1}{p}K_{11}+K_9\right)=K_9\left(-\frac{K_{10}}{K_9}K_{11}\frac{1}{p}+1\right)=\\
&= \dot{r}_0\left(\frac{-r_0\dot{\lambda}_0^2}{\dot{r}_0}\frac{1}{p}+1\right).
\end{aligned}\right\} \quad (8.33)$$

Возможность пренебрежения в операторах отдельными ветвями определяется величиной $\dot{\lambda}_0$, а также углами, образованными курсом цели и ракеты относительно линии «ракета — цель».

Следует также заметить, что в случае, если нас будут интересовать возмущения только за счет $\Delta V_ц$ или только $\Delta\theta_ц$, одна из входных связей (Y_I или Y_{II}) выпадает вообще.

Оценивать $\dot{\lambda}_0$ можно из следующих соображений.

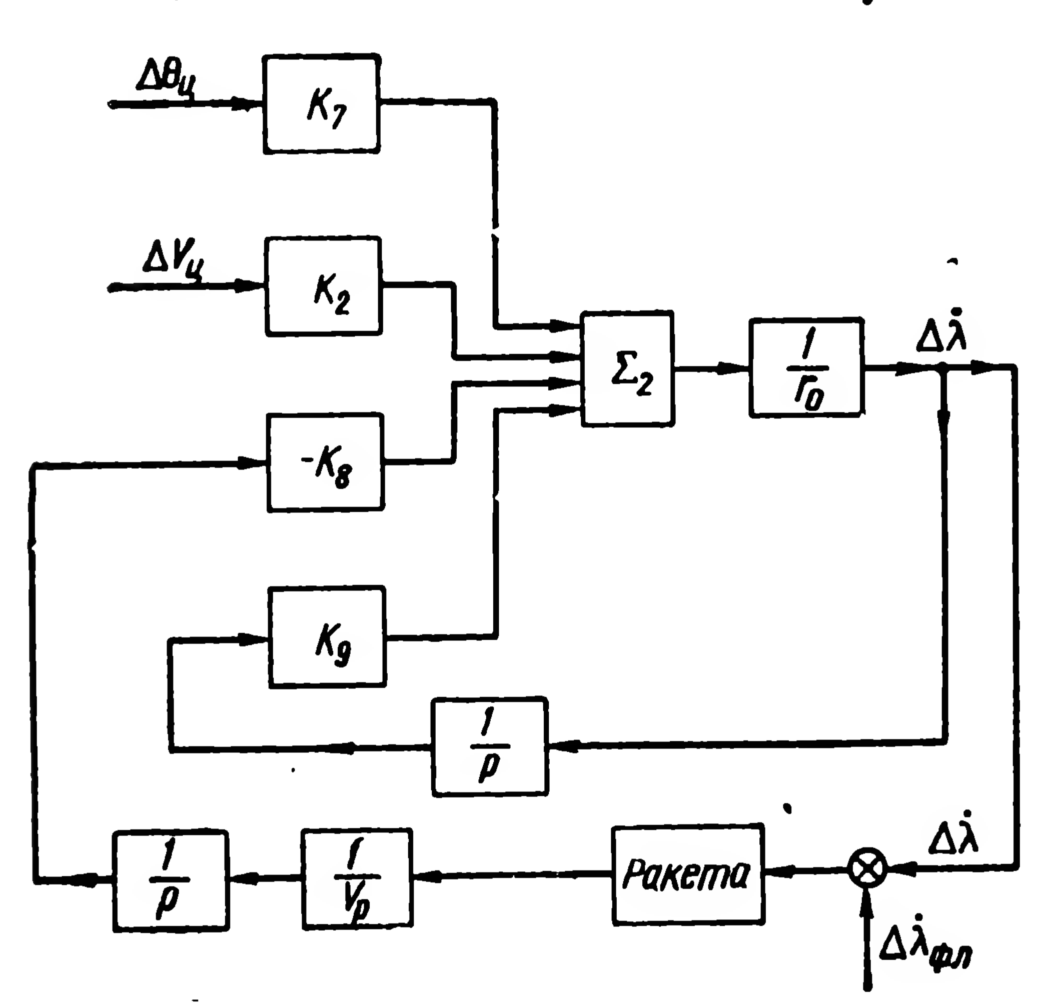


Рис. 8.15. Упрощенная линейная структурная схема кинематического звена системы самонаведения по методу пропорциональной навигации

В установившемся режиме величина нормального кинематического ускорения W_0, развиваемого ракетой, связана с сигналом рассогласования $\dot{\lambda}_0$ соотношением

$$W_0 = K_0\dot{\lambda}_0,$$

где K_0 — коэффициент усиления контура самонаведения.

Зная K_0 и предельно возможные значения W_0, можно оценить предельное значение $\dot{\lambda}_0$ и соответственно все ветви кинематической связи.

При условии, если $\dot{\lambda}_0$ достаточно мал, структурная схема, изображенная на рис. 8.14, резко упрощается, поскольку $\dot{\lambda}_0 = K_{11} \to 0$. Упрощенная структурная схема, соответствующая этому условию, представлена на рис. 8.15.

§ 3. КОНТУР САМОНАВЕДЕНИЯ

1. Структурная схема координатора с учетом особенностей его работы на борту

Полученные в предыдущем параграфе линейные и нелинейные структурные схемы для различных методов самонаведения по сути дела являются структурными схемами «идеального» контура самонаведения.

«Идеальными» они являются в том смысле, что в них явно не отражены дополнительные связи, присущие специфике работы координатора на борту ракеты. На этих особенностях мы останавливались в § 1 этой главы.

Если развернуть в структурных схемах, рассмотренных в предыдущем параграфе, элемент «ракета», предусмотрев наличие этих

специфических связей, то мы получим полные структурные схемы контура самонаведения. Одновременно в контур должны быть введены и цепи, формирующие команды управления.

Таким образом, задача заключается в определении характера связей, накладываемых условиями работы координатора на борту ракеты.

Ввиду того что природа этих связей одинакова для всех методов самонаведения, проведем исследования для случая развязанной системы самонаведения при управлении по методу пропорциональной навигации.

А. Дополнительная связь за счет неполной развязки координатора от корпуса ракеты

Координатор цели измеряет угловое положение линии «цель — ракета» λ относительно неподвижных осей пространства. Собственно координатор может быть представлен, как и обычный радиолокатор, в виде стационарного линейного звена с передаточной функцией $Y_к(p)$. Напомним, что радиолокатор обычно описывается астатическим звеном, охваченным жесткой обратной связью, имеющим в замкнутом состоянии передаточную функцию, близкую к колебательному звену.

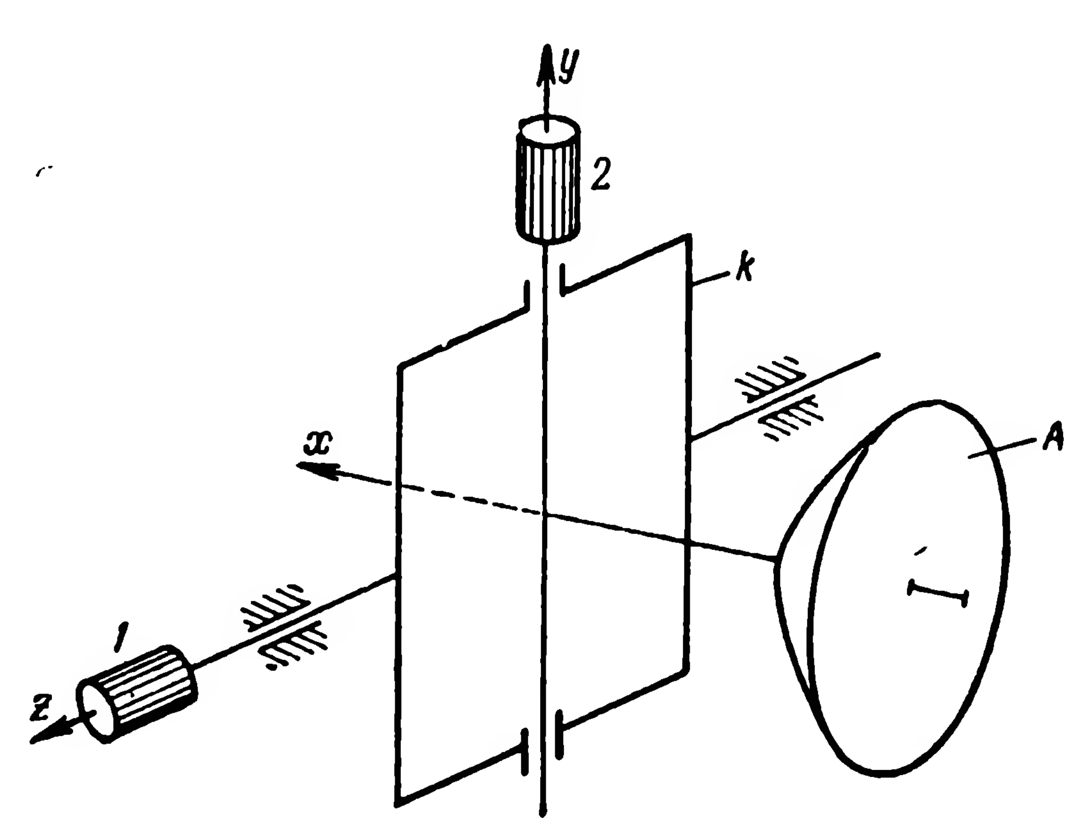


Рис. 8.16. Принципиальная схема измерителя угловых скоростей вращения:

К — кардановый подвес координатора; *А* — антенна координатора; *1*, *2* — измерители угловых скоростей вращения осей антенны координатора

Для рассматриваемого метода пропорциональной навигации сигналом рассогласования является угловая скорость перемещения линии визирования $\dot{\lambda}$. Измерение этого сигнала может быть осуществлено с помощью скоростных двустепенных гироскопов, укрепленных на осях карданового подвеса, в котором вращается антенна координатора (рис. 8.16). Датчики угловых скоростей *1* и *2* измеряют составляющие угловых скоростей относительно осей z и y.

Для рассматриваемого случая плоского движения можно выбрать в качестве измерительных осей одну из осей (ось z) и сигнал с выхода датчика измерителя записать в виде

$$\delta = k_г \dot{\lambda}, \tag{8.34}$$

где $k_г$ — передаточное число измерительного гироскопа.

Таким образом, общая структурная схема координатора с измерителем угловой скорости может быть представлена в виде структурной схемы, изображенной на рис. 8. 17.

Теперь рассмотрим работу координатора в реальных условиях.

При колебаниях ракеты по углу ϑ (тангажа) за счет неполной развязки карданового подвеса координатора от корпуса ракеты ось антенны начинает также колебаться. Таким образом, колебания по углу ϑ начинают проникать в измеритель сигнала ошибки. Медленные повороты ракеты по углу ϑ гиростабилизированный кардановый подвес практически не ощущает, т. е. на нулевых частотах эта связь отсутствует. На некоторых частотах, близких к собственным частотам гиростабилизированного карданового подвеса, эта связь может быть максимальна. На высоких — вновь спадает. Оператор связи между углом ϑ и λ может быть записан исходя из этих соображений в виде

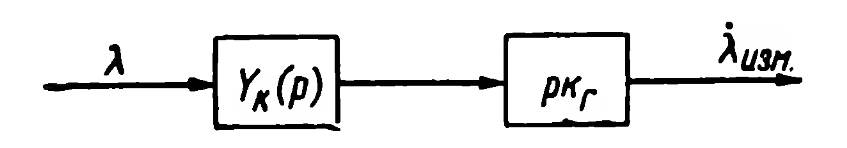


Рис. 8.17. Общая структурная схема координатора

$$Y_{\vartheta}^{\lambda}(p) = pk_{п} Y_{0\vartheta}^{\lambda}(p), \tag{8.35}$$

где $Y_{0\vartheta}^{\lambda}$ — передаточная функция типа колебательного звена со свободным членом, равным единице;

$k_{п}$ — коэффициент передачи звена связи.

Б. Дополнительная связь за счет преломления луча обтекателем

Для выяснения этой связи обратимся к рис. 8. 18.

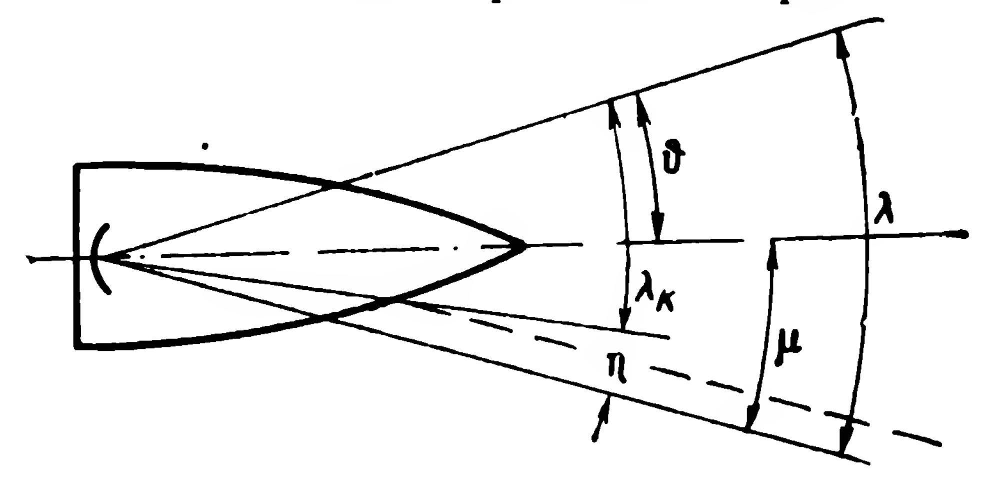


Рис. 8.18. Образование ошибки в определении угловых координат в обтекателе

За счет преломления в обтекателе угловое положение координатора будет равно не λ (направлению на цель), а $\lambda_{к}$. Таким образом, возникает некоторая ошибка:

$$\eta = \lambda - \lambda_{к}. \tag{8.36}$$

Значение этой ошибки зависит от угла μ — между осью ракеты (ϑ) и направлением на цель (λ).

Как нетрудно видеть из рис. 8. 18,

$$\mu = \lambda - \vartheta. \tag{8.37}$$

Таким образом, исходя из сказанного можно записать:

$$\eta = F(\mu) = F(\lambda - \vartheta), \tag{8.38}$$

где $F(\mu)$ — некоторая зависимость, в общем случае нелинейная, определяющая связь между ошибкой η, вносимой обтекателем, и углом отклонения оси антенны от оси ракеты.

Структурная схема координатора, изображенная на рис. 8.17, должна быть дополнена в соответствии с выражениями (8.35) и (8.38) двумя дополнительными связями, и может быть представлена в виде, изображенном на рис. 8.19. Заметим, что для удобства дальнейшего рассмотрения сюда же включен оператор $Y^{\text{к}}_{\text{фц}}$,

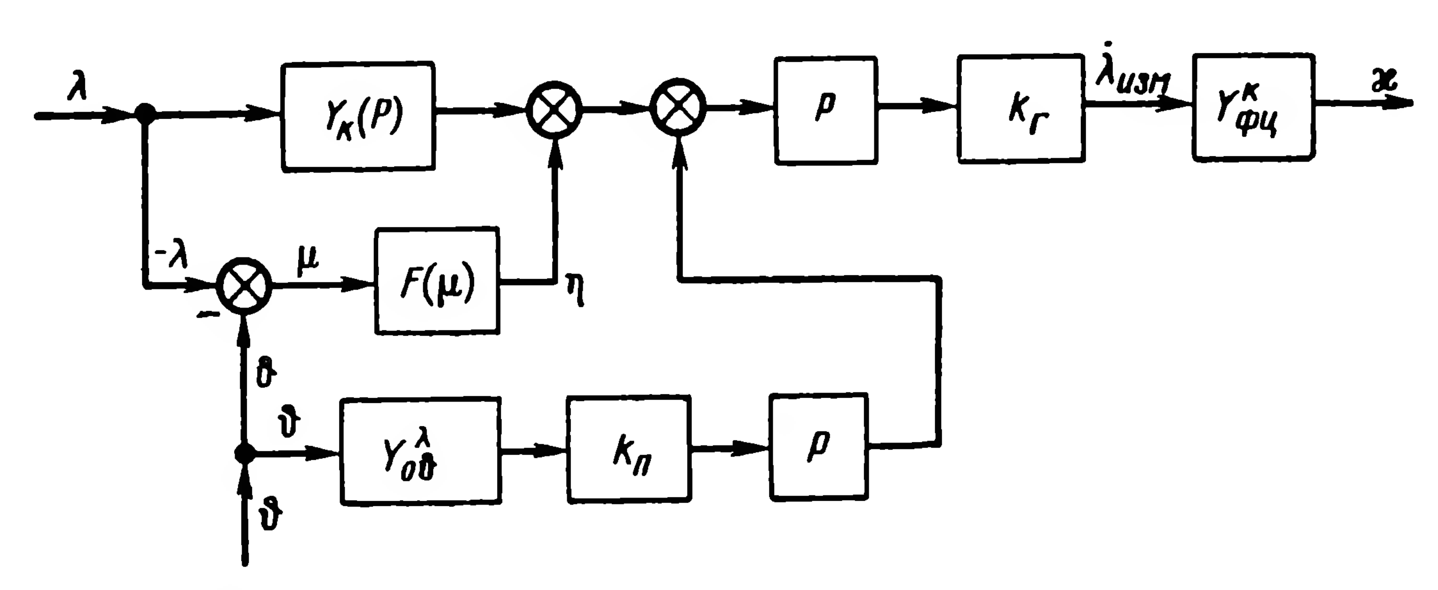


Рис. 8.19. Структурная схема координатора с дополнительными связями

формирующий команду управления. Соображения по его выбору такие же, как и для метода командного управления, разобранного в § 4 гл. 7.

2. Исходная нелинейная структурная схема контура самонаведения

Рассмотрим исходную структурную схему для метода пропорциональной навигации, которая может быть получена из рис. 8.12. Для этой цели необходимо развернуть звено «ракета», включив в него структурную схему координатора с дополнительными связями (рис. 8.19). Разворачивать звено «ракета» необходимо с таким расчетом, чтобы иметь в качестве промежуточной точки точку ϑ. Последнее необходимо для подключения дополнительных связей координатора.

Заметим еще одну особенность: входом координатора является сигнал λ, а входом «ракеты» — на структурной схеме кинематических связей (рис. 8.12) — $\dot{\lambda}$. Для согласования в структурной схеме контура самонаведения необходимо добавить интегрирующее звено. В качестве исходной нелинейной структурной схемы контура стабилизации примем структурную схему, изображенную на рис. 5.19.

Ввиду громоздкости схемы, получаемой в результате объединения трех структурных схем (рис. 8.12, 8.19 и 5.19), целесообразно объединять схемы последовательно. Дадим полную структурную схему «ракеты», объединив структурные схемы координа-

Рис. 8.20. Нелинейная структурная схема контура стабилизации (*1*) с координатором (*2*)

тора (рис. 8. 19) со структурной схемой контура стабилизации (рис. 5. 19). Заметим, что схема на рис. 5. 19 является обобщенной на случай рулевого управления и поворотного крыла. Рассмотрим случай рулевого управления. Для этой цели в структурной схеме рис. 5.19 должна быть исключена прямая связь $\delta \to W$ через звено $\frac{Y(\delta)}{m}$.

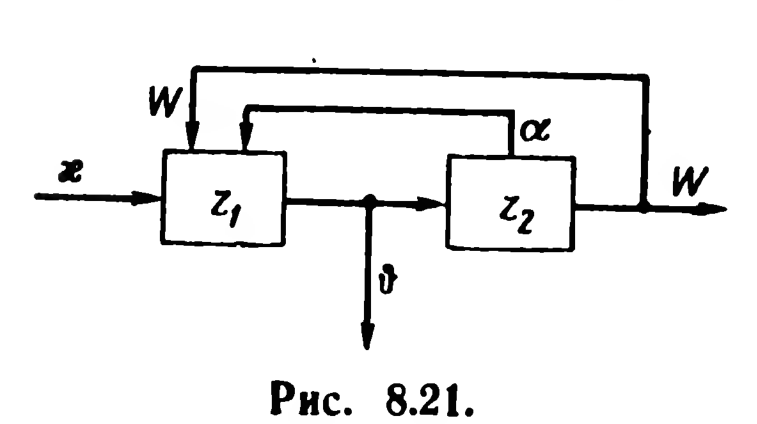


Рис. 8.21.

С учетом сказанного объединенная структурная схема контура стабилизации с координатором может быть представлена в виде, изображенном на рис. 8.20.

Для упрощения дальнейших выкладок свернем структурную схему контура стабилизации и представим ее в виде, изображенном на рис. 8. 21.

Здесь z_1 и z_2 — некоторые нелинейные операторы, отображающие в символическом виде нелинейную структурную схему контура стабилизации.

С учетом рис. 8.21, структурных схем координатора (рис. 8.19) и кинематического звена (рис. 8.12) исходная нелинейная структурная схема контура самонаведения может быть представлена окончательно в виде, изображенном на рис. 8. 22.

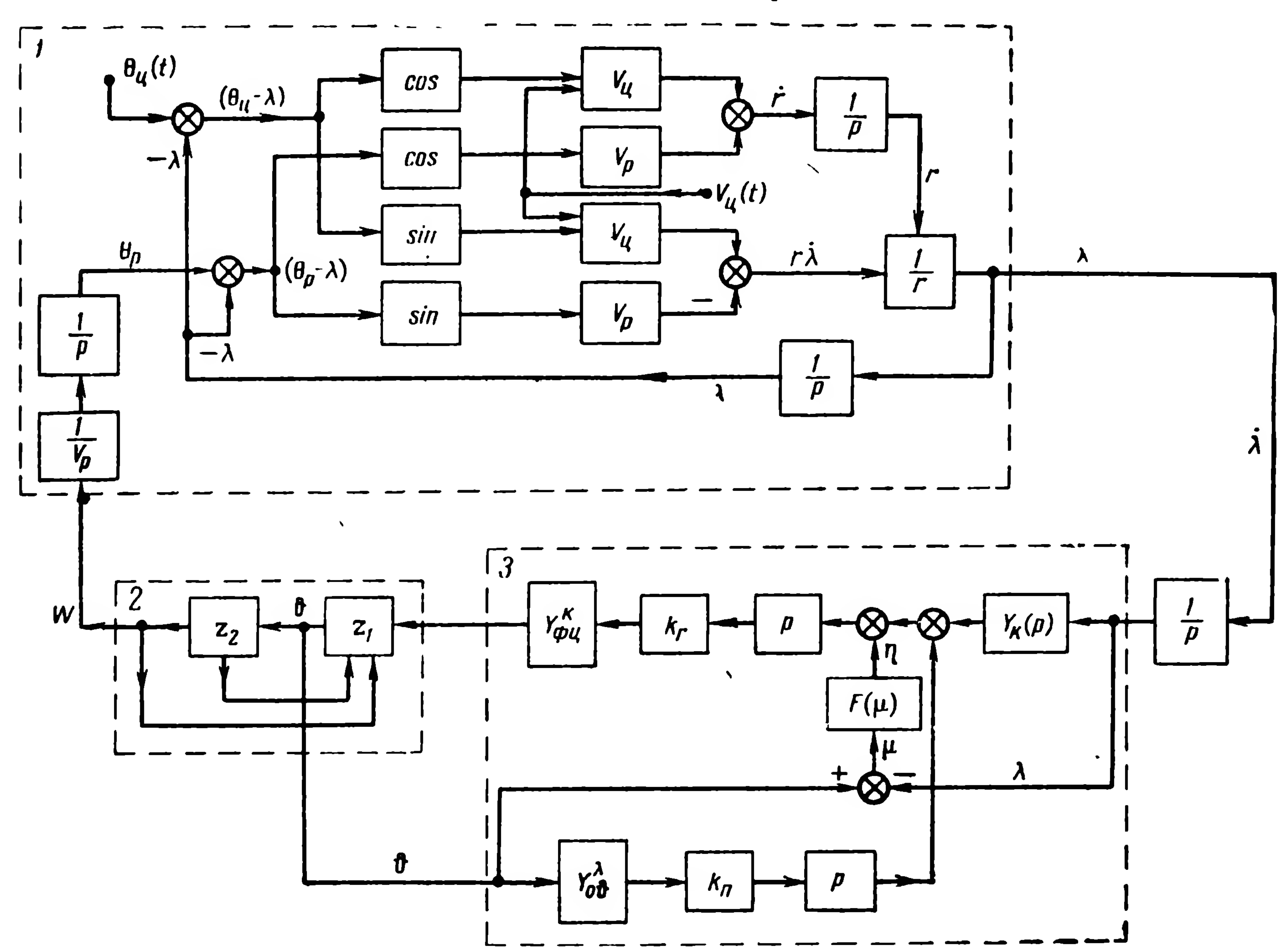


Рис. 8.22. Нелинейная структурная схема контура самонаведения:
1 — кинематическое звено; 2 — контур стабилизации; 3 — координатор

3. Линеаризованная структурная схема контура самонаведения

Построение линеаризованной структурной схемы контура самонаведения может быть осуществлено по аналогии с описанным выше. Для этой цели можно воспользоваться линейной структурной схемой контура стабилизации, изображенной на рис. 5.21, и линейной схемой кинематического звена, изображенной на рис. 8.13.

Линеаризованная схема координатора может быть получена из рис. 8.19. Из всех элементов, изображенных на структурной схеме координатора, только один элемент является нелинейным: $F(\mu)$, отображающий работу обтекателя. Произведем его линеаризацию в виде

$$\Delta\eta = K_{\mu}\Delta\mu, \tag{8.39}$$

где $\mu=\lambda-\vartheta$ — угол между осью ракеты и направлением на цель.

С учетом выражения (8.39) линейная структурная схема контура стабилизации с координатором может быть представлена в виде, изображенном на рис. 8.23.

Напомним, что рассматривается ракета с рулевым управлением, а потому связью через звено d_5 в структурной схеме контура стабилизации пренебрегаем.

Для построения линеаризованной структурной схемы контура самонаведения воспользуемся свернутой структурной схемой контура стабилизации, изображенной на рис. 5.24, и полной линеаризованной структурной схемой кинематического звена, изображенного на рис. 8.13. С учетом этого полная линеаризованная структурная схема контура самонаведения приводится к виду, изображенному на рис. 8.24.

§ 4. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

В предыдущей главе рассматривался типовой анализ системы командного управления. Для систем самонаведения имеются некоторые отличия в методах анализа, основные из которых рассматриваются ниже.

1. Понятие промаха для систем самонаведения

В полученной исходной структурной схеме (рис. 8.12) нет сигнала, соответствующего понятию текущего промаха. Напомним, что в аналогичных структурных схемах для систем командного управления значением текущего промаха было отклонение ракеты от требуемой (кинематической) траектории. Поэтому в структурную схему самонаведения может включаться специальный блок расчета текущего промаха.

Заметим, что в качестве истинного значения промаха в момент встречи может быть принято минимальное значение $r(t)$ — расстояния «ракета — цель», получаемое из выражения (8.27).

В качестве понятия текущего промаха в момент t_i может рассматриваться значение отклонения ракеты в упрежденной точке встречи, измеренное в плоскости, перпендикулярной вектору относительной скорости $\overline{V}_{отн}$, и полученное при условии, что с момента t_i цель и ракета двигаются прямолинейно (рис. 8.25).

Как следует из рисунка, значение текущего промаха h_t при малых значениях угла ξ находится как

$$h_t=r\cdot\xi. \qquad (8.40)$$

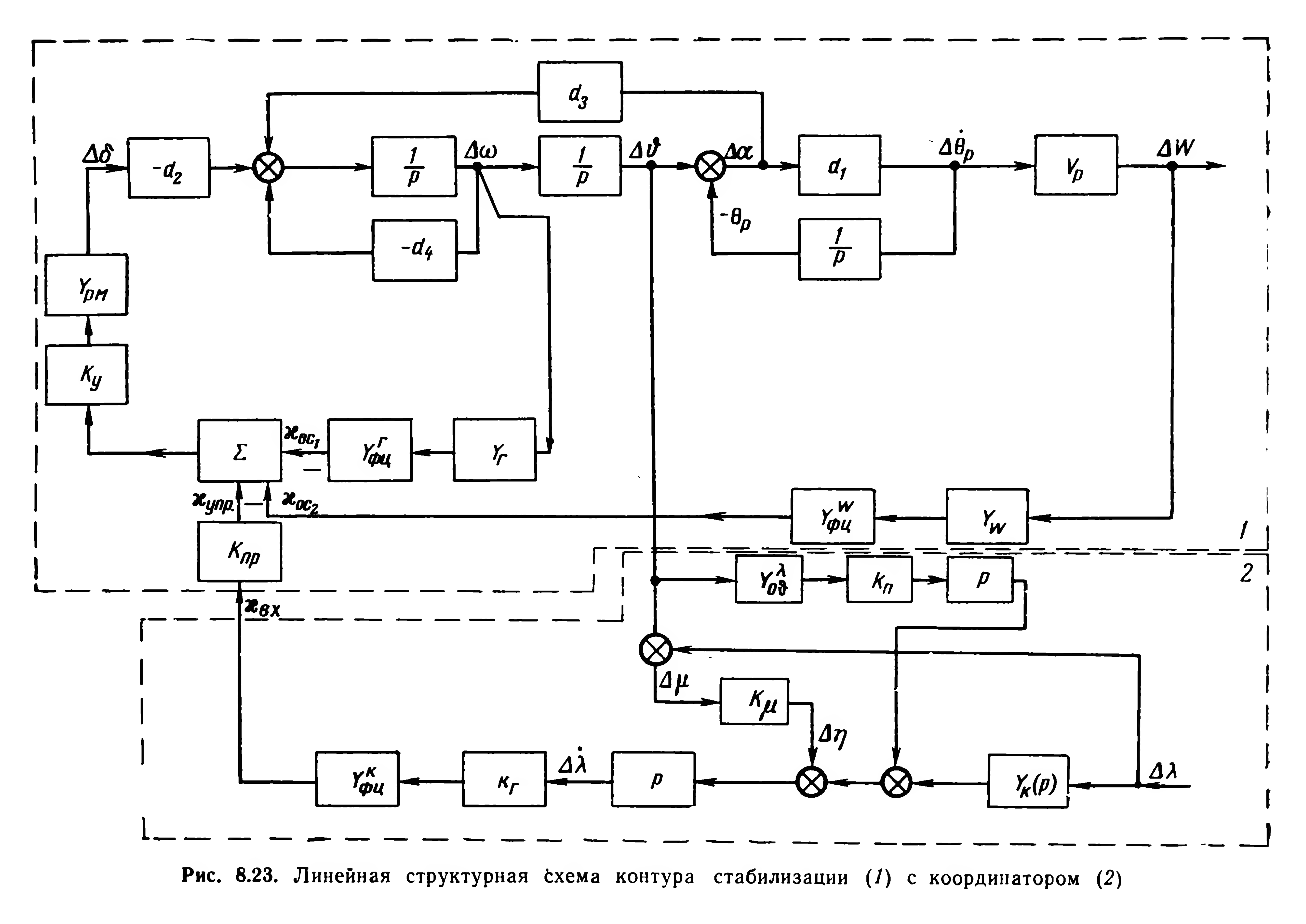


Рис. 8.23. Линейная структурная схема контура стабилизации (*1*) с координатором (*2*)

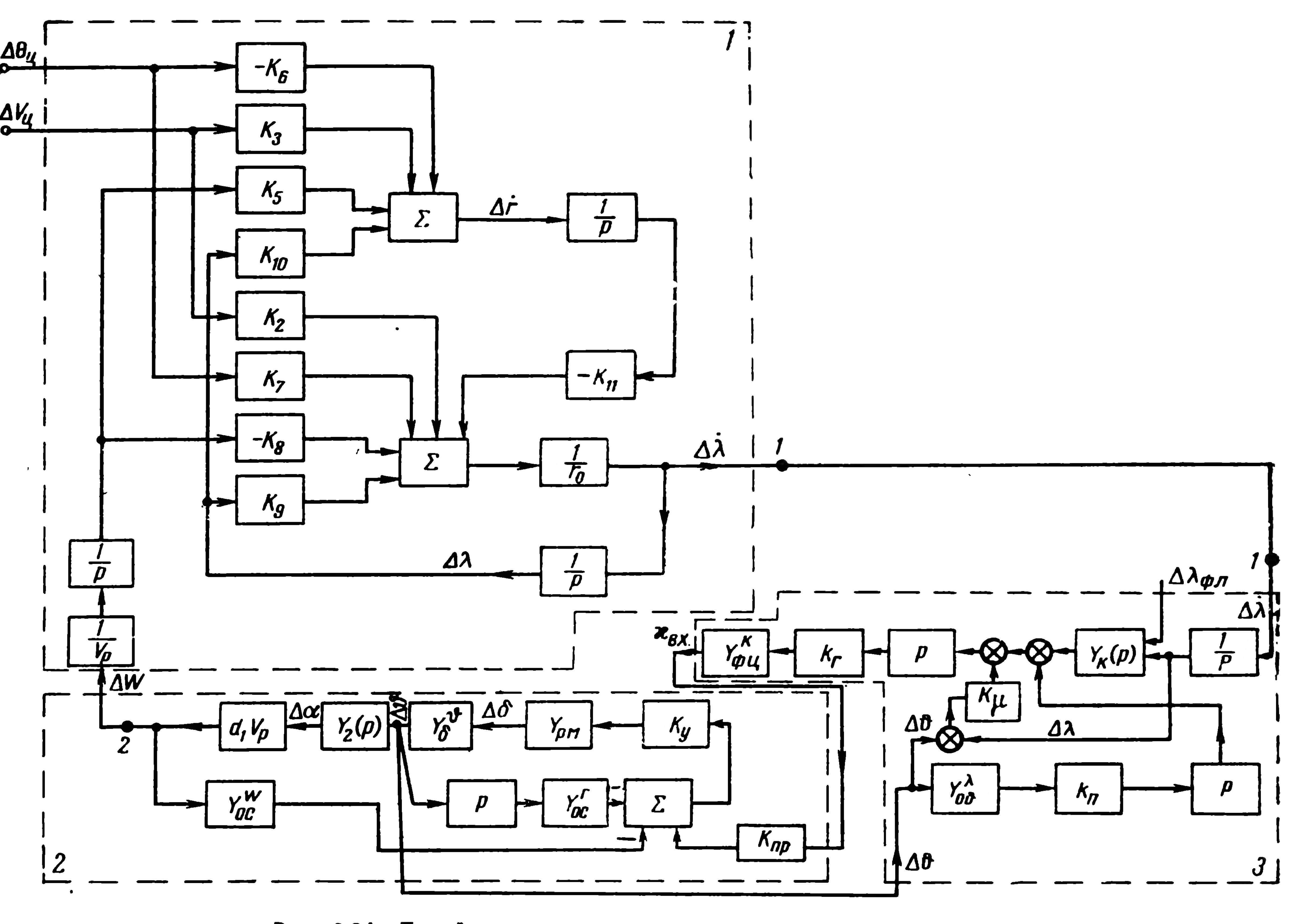


Рис. 8.24. Линейная структурная схема контура самонаведения:
1 — кинематическое звено; *2* — контур стабилизации; *3* — координатор

Здесь ξ угол отклонения вектора $\bar{V}_{отн}$ от линии «ракета — цель». В свою очередь ξ связано с сигналом ошибки сигнала самонаведения $\dot{\lambda}$ равенством

$$\dot{\lambda} = \frac{V_{отн}\xi}{r}$$

или

$$\xi = \frac{r\dot{\lambda}}{V_{отн}}. \qquad (8.41)$$

Отсюда значение текущего промаха

$$h_t = \frac{r^2\dot{\lambda}}{V_{отн}}. \qquad (8.42)$$

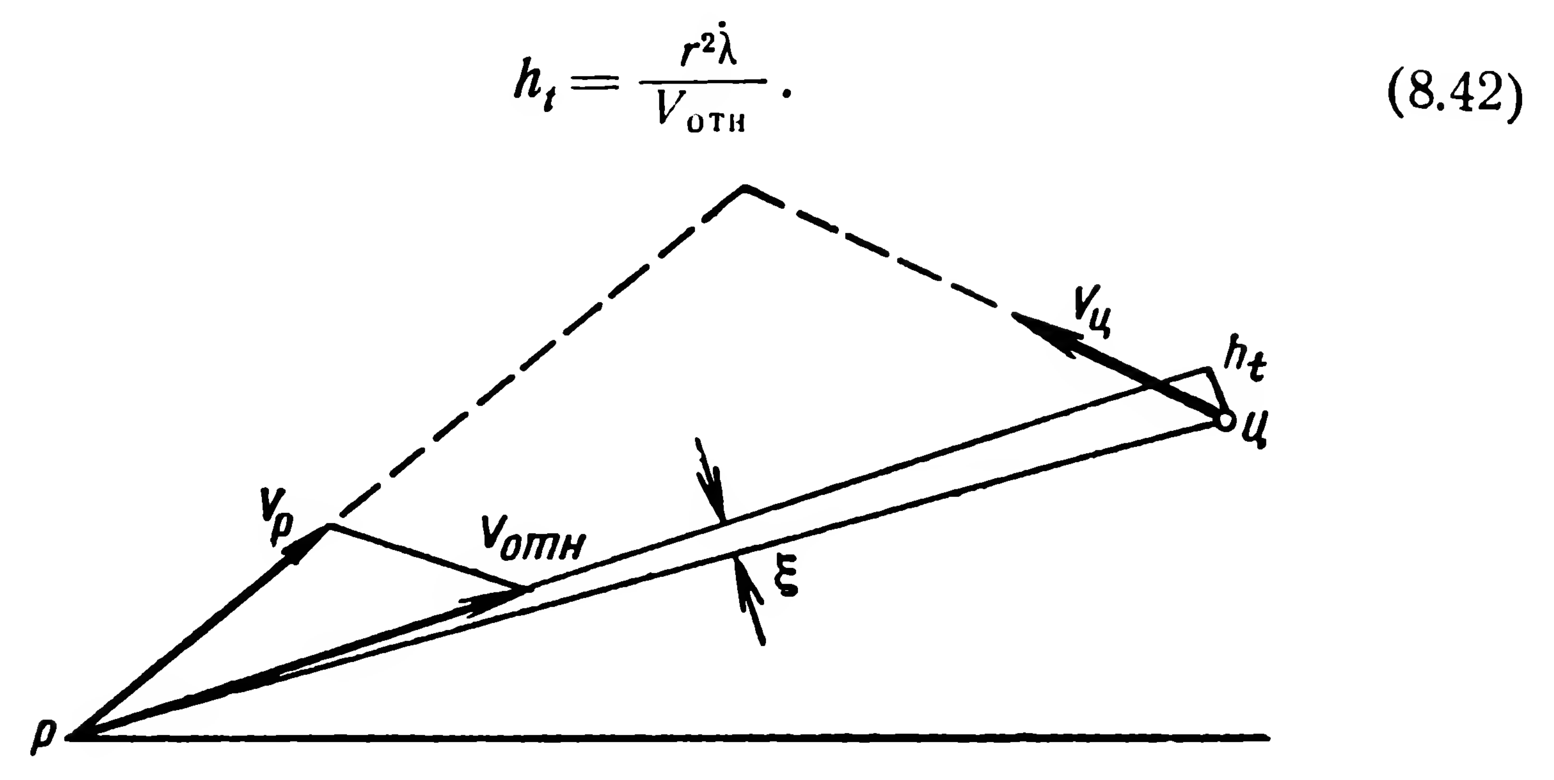


Рис. 8.25. Кинематическая схема расчета текущего промаха h_t

В качестве варианта может использоваться также значение текущего промаха в виде отклонения h_{tv}, полученного в плоскости, перпендикулярной вектору скорости ракеты $V_р$ (рис. 8.26).

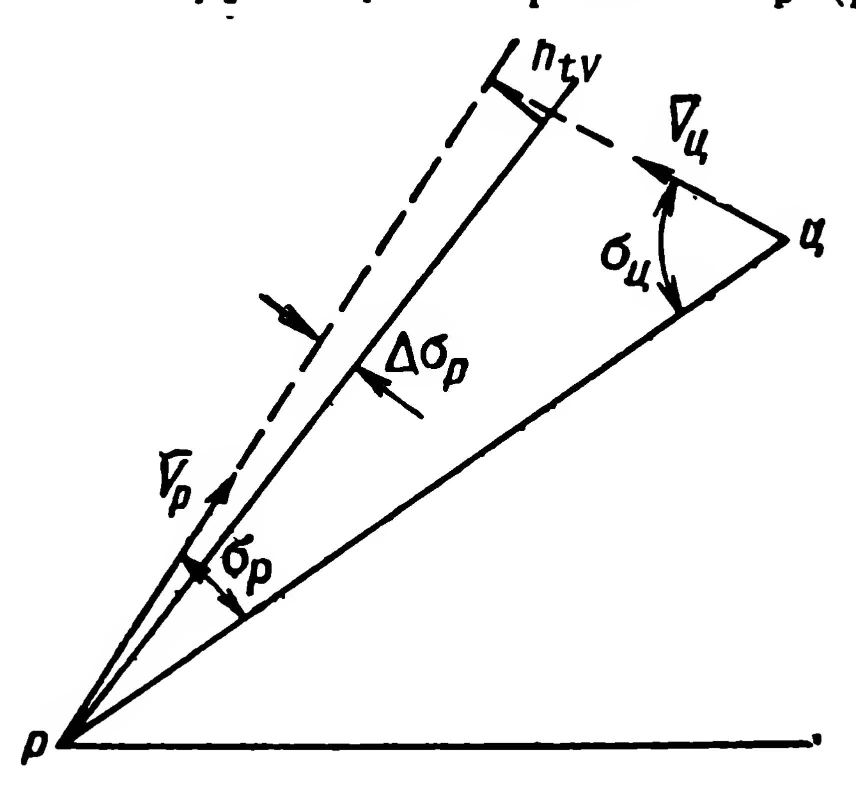


Рис. 8.26. Кинематическая схема расчета текущего промаха h_{tv}

Связь h_{tv} с сигналом рассогласования $\dot{\lambda}$ может быть получена из следующих соображений.

При точном соблюдении условий встречи и прямолинейно равномерном движении ракеты и цели (рис. 8.1)

$$V_p \sin \sigma_{p0} - V_ц \sin \sigma_{ц0} = r\dot{\lambda} = 0;$$

тогда при $\bar{\sigma}_p = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p$ нетрудно показать, что

$$\Delta\sigma_p = \frac{\dot{\lambda} r}{V_p \cos \sigma_{p0}}. \qquad (8.43)$$

Поскольку

$$h_{tv} = \Delta\sigma_p V_p t,$$

где t — время полета до точки встречи

$$t = \frac{r}{\dot{r}} = \frac{r}{V_{отн}},$$

то

$$h_{tv} = \frac{\dot{\lambda} r^2}{V_{отн} \cos \sigma_{p0}}. \qquad (8.44)$$

Нетрудно видеть, что h_t и h_{tv} связаны между собой зависимостью

$$h_{tv} = \frac{h_t}{\cos \sigma_{p0}}. \qquad (8.45)$$

Выбор в качестве показателя рассеивания h_t или h_{tv} зависит от условий их дальнейшего использования.

В частности, если они необходимы для расчета эффективности (см. § 8 гл. VII), то целесообразно выбрать тот из параметров, который лучше согласуется с координатным законом поражения цели.

В выражениях для текущего промаха имеется кажущееся противоречие, которое можно раскрыть. Значение r, равное расстоянию «цель — ракета», стремится к нулю, поэтому по мере приближения ракеты к точке встречи промах также стремится к нулю.

Однако подобная картина имела бы место лишь в том случае, если координатор работал бы до самой точки встречи, а ракета обладала бы при этом неограниченными маневренными возможностями.

Вблизи точки встречи может иметь место нарушение функционирования работы устройства самонаведения («мертвая зона координатора») вследствие, например, соизмеримости длительности зондирующего импульса с расстоянием «цель — ракета» или срыва автосопровождения из-за больших угловых скоростей сопровождения и т. д.

Однако если даже предположить, что мертвая зона отсутствует, решающую роль начнет играть вопрос ограничения по маневренным возможностям ракеты, поскольку при $\xi \neq 0$ по мере сближения $\dot{\lambda} \to \infty$, а соответственно стремится к бесконечности и потребная для маневра перегрузка ракеты.

Исходя из наличия мертвой зоны $r_{мз}$, величина истинного промаха может быть получена из выражений для текущего промаха

(8.42) либо (8.44), если в них заменить текущее значение r на $r_{мз}$, т. е.

$$\left.\begin{aligned} h = h_t(r_{мз}) = \frac{r_{мз}^2\dot{\lambda}}{V_{отн}} \\ \text{или} \qquad h_v = h_{tv}(r_{мз}) = \frac{h}{\cos\sigma_{р0}}. \end{aligned}\right\} \tag{8.46}$$

Отметим некоторые особенности полученных выражений. Значение $r_{мз}$ не может являться строго определенным параметром системы. Поэтому, по-видимому, при статистических расчетах $r_{мз}$ можно рассматривать так же, как $\dot{\lambda}$, в виде случайной величины, имеющей, однако, математическое ожидание, отличное от нуля.

Другая особенность заключается в том, что значения промаха получены в предположении прямолинейного и равномерного движения ракеты после прекращения самонаведения. Если, однако, положить в основу более общее предположение о движении ракеты на этом участке по некоторой кривой с нормальным ускорением $W(t)$, то дополнительное отклонение ракеты в плоскости, перпендикулярной вектору скорости $\bar{V}_p$, найдется как

$$h_W = \int_{t_{мз}}^{t_{встр}} dt \int W(t)\,dt, \tag{8.47}$$

где $t_{мз}$ — момент начала мертвой зоны, $t_{встр}$ — момент встречи.

В частности, если полагать, что ракета будет на конечном участке двигаться с постоянным нормальным ускорением, то

$$h_W = \frac{W(t_{встр} - t_{мз})^2}{2}$$

или, заменяя

$$(t_{встр} - t_{мз}^2) = \frac{r_{мз}}{V_{отн}},$$

получаем

$$h_W = \frac{Wr_{мз}^2}{2V_{отн}^2}. \tag{8.48}$$

Полный промах можно определить в виде алгебраической суммы:

$$h_\Sigma = h + h_W. \tag{8.49}$$

В последнем случае для оценки промаха достаточно знать такие выходные параметры системы самонаведения, как значение угловой скорости вращения линии визирования $\dot{\lambda}$, нормальные ускорения ракеты W на завершающем участке полета и величину мертвой зоны $r_{мз}$.

2. Рассеивание ракет при самонаведении

Причины, вызывающие рассеивание ракет, подробно описаны в гл. VII. Там же рассмотрены методики расчета ошибок наведения. Поэтому в данном разделе остановимся лишь на некоторых особенностях расчета ошибок систем самонаведения.

А. Возмущения за счет ненулевых начальных условий

Как и в системах командного управления, в системах самонаведения начальные возмущения связаны главным образом с кинематическими параметрами. Эти начальные рассогласования свя-

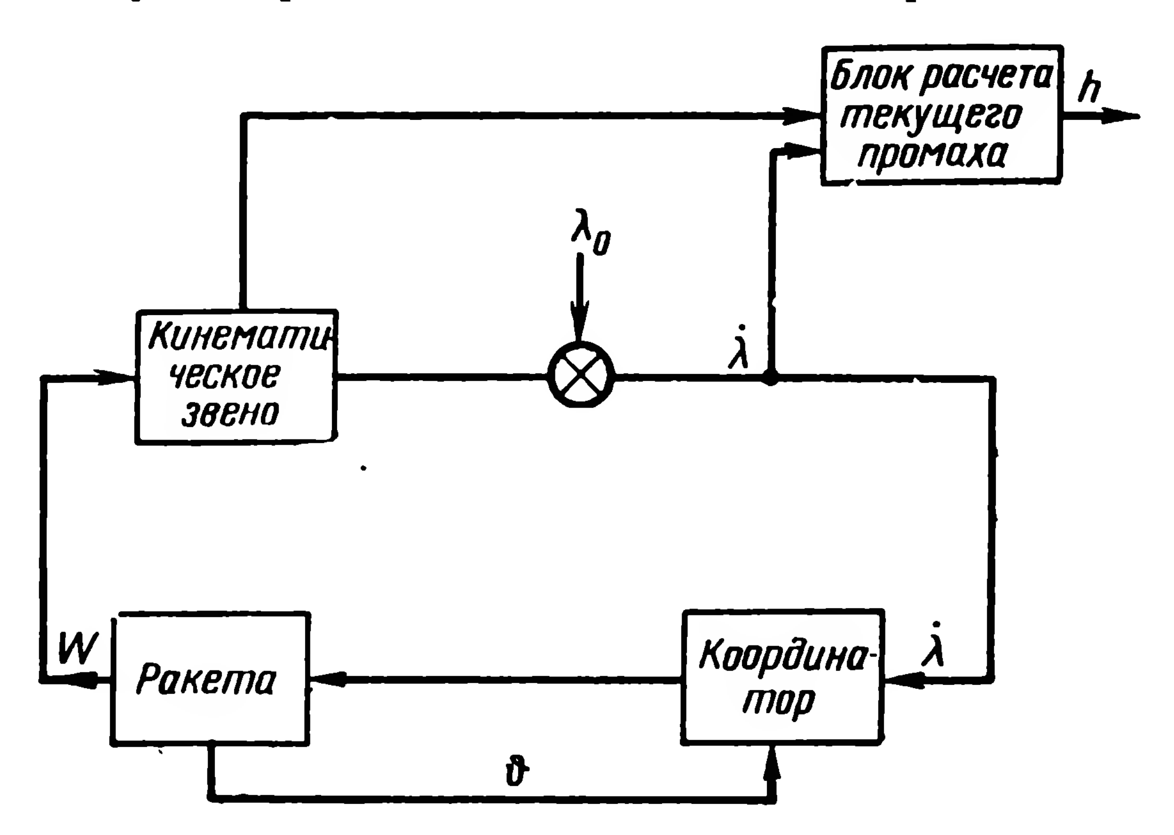


Рис. 8.27. Укрупненная структурная схема расчета реакции на начальные кинематические возмущения

заны с неточным совпадением направления вектора скорости ракеты с требуемым направлением. Их можно выразить в виде начального значения угловой скорости вращения линии визирования (рис. 8.1) с помощью выражения

$$\dot{\lambda}_0 = \frac{V_р \sin \sigma_р - V_ц \sin \sigma_ц}{2}. \tag{8.50}$$

В силу того что начальные возмущения могут быть относительно большими, для расчета системы следует использовать, как правило, нелинейную структурную схему (рис. 8.22). Место приложения возмущения — в точке выхода кинематического звена (рис. 8.27).

На укрупненной структурной схеме в виде отдельного блока представлен блок расчета текущего промаха, отображающий необходимые формульные зависимости, полученные в предыдущем разделе параграфа.

Для грубой оценки времени компенсации начальных кинематических возмущений можно положить, что движение на этом участке происходит с максимальным располагаемым ускорением ракеты W_{max}. Тогда, если начальное несоответствие вектора скорости ракеты $\Delta\sigma_0$, связанное с $\dot{\lambda}_0$ выражением (8.43),

$$\Delta\sigma_0 = \frac{\dot{\lambda}_0 r}{V_р \cos \sigma_р},$$

то время компенсации $t_к$ его найдется из выражения

$$t_к = \frac{\Delta\sigma_0}{\dot{\theta}_{р.\,max}} = \frac{\Delta\sigma_0 V_р}{W_{max}}. \tag{8.51}$$

Полученное выражение определяет нижнюю границу значений $t_к$, поскольку предполагает, что движение ракеты происходит с максимальной перегрузкой и не учитывает переходных режимов.

Б. Флюктуационные возмущения

Источниками их, как указывалось, является сам координатор. Для расчета реакции системы могут быть использованы в качестве модели как нелинейная, так и линейная схемы (рис. 8.22 и рис. 8.24). Места приложения флюктуационных возмущений соответствуют входу координатора.

Для получения текущих значений промаха структурные схемы должны дополняться блоками расчета ошибок. Частотные методы расчета системы ввиду существенной нестационарности системы могут проводиться лишь для сугубо приближенных расчетов. Для этой цели находятся согласно линейной структурной схеме передаточные функции $Y^{\dot{\lambda}}_{\lambda_{фл}}$ и $Y^{W}_{\lambda_{фл}}$, связывающие $\Delta\lambda_{фл}$ с $\Delta\dot{\lambda}$ и ΔW. Затем, пользуясь методикой расчета дисперсии (§ 9 гл. II), можно определить среднеквадратичные значения угловой скорости и перегрузки, т. е. $\sigma_{\dot{\lambda}}$ и σ_W.

Используя далее формулы (8.42), (8.44) или (8.49), можно определить среднеквадратичные значения промахов.

В. Кинематические возмущения

Для расчета реакции системы на кинематические возмущения могут быть использованы как линейная, так и нелинейная структурные схемы (рис. 8.22 и рис. 8.24). Кинематические возмущения задаются в виде независимых сигналов координат цели: курса $\theta_ц(t)$ и скорости цели $V_ц(t)$ ($\Delta\theta_ц(t)$ и $\Delta V_ц(t)$ — соответственно для линеаризованной схемы).

Места приложения этих возмущений указаны на структурных схемах. В случае если рассматривается цель, имеющая постоянную скорость движения, то в нелинейной структурной схеме

(рис. 8.22) входное возмущение $V_ц$ можно исключить и заменить постоянным коэффициентом схемы, а в линейной схеме (рис. 8.24) исключается возмущение $\Delta V_ц$ и соответственно блоки K_3 и K_2.

Для расчета промаха должны быть использованы блоки, соответствующие формульным зависимостям для h. Расчет реакции системы по рассмотренным структурным схемам может вестись, как и в предыдущем случае, методом моделирования.

Г. Расчет инструментальных ошибок

Расчет может быть произведен с использованием линеаризованной структурной схемы (рис. 8.24).

Учитывая, что возмущения, вызванные инструментальными ошибками, изменяются относительно медленно, структурная схема

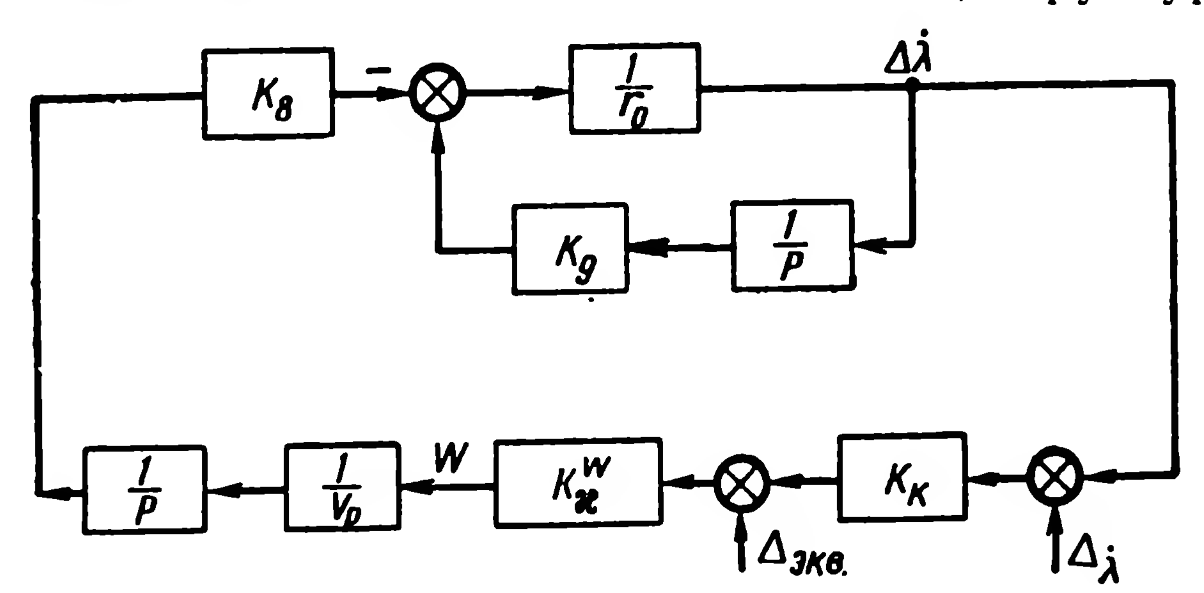


Рис. 8.28. Структурная схема расчета инструментальной ошибки

может быть существенно упрощена. Контур стабилизации может быть заменен простым усилительным звеном $K_ж^W$ (рис. 5.32) с эквивалентным значением инструментальной ошибки $\Delta_{экв}$. Исключаются блоки K_6, K_3, K_2, K_7, связанные с внешними кинематическими возмущениями. Передаточная функция координатора заменяется безынерционным единичным звеном. Обратные связи, присущие работе координатора на борту, исключаются.

При условии малости значения коэффициента $K_{11}=\dot{\lambda}_0$, структурная схема для медленно изменяющихся возмущений приводится к виду, изображенному на рис. 8.28.

На рис. 8.28 согласно выражению (8.3)

$$\left.\begin{aligned} K_8 &= V_р \cos(\theta_{р0} - \lambda_0), \\ K_9 &= -r_0 \sigma_{р0}, \end{aligned}\right\} \tag{8.52}$$

где $\theta_{р0} - \lambda_0 = \bar{\sigma}_{р0}$ — угол между курсом ракеты и линией «цель — ракета».

Значение $K_к$ равно произведению передаточных чисел устройств координатора, измеряющих угловую скорость вращения линии визирования гироскопа $k_г$ и формирующей цепи $k_{фц}$, и равно

$$K_к = k_г k_{фц}.$$

$\Delta_{экв}$ — эквивалентная инструментальная ошибка контура стабилизации.

$\Delta_{\dot\lambda}$ — инструментальная ошибка всех измерительных устройств координатора, имеющая размерность угловой скорости.

Учитывая значение K_8 из выражения (8.52) и полагая $V_р$ медленно изменяющейся функцией, можно путем простейших преобразований привести схему окончательно к виду, изображенному на рис. 8.29.

На приведенной схеме хорошо видна резко выраженная нестационарность контура самонаведения за счет множителя $\frac{1}{r_0}$, стре-

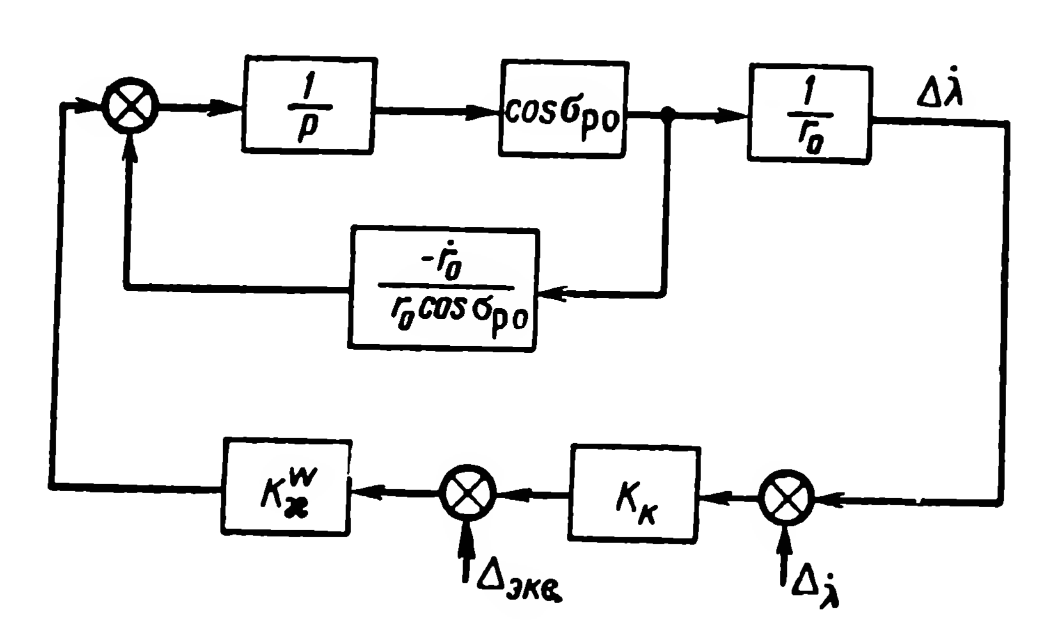


Рис. 8.29. Преобразованная структурная схема расчета инструментальных ошибок

мящегося в бесконечность к точке встречи, где r_0 — расстояние «цель — ракета». Поэтому исключается возможность вблизи точки встречи пользоваться методами расчета, пригодными для стационарных систем. В частности, это соотношение следует принимать во внимание и для расчета инструментальных ошибок.

Если полагать, что $\Delta_{экв}$ и $\Delta_{\dot\lambda}$ — постоянны, то при достаточно больших значениях r_0 выходное значение

$$\Delta\dot\lambda \simeq \Delta_{\dot\lambda} + \frac{\Delta_{экв}}{K_к}$$

и текущий промах, вызванный этой ошибкой, может быть рассчитан по формуле (8.42).

ЛИТЕРАТУРА

1. Типугин В.-Н., Вейцель В. А. Радиоуправление. Изд-во «Советское радио», 1962.
2. Локк А. С. Управление снарядами. Гостехиздат, 1957.
3. Щукин А. Н. Динамические и флюктуационные ошибки управляемых объектов. Изд-во «Советское радио», 1961.
4. Максимов М. В., Горгонов Г. И. Радиоуправление ракетами. Изд-во «Советское радио», 1964.
5. Феодосьев В. И., Синярев Г. Б. Введение в ракетную технику. Изд. 2-е, Оборонгиз, 1960.
6. Боднер В. А. Теория автоматического управления полетом. Изд-во «Наука», 1964.
7. Гуткин Л. С. Принципы радиоуправления беспилотными объектами. Изд-во «Советское радио», 1959.
8. Бессерер К. У. Инженерный справочник по управляемым снарядам. Пер. с англ. под редакцией Д. М. Комарова и Х. Л. Мучник. Воениздат, 1962.
9. Кельзон А. С. Динамические задачи кибернетики. Судпромгиз, 1952.
10. Марисов В. Н., Кучеров И. К. Управляемые снаряды. Воениздат, 1952.
11. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.
12. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Изд. 3-е. Физматгиз, 1962.
13. Жаков А. М., Пигулевский Ф. А. Управление баллистическими ракетами. Воениздат, 1965.
14. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Изд. 2-е. Физматгиз, 1962.
15. Китов А. И. Электронные цифровые машины. Изд-во «Советское радио», 1956.
16. Крысенко Г. Д. Управление реактивными снарядами. Воениздат, 1960.
17. Петров В. П., Сочивко А. А. Управление ракетами. Воениздат, 1952.
18. Мюллер Ф. Телеуправление. Пер. с нем. под редакцией А. А. Красовского. Изд-во иностр. лит., 1957.
19. Бургесс Э. Управляемое реактивное оружие. Пер. с англ. под редакцией Ю. Х. Вермишева. Изд-во иностр. лит., 1958.
20. Хемфрис Д. Ракетные двигатели и управляемые снаряды. Пер. с англ. под редакцией Ю. А. Афанасьева. Изд-во иностр. лит., 1958.
21. Бонни Е. А., Цукров М. Д., Бессерер К. У. Аэродинамика. Теория ракетных двигателей. Конструкция и практика проектирования. Пер. с англ. под редакцией В. Т. Власова. Воениздат, 1959.
22. Вермишев Ю. Х. Управление ракетами. Воениздат, 1961.
23. Теория следящих систем. Пер. с англ. под редакцией Я. З. Цыпкина. Изд-во иностр. лит., 1951.
24. Кисилев С. П. Аэродинамика ракет. Воениздат, 1962.
25. Мерилл Г., Гольдберг Г., Гельмгольц Р. Исследование операций. Боевые части. Пуск снарядов. Пер. с англ. под редакцией В. Ф. Замкова. Изд-во иностр. лит., 1959.
26. Асташенков П. Т. Радиоэлектроника в управлении снарядами. Воениздат, 1960.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Вермишев Юрий Христофорович

ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТАМИ

Редактор *Чернов В. П.*

Технический редактор *Зудина М. П.* Корректор *Анисимова Л. Г.*

Г-52054 Сдано в набор 27.2.67 г. Подписано к печати 30.1,68 г.

Формат бумаги $60 \times 90^1/_{16}$ — 20 печ. л.=20 усл. печ. л. 19,16 уч.-изд. л.

Бумага типографская № 2. Тираж 17 000 экз.

Изд. № 6/5620 *Цена 1 р. 11 к.* Зак. № 134

Военное издательство Министерства обороны СССР

Москва, К-160

2-я типография Военного издательства Министерства обороны СССР

Ленинград, Д-65, Дворцовая пл., 10

Ю. Х. ВЕРМИШЕВ

ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТАМИ

